量子力学の全体論的なアンサンブル解釈とベルの不等式

白 井 仁 人*

Holistic Ensemble Interpretation of Quantum Mechanics and Bell's Inequalities

Hisato SHIRAI*

Abstract

The ensemble interpretation (EI) of quantum mechanics has been proposed by physicists and philosophers (e.g., A. Einstein, K. R. Popper, and A. Lande). However, it is not accepted widely among modern scientists. This is because the EI is regarded as a kind of the hidden variable theories. The scientists believe that the EI is inconsistent with violation of Bell's inequalities. The present paper points out that there are various types of the EI. Several of them can be consistent with the violation. The non-local type of the EI proposed by Shirai in 1998 is also consistent. We call it "holistic ensemble interpretation (HEI)." The non-locality in the HEI includes a temporal non-locality (i.e., a future dependence), implying that the present distributions depend on the future conditions. The concept of the future dependence would be so controversial that we discuss it deeply in the latter half of the paper. Many scientists may think of it as a doubtful concept, because it disagrees with the concept of "free will." However, there are several reasons why we should consider the future dependence.

1. 量子力学のアンサンブル解釈

1.1 アンサンブル解釈とは何か

量子力学は20世紀前半に構築されて以降、微視的世界の諸現象をうまく説明してきた。20世紀に行われた多数の実験によって量子力学の正しさは検証され、今では物理学だけでなく化学や生物学、工学などの基礎となっている。このように量子力学の理論的な正しさは十分に実証されているが、その一方で量子力学の諸概念は我々の常識と合わないところがある。例えば、量子力学では電子が粒子でもあり波でもあるとされているが、我々の常識では粒子であることと波であることは両立しない。我々は同時に粒子でも波でもあるようなものを想像できない。

こうした奇妙な性質を理解するために、量子力学にはさまざまな解釈が提案されてきた。そのうちのひとつが「アンサンブル解釈」(または「統計解釈」)と呼ば

れるものである。アンサンブル解釈の基礎には、次のアインシュタインの考え方がある[1, 2]。

波動関数のアンサンブル解釈：「波動関数は、同じやり方で用意された系の統計集団に関する記述であり、個別の系に関する記述ではない¹。」

この解釈を採用すると、電子が示す粒子性は個々の電子が持つ性質とされ、波動性は電子の確率分布(統計集団)が持つ性質として理解できる。この解釈は実在主義的な解釈のひとつで、上記のアインシュタインの考え方が提案された後、テイラーやバレンタインなどによって支持された[3]。しかし、現在、この解釈を支持する研究者はほとんどいない。その理由は、この解釈が「隠れた変数の理論」の一種だと見なされてい

* 国立高等専門学校機構一関工業高等専門学校
E-mail: shirai@ichinoseki.ac.jp

¹ アインシュタインは次のように述べた([3], p. 529)。「 ψ 関数が記述している条件は、ある単一の系の条件とすることができそうなものではなく、むしろそれは多数の系に関するもの、統計力学の意味での「系の集団」に関するもののなのです。」

ることにあるだろう。多くの研究者は、アンサンブル解釈は隠れた変数の理論の一種だからベルの不等式を破ることはできないと考えている。そして、ベルの不等式が破れることは理論的にも実験的にも証明されているのだから、アンサンブル解釈は間違いだというわけである。

しかし、それは本当だろうか。本当にアンサンブル解釈はベルの不等式の破れと矛盾するのだろうか。次節で述べるように、アンサンブル解釈にはさまざまなタイプのものがあり、すべてのタイプがベルの不等式の破れと矛盾するわけではない。どのようなタイプが矛盾し、どのようなタイプが矛盾しないかを見極めるには、各タイプにおけるアンサンブルの概念を理解する必要がある。そこで、次節ではアンサンブルの概念について検討しよう。

1.2 アンサンブル（統計集団）の概念

アンサンブル解釈におけるアンサンブル（統計集団）の概念はしばしば誤解され、そのためアンサンブル解釈に対して誤った批判をされることがある。例えば、「実際の実験で1個の原子を観測できる」という批判があるが、これは典型的な誤った批判である。これはアンサンブル解釈に対する批判になっていない。なぜならアンサンブル解釈は「1個の原子を観測できない」とは主張しないからである。このような誤解を避けるため、ここでアンサンブルの概念を明確にしておきたい。

アンサンブル解釈におけるアンサンブル（集団）の概念は、統計力学における「統計集団」から来ている。統計集団とは、巨視的に同一の状態にある系の「サンプルの集団」のことである。例えば、温度 20℃、圧力 1 気圧、体積 1 リットルの気体があったとする。この気体の巨視的な状態はこれらの数値によって一意に指定できる。しかし、微視的な状態（分子がどちら向きにどういう速さで飛んでいるか）については指定されていない。そのため、この気体の微視的な状態はさまざまでありえる。そのさまざまな微視的な状態にある気体のサンプル（見本）を多数集めたものをその気体の「統計集団」と呼ぶのである。

ここで重要な点は、気体の分子の数が大きいから「集団（アンサンブル）」という言葉を使っているのではないという点である。気体分子の数が 10 の 23 乗個でも 100 個でも、たとえ 1 個でもその仮想的な見本の集団を考えれば、それは統計集団である。1 個の分子だと 1 個の微視的な状態しか取れないので、統計集団を考え

ることができないと思うかもしれないが、それは違う。その気体が熱浴と接していれば、1 個の分子でも（熱浴と相互作用するたびに微視的な状態が変化するため）確率分布が定義できる。そして、確率分布を定義できれば、分子の数に関係なく、その確率分布に対応したサンプル集団として統計集団を定義できるのである。

このようにアンサンブル（統計集団）の概念に含まれる「集団」とは多数の粒子（多粒子系）という意味ではなく、系（1 粒子でも良い）の多数の見本（仮想サンプル群）という意味の「集団」である。そのため、「1 個の原子が観測されるから、アンサンブル解釈は成り立たない」という批判は間違っているのである。アンサンブル解釈における「アンサンブル」の概念が上記のようなのだとしっかり理解できれば、少なくともそのような批判は生じない。

1.3 確率、観測、統計集団

「アンサンブル（集団）」の概念は「確率」の概念と密接に結びついている。ただし、確率の概念自体が難しく、科学哲学の主要課題の一つとなっていて、現在も共通した理解には至っていない。これまでに提案された確率の解釈には、頻度解釈、傾向性解釈、主観解釈などさまざまなものがある。これらのどの解釈に対しても言えることは、同一の初期状態（我々には同じに見える初期状態）からさまざまに異なる結果が生じるように見えることを認める点だろう。

ここで、仮想的に N 回同じ条件で実験を行った場合を考えてみる。この実験で各結果（ i 番目の結果）が生じる回数 n_i は、 N が十分に大きければ（大数の法則より）確率 P_i に比例し、

$$n_i = N \times P_i$$

と表せる。この N 個のサンプルがこの実験の「統計集団」であり、 n_i 個のサンプルがその統計集団の中の i 番目の結果の部分集団である。したがって、確率の解釈に関係なく、同一条件から異なる結果が生じるという点を認めるだけで、（大数の法則を通して）確率は統計集団の概念と結びつく。

ここで重要になるのは観測との関係である。各サンプルが持つ値（観測結果の値）は、我々が観測することによって生じたのだろうか。それとも、観測前からその値は存在したのだろうか。もちろん普通（量子力学以外）であれば、その値は観測前から存在したと考えられる。しかし、量子力学の場合、観測前（測定状況

が決まる前)から個々のサンプルが確定した値(測定状況とは無関係に決まった値)をもつと考えることができない。なぜならそうように考えた場合、何らかの形で非局所性を導入しない限り、必ずベルの不等式が成り立ってしまうからである。量子力学ではベルの不等式が成り立たないことはすでに証明されている。したがって、量子力学では観測前から確定した値をもつようなサンプルの集団、すなわち「統計力学的な統計集団」を確率に対応付けることができない。

1.4 量子力学の解釈と統計集団

ここから、量子力学の解釈が関わってくる。量子力学と統計集団の関係を議論したのはアインシュタインだけではない。フォン・ノイマンやシュレーディンガーはアンサンブル解釈を支持していなかったが、それぞれの著書 [4, 5] の中で統計集団について議論している。ただし、彼らの統計集団の概念はアインシュタインのもの(統計力学的な統計集団)とは違っている。どのように違うのかを説明しよう。

シュレーディンガーは次のように述べている ([5], pp. 370–372)。「現実の物体を記述するのに導入されるのは、… (中略) … いわゆるギブスの集団になる」。しかし、そう述べた直後に「このような試みがうまくゆかないことを示す例はこと欠かない」と反例を示し、その後、「もしも私が各瞬間に… (中略) … 確定している数値を割り当てたいと思っても、量子力学のどの部分とも矛盾しない、これらの数値についての仮定を考え出すことはできないというわけである」と結論する。つまり、統計力学的な統計集団(ギブスの集団)を量子力学にそのまま適用することはできないということである。

同様に、フォン・ノイマンも統計集団の概念をそのまま単純に量子力学に適用できないことについて次のように述べている ([4], p. 243)。「分散を持っている集団をさらに分割すること、あるいは、もはや分散のない一様な集団にまで達することを常に可能にするような方法はない²。」これはどういう意味かという、統計力学の場合、統計集団をただ分割するだけならば、その統計集団に属する各サンプルが持つ値は変わらない。しかし、量子力学の場合、各サンプルが持つ値は実験設定(測定状況)によって変わるので、各サンプルが持つ値をそのまま変えずに分割することができない。

² 統計集団の考え方についてはこの章全体 (pp. 236–277) で説明されている。

例えば、物理量 A に対してすべてのサンプルが値 a_1 を持つ統計集団 $\Omega(a_1)$ を準備したとしよう。次に、うまく実験状況を設定して $\Omega(a_1)$ の中から物理量 B に対して値 b_1 を持つサンプルの集団(部分集団 $\Omega(b_1)$)を取り出したとする。このとき、部分集団 $\Omega(b_1)$ の各サンプルはまだ値 a_1 を持つだろうと想像したくなるが、量子力学の場合、そう考えることができない。なぜなら統計集団を分割するには新しい実験設定が必要となるからである。新しい実験設定にすると統計集団の各サンプルが持つ値が以前と同じ値とは限らなくなってしまう。

このようにフォン・ノイマンやシュレーディンガーが考えた統計集団は、アインシュタインが考えたような統計力学的な統計集団ではなく、どのように分割(測定)するのかに応じてその割合が変更されてしまうような新しい種類の統計集団だったのである。

1.5 同時確率分布とベルの不等式

アインシュタインが考えた統計集団とフォン・ノイマンやシュレーディンガーが考えた統計集団の違いは、複数の物理量に対して「同時確率分布」を考えることができるかどうかにも現れる。

今、 A と B という 2 種類の物理量の値を測定する場合を考えよう。アインシュタインが考えたように量子力学の統計集団が、統計力学での統計集団と同じものだとすると、観測はただその値を知るための作業だから、その統計集団に属する各サンプルは、観測前から A, B に対して何らかの値を持っていたことになる。このとき、個々のサンプルが同時に $A = a_i$ と $B = b_j$ の値を持つ確率、すなわち同時確率分布 $P(a_i, b_j)$ を考えられる。

他方、フォン・ノイマンやシュレーディンガーが考えた統計集団では、そこに属する各サンプルが観測前から決まった値を持っていたと考えることはできない。なぜなら観測状況が変わると各サンプルが持つ値の分布も変わるからである。このような場合、物理量 A に対する確率分布 $P(a_i)$ や B に対する確率分布 $P(b_i)$ を考えることはできるが、同時確率分布 $P(a_i, b_j)$ を考えられるとは限らない。 A を測定する状況と B を測定する状況が同時に成り立つ(両立する)とは限らないのである。

重要なことは、すべての物理量に対して同時確率分布が成り立つと必ずベルの不等式が成り立つということである。ベルの不等式が破れることは理論的にも実

験的にも証明されているので、(統計力学の統計集団の概念を用いた) アインシュタインのアンサンブル解釈のままでは量子力学と矛盾してしまう。

1.6 いろいろなアンサンブル解釈

ベルの不等式の破れとの矛盾は、アンサンブル解釈が支持されない大きな理由の一つだろう。ここで指摘しておきたいことは、アンサンブル解釈にはさまざまな種類のものがあるということである。よく知られ(批判され)ているのは、アインシュタインやバレンタインによって主張された従来型のアンサンブル解釈であるが、それ以外にもいろいろなタイプが考案されている [3, 6, 7, 8, 9, 10]。

例えば、テイラーが考えたアンサンブル解釈やプロヒンツェフの解釈は、明らかに従来型のアンサンブル解釈とは違っている [6, 7]。テイラーはインタビューで「ある瞬間電子はよく定まった位置とよく定まった運動量を実際にもつのでしょうか」と質問され、次のように答えている [6]。「その答えはノーです。電子はこれらの属性を同時に持つことはできません。」この言葉からわかるように、彼のアンサンブル解釈における統計集団の各サンプルは、位置と運動量の値を同時に持たない。よって、そのような統計集団に対応する同時確率分布は存在しない。そのため、ベルの不等式の導出で用いられた前提は崩れ、ベルの不等式の破れとの矛盾が消える。プロヒンツェフの解釈も同様である。

テイラーやプロヒンツェフのアンサンブル解釈は、物理量の同時両立性を捨てたため、ベルの不等式の破れとの矛盾が消えた。しかし、その鍵となる非同時両立性(複数の物理量の値を同時に持てないこと)が具体的にどういうイメージか説明されていないため、どのようにしてベルの不等式が破れるのかわからない。もしこの種のアンサンブル解釈を考えたいのであれば、非同時両立性の意味の明確化という難問に取り組む必要がある。

テイラーやプロヒンツェフのアンサンブル解釈とは違うタイプのアンサンブル解釈もある。例えば、ポパーの「傾向性解釈」である。これは一般の確率に対する解釈として提案されたものだが、量子力学に対する解釈も含んでいる [8]。また、ヤンマーの著書では統計解釈(アンサンブル解釈)の一種として紹介されている [3]。ポパーは量子力学に対する傾向性解釈を 13 のテーゼにまとめた。その第 4 テーゼではアインシュタインと同様に、波動関数は粒子の統計集団に関する記述であ

ると主張した。そして、個々の粒子は位置と運動量を同時に持つと考えた(第 6 テーゼ)。

ポパーの傾向性解釈で特に重要な点は、確率を実験条件の属性だと見なしたことである(第 8 テーゼ)。彼はピンボードの例を挙げてそれを説明した。多数のピンが打たれた板(ピンボード)上に球を転がすと、球はピンに当たりながら転がり、板の最下部に到達する。球の動きは予測できないので、最下部での分布は確率的に与えられる。その確率分布はピンの配置という実験条件に依存する。この点についてポパーは次のように述べている。「ピンを一本抜いてみよう。これによって、球がピンを抜いた場所の近くに実際に来ようが来まいが、…(中略)…確率はすべて変わってしまうだろう。」([8], p. 95)

このように確率が実験条件に依存すると考えることは、ある種の非局所性(測定状況依存性)を取り入れることを意味する。そして、何らかの非局所性を取り入れた場合、同時確率分布が必ずしも成り立つとは言えなくなる。なぜなら相関を持つ 2 つの系を遠く離れた後、一方に対して物理量 A を測定し、他方に対して B を測定したとき、 A に対する観測条件が遙か遠方の B の値を(非局所的な影響によって)変えうるからである。このとき、ベルの不等式の破れとの矛盾が消える可能性が出てくる。

それでは、ポパーの考えた非局所性によってベルの不等式を破ることができるだろうか。それが不可能なことは次のようにしてわかる。ポパーのピンボールの実験では、ピンを抜いた場所の状況の変化によってそこを通過する球の運動が変化し、その確率分布が変化する。しかし、そこを通過しないサンプルの確率分布は変化しない。確かに全体として確率分布は変化するのだが、それはピンを抜いた場所の状況変化がそこを通過しないサンプルのふるまいに影響を与えるような非局所性ではない。このような場合、確率分布は遠方の領域(通過しない領域)の状況から独立になり、そのため 2.3 節で述べるようにベルの不等式を破ることができない³。

³ ポパーがベルの不等式を破るような非局所性を考えていなかったことは明らかである。彼は著書 [8] の「覚書き」で次のように書いている。「新しい実験、とくにアスペの実験によって遠隔作用は確かめられたかのようである。これに対する私の態度はこうである。その実験結果が本当に正しく解釈されているのか納得しきれないが、もし解釈が正しいとすると遠隔作用を認めなければならないというわけだ。」

他方、白井 (1998) によって提案されたアンサンブル解釈も非局所性を取り入れた新しいタイプのアンサンブル解釈だが [9]、その非局所性はボバーのものは異なる。それはフリーデンの考え方に基づいている [11]。フリーデンはシュレーディンガー方程式がフィッシャー情報量最小という変分原理から導出できることを示した。シュレーディンガー方程式は微分方程式だから、局所的な条件に基づいてある時刻から次の時刻へと次々と決まっていく。これに対し、変分原理は領域全体の積分量を最小 (または最大) にするような大域的な原理だから、非局所的に全体として分布が決まることになる。

白井はフリーデンのこの考え方をアンサンブル解釈に取り入れた。つまり、従来のように波動関数 $\psi(x, t)$ が時々刻々と局所条件によって決まっていくというイメージを捨て、確率分布 $P(x, t)$ が領域全体として (変分原理を満たすように) 大域的に決まっていると考え、そのイメージに合うようにアンサンブル解釈を発展させたのである。

ただ、その解釈でもどのようにしてベルの不等式が破れることになるのか、具体的なイメージ (説明) が与えられていなかった。白井が 1998 年にこのアンサンブル解釈を提案した際に説明したことは、ベルの不等式の導出で使われた前提が成り立たなくなるということだけであった [9]。つまり、問題は回避されただけであり、解決されたとは言い難い。新しいアンサンブル解釈が問題を解決したと言うためには、どのようにしてベルの不等式を破るのか、その具体的なイメージを与える必要がある。以下でそのイメージについて説明していこう。

2. 全体論的なアンサンブル解釈

2.1 変分原理的な非局所性

白井 (1998) が提案した新しいタイプのアンサンブル解釈における非局所性は、フリーデンの変分原理に基づいている [9]。その非局所性はベルの不等式を破ることができるだろうか。それを考えるために、まずフリーデンの考え方を振り返ろう。

フリーデンは「領域全体としてフィッシャー情報量を最小にする確率分布が実現する」という仮説を採用し、そこから変分原理を用いてシュレーディンガー方程式が導出できることを示した [11, 12]。フィッシャー情報量とは相対情報量 (カルバック情報量) の極限で

あり、上の仮説は近接する二つの分布の差が最小であることを意味する⁴。

今、確率分布 $P(x, t)$ が与えられているとしよう。

$$\int P(x, t) dx = \int |\psi(x, t)|^2 dx = 1$$

$\psi = q_1 + iq_2$ とし、 $P_1 = q_1^2$, $P_2 = q_2^2$, とすると、フィッシャー情報量 I_F は

$$I_F = \sum_{i=1}^2 \int \frac{1}{P_i} \left(\frac{\partial P_i}{\partial x} \right)^2 dx = 4 \int \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx$$

と表される。そして、外部からの何らかの影響を表す量 $V(x, t)$ の平均値が一定であるという条件

$$\langle V \rangle = \int V(x, t) |\psi(x, t)|^2 dx = \text{一定}$$

の下でフィッシャー情報量を最小にする $\psi(x, t)$ を求めると (λ, μ を任意定数として)

$$\int \left(4 \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \lambda V \psi^* \psi + \mu \psi^* \psi \right) dx = \min. \quad (1)$$

となり、これを解くと $\psi(x, t)$ は

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\lambda}{4} V(x, t) \psi - \frac{\mu}{4} \psi = 0$$

を満たす。 $\lambda = 8m/\hbar^2$, $\mu = -8mE/\hbar^2$ とおけば、シュレーディンガー方程式

$$E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x, t)\psi \quad (2)$$

が得られる。したがって、フィッシャー情報量最小原理 (1) からシュレーディンガー方程式 (2) が導出できることがわかる。

フリーデンは時間変化する場合も同様にフィッシャー情報量最小原理から導出できることを示した [12]。そのイメージを示すと、図 1 のようになる。

このようにフィッシャー情報量最小という変分原理から確率分布の全体が決まるとする考え方は、部分より全体が先行すると考えるので全体論的である。そして、この考え方はアンサンブル解釈とよく合う。なぜ

⁴ なぜこの仮説が成り立つのかと疑問を持つ人がいるかもしれないが、これは原理として導入するという意味である。通常、量子力学ではシュレーディンガー方程式を原理 (基本法則) として採用し、なぜそれが成り立つかは考えない。それと同様に、フィッシャー情報量最小を原理として採用するのである。

図1 変分原理による分布の決まり方

ならその考え方で使われている概念は「波動関数」ではなく「確率分布」であり、確率分布は直接「統計集団（アンサンブル）」の概念と結びついているからである。それゆえ、フリーデンの考え方はアンサンブル解釈にそのまま導入できる。こうしてフリーデンの考え方を取り入れた白井のアンサンブル解釈(1998)を「全体論的なアンサンブル解釈」と呼ぶことにしよう。

2.2 非局所性と二重スリット実験

全体論的なアンサンブル解釈では、確率分布は全体として決まることになる。この考え方を採用すると、まず、二重スリット実験のパラドクスが解決する。

二重スリット実験のパラドクスとは、電子などの物質に二重スリットを通過させ、その背後にあるスクリーン上で分布を観測したとき、電子を粒子と考えると波と考えると観測結果をうまく説明できないというパラドクスである [10]。電子ビームの強度が弱い時、電子はスクリーン上でポツリポツリと一個ずつ検出されるから電子は粒子であるように思われる。もし粒子であればどちらか一方のスリットしか通過できないので、通過しなかった方のスリットの開閉状態の影響を受けない。よって、両方のスリットが開いているときの分布 $P_{A+B}(x)$ は、一方だけスリットを開けたときの分布の和 $P_A(x) + P_B(x)$ に等しくなるはずである。ところが、実際の実験では両方開けたときの分布には干渉縞が観測されるが、一方しか開けないときには干渉縞が現れず、異なった分布となる。

$$P_{A+B}(x) \neq P_A(x) + P_B(x)$$

干渉縞あり

干渉縞なし

それでは波だと考えれば良いのかといえ、波であれば確かに干渉縞の有無は説明できるが、強度が弱いときにポツリポツリと一個ずつ点状に検出されるといふ事実を説明できない。結局、常識的な考え方をしていては、粒子と考えると波と考えるとこの現象をうまく説明できないのである。

全体論的なアンサンブル解釈ならば二重スリット実験の結果をうまく説明できる。この考え方では、粒子の確率分布は全体としてフィッシャー情報量を満たすように決まると考えるので、確率分布は局所的な環境（粒子が通過する領域）だけで決まるのではなく、環境全体（粒子が通過しない領域も含む）によって決まることになる。したがって、ある粒子の経路が二重スリットのどちらか一方だけを通過するとしても、その後、スクリーン上のどの点に到達するかは、通過しなかった方のスリットの開閉状況の影響も受けるのである。

なぜ（波でもないのに）干渉縞が現れるのかについては次のように説明できる。それは、両方のスリットが開いているときには干渉縞のある確率分布がフィッシャー情報量を最小にするからである。同様に、片方のスリットしか開いていないときには、干渉縞のない確率分布がフィッシャー情報量を最小にする。このように干渉縞の有無は電子が粒子か波かを表すのではなく、各条件下でどのような確率分布がフィッシャー情報量を最小にするかを表すと考える。これが全体論的なアンサンブル解釈の考え方である。局所的に見るのではなく、大局的に見れば2つの実験条件は明らかに異なっており、異なる実験だから異なる分布（結果）が得られるのは当然だと解釈できる。

2.3 ベルの不等式の破れ

全体論的なアンサンブル解釈が二重スリット実験における干渉性の有無を説明できることはわかった。それでは、ベルの不等式の破れは説明できるだろうか。

ベルの不等式は次のようにして導出される [13, 14, 15]。今、図2のように2個の電子（IとII）をある状態に準備し、逆向きに発射しよう。それらの電子が十分に遠方に離れたのち、電子Iを角度 α の方向のシュテルン＝ゲルラッハ磁場に通し、電子IIを角度 β の方向のシュテルン＝ゲルラッハ磁場に通す。電子はスピンを持つのでシュテルン＝ゲルラッハ磁場を通ると

図2 相関を持つ2粒子の測定

表1 データの例

データ	方向	1	2	3	...	N
a	α	+1	-	-1	...	-
b	β	-1	-1	-	...	-
c	γ	-	-1	-	...	-1
d	δ	-	-	-1	...	+1

その軌道は上方または下方へずれる。そこで、上へずれたとき値+1を与え、下にずれたとき値-1を割り振ることにする。角度 α のときのその値を a とし、角度 β のときの値を b とすると、この実験で $a = \pm 1$ 、 $b = \pm 1$ の測定値が得られる。そしてこの実験を繰り返し、 a と b の間の相関が得られる。(実験回数を N とすれば、相関は $\langle ab \rangle = \sum a_i b_i / N$ と表される。)

測定方向は任意だから、 α の代わりに方向 γ で電子Iを測定し、 β の代わりに方向 δ で電子IIを測定しても良い。このように測定方向を変えながら、この実験を N 回繰り返したとすると、例えば表1のようなデータが得られる。

ここで古典力学と同様に、測定された値が測定前から存在し(実在性の仮定)、また、その値は遥か遠方の測定装置の設定を変更しても変わらない(局所性の仮定)と考えてみよう。すると、我々がどの方向で測定しても測定値が得られ(実験事実)、その値はすべて測定前から存在したと考えるのだから(実在性の仮定)、実際には測定しなかった方向にも値が存在したことになる。例えば α と β の方向で測定したときも γ や δ の方向の値(c や d)も存在したと考えられる。したがって、2粒子は毎回、4つの値(a, b, c, d)を持っていたと考えられる。しかも、その値は遥か遠方の測定装

置の設定を変更しても突然変わることはないから(局所性の仮定)、確定した値と言える。これは同時確率分布 $P(a, b, c, d)$ が存在することに等しい。

この確定した確率分布をもとに相関について考えると、 a, b, c, d の値はどれも ± 1 だから、

$$\text{i) } a = c \text{ のとき } a + c = \pm 2, a - c = 0$$

$$\text{ii) } a \neq c \text{ のとき } a + c = 0, a - c = \pm 2$$

よって、 $(a + c)b - (a - c)d = \pm 2$ となるから、

$$|\langle ab \rangle + \langle cb \rangle + \langle cd \rangle - \langle ad \rangle| \leq 2 \quad (3)$$

が成り立つ。これが「ベルの不等式」である⁵。

量子力学の場合、左辺の各相関の値は

$$\langle ab \rangle = \cos(\alpha - \beta), \langle cb \rangle = \cos(\beta - \gamma),$$

$$\langle cd \rangle = \cos(\gamma - \delta), \langle ad \rangle = \cos(\alpha - \delta)$$

と計算できる⁶。よって、 $\alpha = 0^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ 、 $\gamma = 90^\circ$ 、 $\delta = 135^\circ$ の場合を考えて、これらの値を代入すると、

$$\begin{aligned} (3) \text{ の左辺} &= |\cos(\alpha - \beta) + \cos(\beta - \gamma) \\ &\quad + \cos(\gamma - \delta) - \cos(\alpha - \delta)| \\ &= 2\sqrt{2} > 2 \end{aligned}$$

となり、ベルの不等式を破っていることがわかる。

現実の世界でもベルの不等式が破れていることが実験で検証されている。このように非常に単純な仮定から導出された不等式が破れていることは驚くに値する。それは、上記の「実在性の仮定」または「局所性の仮定」のどちらか(または両方)が現実には成り立っていないことを意味する。

2.4 全体論的なアンサンブル解釈による説明

全体論的なアンサンブル解釈は、確率分布が領域内の環境全体に依存して決まるというフリーデンの考え方を取り入れている。このとき、二重スリット実験で

⁵ ベルが導出した不等式は $|\langle ab \rangle - \langle ac \rangle| \leq 1 - \langle bc \rangle$ だが、この形では実験で検証できないので、クローザーらは $|\langle ab \rangle + \langle cb \rangle + \langle cd \rangle - \langle ad \rangle| \leq 2$ (CHSH 不等式)という形の不等式を導出した。実験で破れが確認されたのは CHSH 不等式であり、これも「ベルの不等式」と呼ばれている。

⁶ スピン1重項状態の電子対を考える。左辺の相関 $\langle ab \rangle$ は $\langle ab \rangle = (+1)\frac{1}{2}\sin^2\frac{(\alpha-\beta)}{2} + (-1)\frac{1}{2}\cos^2\frac{(\alpha-\beta)}{2} + (-1)\frac{1}{2}\cos^2\frac{(\alpha-\beta)}{2} + (+1)\frac{1}{2}\sin^2\frac{(\alpha-\beta)}{2} = -\cos(\alpha-\beta)$ となる。同様に、 $\langle cb \rangle = -\cos(\beta-\gamma)$ 、 $\langle cd \rangle = -\cos(\gamma-\delta)$ 、 $\langle ad \rangle = -\cos(\alpha-\delta)$ が得られる。

図3 全体論的なアンサンブル解釈の見方

粒子が通過しない方のスリットの開閉の影響を受けたように、確率分布の決まり方が非局所的になる。そのため、ベルの不等式の導出で用いた前提（局所性の仮定）が崩れ、必ずしもベルの不等式が成り立つとは言えなくなる。しかし、ここで議論したいことは「前提が崩れる」ということではない。問題は、全体論的なアンサンブル解釈がどのような仕組みでベルの不等式を破るのかである。この点について以下で説明しよう。

全体論的なアンサンブル解釈では、確率分布が領域内の環境全体に依存して決まると考える。つまり、確率分布は図3のように領域内（破線の内側）の環境全体に依存する。これは、現在（ $t = t_1$ ）から未来（ $t = t_2$ ）までの環境全体に依存して決まることを意味する。したがって、現在の確率分布は未来の環境に依存しうることになる。この「未来への依存性」によりベルの不等式が破れるのである。

両端が折れ曲がった針金のモデル

具体的なモデルを用いてそのイメージを説明しよう。ホッチキスの針のように両端が直角に曲がった針金 ABCD を考える（図4a）。この針金の両端（端 AB と CD）をねじって、それらが角度 θ をなすようにする（図4b）。ただし、端 AB と CD はどちらも辺 BC に対して垂直を保つ。つまり、角度 θ は端 AB と端 CD を xz 面に投影したときの角度である。

このような針金を多数用意する。ただし、角度 θ の針金の個数 $N(\theta)$ は $\sin^2(\theta/2)$ に比例するようにする。このとき、角度 θ の針金の個数 $N(\theta)$ と角度 $\theta + \pi$ の針金の個数 $N(\theta + \pi)$ の割合は

図4 針金のモデル

図5 環境 SG 中の両端

$$N(\theta) : N(\theta + \pi) = \sin^2 \frac{\theta}{2} : \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

となる。つまり、両端が同じ向きの針金は少なく、反対を向く針金が多い。このような針金の集団を準備しておく。

さて、こうして用意した集団の中から針金を一本取りだし、 xyz 空間の中に置く。ただし、 xyz 空間の中には特別な環境 SG_i ($i = 1, 2$) があり、針金の両端は必ず環境 SG_i の中にあるものとする。そして、環境 SG_i は向き θ_i を持ち、針金の端は環境 SG_i の中で必ず θ_i の向きかそれと反対の向きになっているとする（図5）。これらの条件を満たすとき、針金は一方の端が環境 SG_1 と同じ向き（ θ_1+ ）か反対向き（ θ_1- ）で、かつ、他方の端が環境 SG_2 と同じ向き（ θ_2+ ）か反対向き（ θ_2- ）であるから、両端の向きは（ θ_1+, θ_2+ ）、（ θ_1+, θ_2- ）、（ θ_1-, θ_2+ ）、（ θ_1-, θ_2- ）の4通りしかない。そして、各場合における両端の角度 θ は（ θ_1+, θ_2+ ）と（ θ_1-, θ_2- ）のときに $\theta_2 - \theta_1$ で、（ θ_1+, θ_2- ）と（ θ_1-, θ_2+ ）のときに $\theta_2 - \theta_1 + \pi$ である。

各場合が生じる確率 $P(\theta_1 \pm, \theta_2 \pm)$ を考えよう。ただし、準備した全ての針金の中から1本取り出すのではな

く、環境 SG に合う針金 (部分集団) の中から 1 本取り出すときの確率を考える。環境 SG に合う針金の向きは (θ_1+, θ_2+) , (θ_1+, θ_2-) , (θ_1-, θ_2+) , (θ_1-, θ_2-) の 4 通りで、両端間の角度が $\theta_2 - \theta_1$ の針金と $\theta_2 - \theta_1 + \pi$ の針金の個数の比は、 $\delta = (\theta_2 - \theta_1)/2$ として

$$N(\theta_2 - \theta_1) : N(\theta_2 - \theta_1 + \pi) = \sin^2 \delta : \cos^2 \delta$$

より、 $N(\theta_2 - \theta_1) + N(\theta_2 - \theta_1 + \pi) = N_0$ とすると、

$$N(\theta_1+, \theta_2+) = N(\theta_1-, \theta_2-) = N_0 \sin^2 \delta$$

$$N(\theta_1+, \theta_2-) = N(\theta_1-, \theta_2+) = N_0 \cos^2 \delta$$

となる。環境 SG に合う針金の数を N_{SG} とすると、

$$\begin{aligned} N_{SG} &= N(\theta_1+, \theta_2+) + N(\theta_1+, \theta_2-) \\ &\quad + N(\theta_1-, \theta_2+) + N(\theta_1-, \theta_2-) \\ &= 2N_0 \sin^2 \delta + 2N_0 \cos^2 \delta = 2N_0 \end{aligned}$$

よって、 (θ_1+, θ_2+) と (θ_1-, θ_2-) のどちら向きに置かかを無作為に (確率 1/2 で) 選べば、

$$\begin{aligned} P(\theta_1\pm, \theta_2\pm) &= \frac{N(\theta_1\pm, \theta_2\pm)}{N_{SG}} = \frac{N_0 \sin^2 \delta}{2N_0} \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \end{aligned}$$

となる。同様にして、 (θ_1+, θ_2-) か (θ_1-, θ_2+) かを無作為に (確率 1/2 で) 選べば、

$$\begin{aligned} P(\theta_1\pm, \theta_2\mp) &= \frac{N(\theta_1\pm, \theta_2\mp)}{N_{SG}} = \frac{N_0 \cos^2 \delta}{2N_0} \\ &= \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \end{aligned}$$

が得られる。

さて、これらの確率を量子力学の場合と比べてみよう。量子力学では、 $P(\alpha\pm, \beta\pm) = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{(\alpha-\beta)}{2}$ 、 $P(\alpha\pm, \beta\mp) = \frac{1}{2} \cos^2 \frac{(\alpha-\beta)}{2}$ であったから、確率が同じ形をしていることがわかる。したがって、量子力学の場合と同様に、この針金モデルもベルの不等式を破ることができる。

具体的な計算は次のようになる。環境 SG₁ の向きが θ_3 の場合や環境 SG₂ の向きが θ_4 の場合も含めて考えることとし、さらに針金の端が θ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) と同じ向き (θ_i+) のときにその端に $\sigma_i = +1$ の値を与え、反対向き (θ_i-) のときに $\sigma_i = -1$ を与えることにする。このとき、相関はそれぞれ $\langle \sigma_1 \sigma_2 \rangle = -\cos(\theta_1 - \theta_2)$ 、 $\langle \sigma_3 \sigma_2 \rangle = -\cos(\theta_3 - \theta_2)$ 、 $\langle \sigma_3 \sigma_4 \rangle = -\cos(\theta_3 - \theta_4)$ 、

$\langle \sigma_1 \sigma_4 \rangle = -\cos(\theta_1 - \theta_4)$ となる。ここで、 $\theta_1 = 0^\circ$ 、 $\theta_2 = 45^\circ$ 、 $\theta_3 = 90^\circ$ 、 $\theta_4 = 135^\circ$ を代入すれば、

$$\begin{aligned} (3) \text{ の左辺} &= |\cos(\theta_1 - \theta_2) + \cos(\theta_3 - \theta_2) \\ &\quad + \cos(\theta_3 - \theta_4) - \cos(\theta_1 - \theta_4)| \\ &= 2\sqrt{2} > 2 \end{aligned}$$

となり、このモデルはベルの不等式を破っていることがわかる。

なぜベルの不等式を破ることができたか

なぜ針金モデルは (実在的であるにもかかわらず) ベルの不等式を破ることができたのだろうか。それは、針金の端の確率が **2 つの環境** (θ_1 と θ_2) のみに依存したからである。針金モデルとベルの考え方 (2.3 節で示した) の間にある根本的な違いは、ベルが 4 方向への同時確率分布 $P(a, b, c, d)$ を仮定したのに対して⁷、針金モデルはそれを仮定しない点である。そもそも針金モデルは端が 2 つしかないので 4 方向に対する同時確率分布などありえない。例えば、針金の両端が θ_1+ と θ_2- を向いているときに、同時に θ_3- と θ_4+ を向いているというようなことは考えようがない。

針金モデルのように 2 方向の同時確率分布しか考えない場合とベルのように多方向への同時確率分布を仮定する場合の大きな違いは、測定状況に対する考え方である。2 方向の値を得るときの測定状況は、例えば (α, β) という測定状況と (β, γ) という測定状況を異なるものと見なすことができる。そのため、確率 $P(\alpha\pm, \beta\pm)$ と $P(\beta\pm, \gamma\pm)$ は互いに独立した量だと考えることができる。(実際、我々はこの性質を利用して針金モデルでの確率分布を量子力学と同じ形に設定した。)

他方、ベルのように多方向への同時確率分布 $P(a, b, c, d)$ を仮定した場合、一つの測定状況しか考えていないことになる。なぜなら、例えば (α, β) で測定する場合と (β, γ) で測定する場合で同時確率分布 $P(a, b, c, d)$ が変わらないからである。(そのため測定状況への依存性を考える必要がなくなる。) このとき、

⁷ 正確に言えば、ベルが仮定したのは同時確率分布ではなく、隠れた変数 λ の分布 $\rho(\lambda)$ と各値の依存性 $A(\alpha, \lambda), B(\beta, \lambda), C(\gamma, \lambda), D(\delta, \lambda)$ である。しかし、 $P(a, b, c, d) = \int d\lambda \rho(\lambda) |(A+a)(B+b)(C+c)(D+d)|/16$ と定義すれば同時確率分布が導出できる。例えば $P(+, +, -, -) = \int_S d\lambda \rho(\lambda) |(A+1)(B+1)(C-1)(D-1)|/16 = \int_S d\lambda \rho(\lambda)$ である。(ここで S は $(A, B, C, D) = (+1, +1, -1, -1)$ となる λ の領域。)

確率 $P(\alpha\pm, \beta\pm)$ と $P(\beta\pm, \gamma\pm)$ の間には何らかの関係性が生じ、それが一つの制限となる⁸。そして、この制限によってベルの不等式が破れなくなってしまうのである。

結局、針金モデルがベルの不等式を破ることができるのは、測定状況ごとに異なる確率分布を与えたからだと言える。具体的には、針金集団の全体の中から一本の針金を取り出すのではなく、環境ごとに異なる針金集団（部分集団）から一本取り出すことを考えたことがそれに当たる。測定状況ごとに母集団を変えたため、確率の分母（母集団）が針金の全集団の個数 N_{tot} ではなく、環境 SG に応じた部分集団の個数 N_{SG} になる。これにより確率が環境（測定状況）に依存することになる。そのため、ベルの不等式を破ることができたのである。

ここで重要なことは、針金モデルにおける4通りの設定 (θ_1, θ_2) 、 (θ_3, θ_2) 、 (θ_3, θ_4) 、 (θ_1, θ_4) での実験はそれぞれ別々の実験と見なさなければならないことである。そして、その場合、ベルの不等式 (3) の左辺にある相関 $\langle\sigma_1\sigma_2\rangle$ 、 $\langle\sigma_3\sigma_2\rangle$ 、 $\langle\sigma_3\sigma_4\rangle$ 、 $\langle\sigma_1\sigma_4\rangle$ の和や差を計算できない。なぜなら別々の実験のデータから求めた相関を足したり引いたりできないからである。それにも関わらず無理矢理足したり引いたりして出した意味のない値が、ベルの不等式を破る $2\sqrt{2}$ という値だったと説明される。

量子力学がベルの不等式を破るのもこれと同じだと全体論的なアンサンブル解釈では考える。量子力学を用いて計算した相関 $\langle ab\rangle$ 、 $\langle cb\rangle$ 、 $\langle cd\rangle$ 、 $\langle ad\rangle$ の値はそれぞれに正しいが、それらを足したり引いたりできない。なぜなら量子力学では測定状況が変われば確率分布が変わるからである。異なる測定状況で得られたデータは、別々のデータとして扱われなければならない。

全体論的なアンサンブル解釈は、ベルの不等式の導出が間違っていると言っているわけではない。また、量子力学が間違っているとも主張しない。両者は両立する。間違っていたのは、測定状況の違いを無視できないため量子力学をベルの不等式に適用できないのに、それをしたことである。ベルは量子力学での相関 $\langle ab\rangle$ 、 $\langle cb\rangle$ 、 $\langle cd\rangle$ 、 $\langle ad\rangle$ をそのまま (3) の左辺へ代入して無理矢理計算したため、不等式を破る値が出たのである。

⁸ 例えば、 $P(\alpha+, \gamma+) + P(\beta+, \gamma-) = P(\alpha+, \beta+, \gamma+) + P(\alpha+, \beta-, \gamma+) + P(\alpha+, \beta+, \gamma-) + P(\alpha-, \beta+, \gamma-) = P(\alpha+, \beta+) + P(\alpha+, \beta-, \gamma+) + P(\alpha-, \beta+, \gamma-) \geq P(\alpha+, \beta+)$ を満たさねばならない。

測定状況の違いを考慮すれば、ベルの不等式に量子力学を適用できず、逆に、測定状況の違いを無視して何でも適用すれば、たとえ実在的な針金モデルでもベルの不等式を破ることができる。これが、ベルの不等式の破れに対する全体論的なアンサンブル解釈からの答えである⁹。

ただし、このような解釈を採用するには大きな問題が一つある。それは「現在の確率分布が未来の測定状況に依存する」ことを受け入れなければならない点である。もし針金モデルによる解釈を量子力学に適用すれば、実験設定（針金モデルでの環境 SG_i の向き）とはシュテルン＝ゲルラッハ磁場の向きである。そして、それは2電子系が発射された時点（現在）よりも後に変えられるのだから、「未来」において決まることになる。

この点は非常に重要である。全体論的なアンサンブル解釈のように「測定状況の違いを考慮した確率を考える」ということは「未来の測定状況に依存した確率を考える」ということである。しかし、そのような確率を考えることは人間には不可能である。なぜなら我々には未来の測定状況がわからないからである。我々には未来の測定状況を区別する方法がない。そのため、異なる状況のデータを混合して計算していることに気づかない。こうして測定状況の違いを無視して計算されたのが、量子力学によるベルの不等式の破れだったと全体論的なアンサンブル解釈では考える。

3. 議論

3.1 測定状況依存性

ベルの不等式は「Outcome Independence (OI)」と「Parameter Independence (PI)」という概念を用いて議論されることがある。（たとえばバブ [17], 2.5 節, pp. 64–70 やその引用文献。）それら先行研究で示されているように、ベルの不等式は OI と PI から導出できる。よって、ベルの不等式の破れは OI または PI の不

⁹ 針金モデルはベルの不等式の破れを説明するが、他の問題まで解決するわけではない。例えばなぜ物理量が演算子で表されるのかは説明しない。この問いに対する答えは白井 (1998, 2009) が示した考え方（物理量に関するアンサンブル解釈）が有効である [9, 16]。そこではスピン内部自由度とスピンの向きが区別され、前者は実在的、後者は非実在的と見なされる。ただ、その解釈を採用してもしなくても全体論的なアンサンブル解釈を採用することはでき、本論文の結論に影響しない。よって、物理量やスピンの概念の解釈についてこれ以上議論しない。

成立を意味する。針金モデルは OI と PI のどちらかを破っているのだろうか。

まず OI と PI の概念について説明すると、OI とは結果に対する独立性のことである。(測定角度 α, β という状況の下で) 電子 I の値が a である確率 $P^{\alpha\beta}(a|b)$ が電子 II の結果 b から独立ならば $P^{\alpha\beta}(a|b) = P^{\alpha\beta}(a)$ が成り立ち、電子 II の確率 $P^{\alpha\beta}(b|a)$ が電子 I の結果 a から独立ならば $P^{\alpha\beta}(b|a) = P^{\alpha\beta}(b)$ が成り立つ。これらが成り立つことが条件 OI である。

次に PI だが、PI とは測定状況に対する独立性のことである。電子 I の確率 $P^{\alpha\beta}(a)$ が電子 II の測定状況 β から独立ならば、 $P^{\alpha\beta}(a) = P^{\alpha}(a)$ が成り立つ。同様に、電子 II の確率が電子 I の測定状況と無関係ならば、 $P^{\alpha\beta}(b) = P^{\beta}(b)$ が成り立つ。これらが成り立つことが条件 PI である。

OI と PI が成り立つとベルの不等式が成り立つので、針金モデルはどちらかを破っているはずである。どちらかを破っているのか調べるために針金モデルを OI の式に当てはめてみよう。 $\delta' = (\alpha - \beta)/2$ として

$$\begin{aligned} P^{\alpha\beta}(a = +1|b = +1) &= P(\alpha + |\beta +) \\ &= \frac{N(\alpha + |\beta +)}{N(\alpha + |\beta +) + N(\alpha - |\beta +)} \\ &= \frac{N_0 \sin^2 \delta'}{N_0 \sin^2 \delta' + N_0 \cos^2 \delta'} \\ &= \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2} \\ P^{\alpha\beta}(a = +1) &= \frac{N(\alpha +, \beta +) + N(\alpha +, \beta -)}{N_{SG}} \\ &= \frac{N_0 \sin^2 \delta' + N_0 \cos^2 \delta'}{2N_0} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

よって、OI は成り立たない。PI についても調べると、

$$P^{\alpha\beta}(a = +1) = \frac{1}{2}, \quad P^{\alpha}(a = +1) = \frac{N^{\alpha}(\alpha +)}{N_{tot}}$$

より PI も成り立たない¹⁰。

このように針金モデルでは OI も PI も成り立たない。PI が成り立たない原因は、針金の全集団を母集

団とせず、環境 SG (角度 θ_1, θ_2) に合う針金の集団を母集団としていることにある。このように測定状況依存的な母集団を設定できるのは、全体論的なアンサンブル解釈に基づいているからである。そして、この測定状況依存性によって相対的な角度 $\theta_1 - \theta_2$ にしか依存しない確率を考えることが可能になり、そのため $P(\theta_1 \pm, \theta_2 \mp) = (1/2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)/2$ という強い相関を生み出す確率を設定できるようになっている。つまり、ベルの不等式を破るには OI を破る強い相関が必要だが、そのような確率は PI を破る状況設定によって可能になっているのだと言える。

3.2 未来への依存性は奇妙か

全体論的なアンサンブル解釈の大きな特徴は、確率分布の全体が環境全体に依存すると考える点である。そして特に重要なのは、その「環境」が未来の測定状況を含むという点である。つまり、**現在の確率分布が未来の環境に依存する**。このような非局所性 (時間的な非局所性) を含むために全体論的なアンサンブル解釈はベルの不等式の破れを説明できる。しかし、この「未来への依存性」という考え方は多くの人にとって受け入れがたいものではないだろうか。そこで、この点についてさらに深く考察しよう。

普通、我々は過去 ($t = t_1$) の環境が未来 ($t = t_2$) の確率分布を決めることはあっても、未来の環境が過去の確率分布を決めることはないと考える。それはなぜだろうか。それは、我々が巨視的世界の経験を通して「現在生じている事柄の原因は必ず過去にある」という先入観を持っているからである。我々は、相関関係のある 2 つの事柄があると、暗黙のうちに過去が「原因」で未来が「結果」だと考える。そうした因果的な見方が「未来への依存性」という考え方に抵抗を感じさせるのである。それを表したのが図 6 である。この図に示したように、普通、2 電子系を発射した時点 ($t = t_1$) の確率分布が原因で、その結果として観測地点 ($t = t_2$) での測定値が得らえると考ええる。そのため、図の矢印のような因果の向きを想像する。

しかし、この因果的な見方を (先入観かもしれないとして) 取り除いてみたらどう見えるだろうか。「因果ありき」から出発するのではなく、それ以外のところから出発してみるのである。例えば、物理法則から考えてみよう。(熱力学第二法則を除き) 基本的に物理法則は時間対称であることはよく知られている。このことは過去と未来が平等であることを意味している。

¹⁰ $N^{\alpha}(\alpha +)$ はさまざまな角度の針金のうち $a = +1$ である針金の個数である。 $\beta_1, \beta_2, \dots$ を互いに異なるさまざまな角度として $N^{\alpha}(\alpha +) = \sum_i N^{\alpha\beta_i}(\alpha +) = \sum_i \{N(\alpha +, \beta_i +) + N(\alpha +, \beta_i -)\}$ と表せる。また、 N_{tot} はすべての針金 (両端の角度が環境 SG に合わないものも含めた) の個数であり、 $N_{tot} = N^{\alpha}(\alpha +) + N^{\alpha}(\alpha -)$ と表せる。

図6 従来からの因果的な見方

図7 古典力学における因果的な見方（運動方程式）

したがって、未来が過去に依存するのであれば、過去が未来に依存していてもおかしくない。また、それによって何か物理的な問題が生じることもない。

物理法則だけ考えるのであれば、むしろ時間対称な考え方の方が自然だと言える。例えば、ニュートン力学における運動の法則は時間の向きの入れ替え ($t \leftrightarrow t'$) で変わらない。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F \leftrightarrow m \frac{d^2 x}{dt'^2} = F$$

しかし、これを解くときには、初期状態から出発し、順次、時間発展を計算するという時間非対称で因果的な方法を用いる（図7）。こうして求められた解はその物体の世界線と呼ばれる。

世界線の求め方にはもう一つある。それは変分原理に基づく全体論的な求め方である。そこでは、運動方程式の代わりに、次の「最小作用の原理」が成り立つと考える。

$$I = \int \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 - V(x) \right) dx = \min.$$

これを満たす解を求めると、先ほどと全く同じ解（世界線）が得られるが、背景にある考え方は先の運動方

図8 古典力学での全体論的な見方（最小作用の原理）

程式による因果的な考え方とはまったく違う。運動方程式では、まず初期状態が決まっていると考え、そこからの因果的な時間発展を考え、最小作用の原理から求める場合、先に初期状態と終状態が決まっていると、それをつなぐ線がどうであれば最小作用になるのかを考える。それを示すと図8のようになる。

この考え方では、初期状態と終状態を結ぶさまざまな世界線のうち、全体として作用を最小にする世界線が実現すると考える。そのため、そこに因果の観念はない。過去の世界線から未来の世界線が少しずつ生み出されるのではなく、過去から未来までの世界線が（初期条件や終条件を含む）環境に合うように少しずつ調整され、最終的に最適なもの（最小作用の世界線）が実現すると考える。このように古典力学では、最小作用の原理という時間対称な考え方を受け入れられてきた。この考え方に慣れていれば、因果的な見方を捨てて時間対称的な見方をしても問題が生じないことは理解できるだろう。

さて、時間対称的な見方を受け入れると、次のようにして「未来への依存性」という考え方が出てくる。まず、初期状態 ($t = t_0$) と終状態 ($t = t_f$) の間の時刻 t_1 ($t_0 < t_1 < t_f$) に特別な環境（測定環境）があったとしよう。このとき、その時刻より未来 ($t > t_1$) だけがその環境の影響を受けると考えることはできない。なぜなら時間対称的な見方（図8）では、世界線や確率分布は過去から未来までが全体として作用やフィッシャー情報量を最小にすると考えからである。未来 (t_f) も過去 (t_0) も環境 (t_1) に依存しながら最小となるように決まる。そして、過去 (t_0 付近) から見れば時刻 t_1 は未来 ($t_1 > t_0$) だから、過去の世界線（確率分布）は未来の環境に依存して決まっていることになる。こうして時間対称的な見方から「未来への依存性」という考え方が出てくる。

次に、実験的な側面を考えてみよう。図2の実験(相関を持つ2個の電子の実験)のように2つの確率的な現象があった場合を考えてみる。実験において重要なことは何が観測できるのかという点である。2つの確率現象があった場合、我々が観測できるのはそれらの間の相関だけであって因果関係ではない。この2つの現象にどのような相関関係があったとしても、その一方を原因とし、他方を結果とすべき物理的な理由(根拠)はない。したがって、実験的な側面を見ても、因果的な見方をやめた場合に何も問題が生じないことがわかる。

結局、物理法則や実験という側面から考えたとき、現在が未来に依存するという考え方(未来依存性)は何も問題を生じさせないことがわかる。もしも(巨視的な世界での我々の経験以外に)因果的な見方を裏付けるものが何もないのだとすれば、未来への依存性という考え方は十分検討に値すると言えよう。

未来への依存性と逆向きの因果

「因果的な見方」をやめれば「未来への依存性」がおかしくないことを説明したが、それでもまだ多くの人はこの考え方を受け入れづらいだろう。それは、どうしても「未来への依存性」と「逆向き因果」(未来が過去を変えること)を混同してしまうからだろう。しかし、全体論的なアンサンブル解釈における「未来への依存性」は「逆向き因果」と同じではない。そこで、次に「未来への依存性」と「逆向き因果」の関係について議論しよう。

未来への依存性について議論するのは著者が最初ではない。例えば、プライスは彼の著書においてその可能性を分析している[18]。彼はまず、時間の流れの外から眺める視点(ブロック宇宙観)の重要性に触れ、我々自身が時間の流れの中での存在であることを述べる([18], p. 9, p. 16, p. 29; [19], p. 8, p. 12, p. 20)。次に、彼は物理学的な時間対称性について議論を進める。エントロピー増大などのマクロな時間非対称性や相互作用におけるミクロな時間非対称性について説明した後、後者と量子力学の解釈の関係について考察する。

プライスによれば、量子力学の問題(非局所的な量子相関)はミクロな時間非対称性の考え方(相互作用する2つの系に相関があるのは相互作用後だけで前にはないとする考え方)を捨てれば解決する。なぜならそれは、未来で起きる相互作用が過去の相関を生み出しう

るからである。これは「未来への依存性」に近い考え方である。彼はこの解決法がすでにベルによって指摘されていたことを述べ、この解決法を採用するには自由意志の概念を放棄せねばならないことを説明する。そして、ベルが「自由意志は本物だ」と考えていたことに触れた後、「単に、われわれには自由意志がないと科学が証明した」とも考えられることを説明している([18], pp. 346–347; [19], p. 232)。つまり、自由意志は客観的な世界において「幻」だということである。同様に、プライスは「因果の非対称性の源が世界のなかにはなく、われわれの中にある」とする見方、つまり、因果も客観的な世界においては「幻」だという考え方を提示している([18], p. 262; [19], p. 170; [23], p. 5)。

さらにプライスは考えを発展させる。彼は(上記の解決法の)「利点を生かしながら、自由意志を救えるかもしれない」と述べ([18], p. 347; [19], p. 232)、ベルの不等式を破るような相関が「系と測定装置の間の“未来”の相互作用によって得られる」という考え方を提示する。彼はそれを「共通未来の仮説」と呼んだ。世界は時間対称的だから過去から未来へ向く因果(順向き因果)だけでなく未来から過去へ向く因果(逆向き因果)もあるはずだと彼は考えた。そして、逆向き因果が存在すれば、未来の実験設定が過去の相関を生み出せるのだから、実験者は未来の実験設定を自由に選べることになる。(実験者が自由に選ぶ未来が原因となり、過去の相関が生じる。)つまり、「以前の状態は実験者の管理下にある」ことになり([18], p. 359; [19], p. 242)、これによって実験者の自由意志や因果の観念が救われる。

ここまで来るとプライスの考え方は我々の考え方と異なってくる。全体論的なアンサンブル解釈は、むしろ自由意志や因果の観念を放棄することを提案する。全体論的なアンサンブル解釈では、過去から未来までの環境全体が過去から未来までの分布全体を決める。全体が全体を決めるのだから、そこに因果の向きはない。環境と物理法則に従って全体が予定調和的に分布しているのであり、それを人間の目から見れば順向き因果や逆向き因果があるように見えるということである。このように我々の考え方はプライスのいう「逆向き因果」とは違う。しかし、過去が未来に依存することや、因果や自由意志を主観的なものと見なすところまでならばほぼ同じと言える。

ここで、「未来への依存性」と「逆向き因果」の違いをもう少しはっきりさせておこう。著者は「逆向き因

果」という用語を「未来への依存性」とはっきり区別して用いた。ここで言う「未来への依存性」とは、確率分布が過去と同様に未来の環境にも依存するというものである。つまり、過去から未来までの環境全体に依存するという意味であり、図1や図3に示したようにそこに方向性はない。これに対し、因果は必ず向きを持つ。通常の因果であれば必ず過去から未来へ向かうし(図6)、逆向き因果であれば未来から過去へ向かう。確かにプライスの言うように順向き因果と逆向き因果が混在すれば時間対称的になるかもしれないが、それは我々が図1や図3で示した全体論的なイメージとはまったく異なる。

因果の概念は哲学の分野で長らく議論されてきたテーマである。因果の定義や相関との違いについては哲学の教科書(例えば森田[20])に詳しい説明があるのでここで議論しないが、森田(2010)は因果の各種定義に基づき、因果の非対称性と逆向き因果について分析した[21]。彼は因果過程と因果の向きを分けて考え、保存則を根拠に因果過程は客観的な世界に存在するとし、因果の向き(因果の非対称性)については我々の側(主観)にあると考えた。そして、量子力学の非局所相関が逆向き因果として解釈できる可能性について考察し、(プライスはその可能性を示したにすぎなかったが)クレマーの交流解釈[22]を採れば順向き因果と逆向き因果(前進波と後進波の交流; transaction)によってシュレーディンガー方程式のレベルからうまく解釈できると説明した。

森田の結論、プライスの主張、そして本論文の内容は、時間対称性を客観的な世界の性質と見なし、因果の向きを主観的なものと見なす点で共通している。しかし、そこから逆向き因果を取り入れようとするかしないかで大きく分かれる。プライスや森田は因果的な見方を保持したまま、「量子現象の説明に逆向き因果を加えれば問題が解決する」と説く。それに対して本論文の主張は、因果的な見方そのものを捨てて(未来への依存性という形で)全体論を取り入れて問題を解決した方が自然ではないかというものである。

量子力学の解釈との関連において時間対称性や逆向き因果について議論したのはプライスや森田だけではない。例えばStanford Encyclopedia of Philosophy[23]の「逆向き因果(Retrocausality)」の章にはそうした研究が多数紹介されている。そこには渡辺[24]やアハラノフら[25]の“Two-State Vector Formalism”、シルバースタインら[26]の“Relational Blockworld

Interpretation”、ワートン[27]の“All-at-once Lagrangian Model”など時間対称的な解釈が逆向き因果のモデルとして紹介されている。ただ、それらにおいて「逆向き因果」の概念はプライスや森田の研究ほど明確に分析されているわけではないので、ここでは詳細に立ち入らないことにする。

3.3 超光速通信と超決定論

ベルが指摘した2つの可能性も非常に重要なので、それらについて議論しよう。その第一は、超光速通信(遠隔作用)の可能性である。ベルは「ベルの不等式」を導出した際、超光速で伝わる信号があればその不等式を破ることができることを指摘した[13]。この考え方は通常の因果的な見方や「逆向き因果」の考え方とは違うが、これも因果の観念が原因となって生じていると考えられる。なぜ因果的な見方を採ると「超光速通信」があるように見えるのか説明しよう。

上で説明してきたように、ベルの不等式の破れを説明するには「未来への依存性」や「逆向き因果」を導入しなければならないが、それは確率分布が途中で変わらないと仮定した場合である。過去に決まっていた確率分布が、遥か遠方の測定状況の影響を受けて途中で変わりうる場合、ベルの不等式を破ることが可能になる。例えば、図2の実験で我々は確定した確率分布 $P(a, b, c, d)$ から $P(a, b) = \sum_{c,d} P(a, b, c, d)$ 、 $P(c, b) = \sum_{a,d} P(a, b, c, d)$ のように相関を計算した。しかし、一方の電子の測定状況が他方の電子の確率分布に影響を与えうる場合、これらの関係は必ずしも成り立たない。

例えば、一方の電子の測定方向を β に決めたこと(原因)によって a や c の値が新しい値 a' や c' に変わった(結果)と考えた場合、相関は新しい確率分布 $P(a', b) \neq \sum_{c,d} P(a, b, c, d)$ や $P(c', b) \neq \sum_{a,d} P(a, b, c, d)$ となる。新しい確率分布には何の制限もないので、ベルの不等式を破る相関が可能になる。こうして、遥か遠方の測定状況がこちらの確率分布に影響を与えればベルの不等式を破れることがわかる。ただし、遥か遠方の状況が瞬時にこちらに影響を与えねばならないため、「超光速通信(遠隔作用)」という考え方に至るのである。この見方を示したのが図9である。そこには右側の粒子から左側の粒子へ向かう超光速通信の矢印が描かれている。このような超光速通信があれば、ベルの不等式を破ることができる。

しかし、この解釈は(ベルが気付いていたように)一

図9 超光速通信を取り入れた考え方

つ大きな問題にぶつかる。それは相対性理論との不整合である。相対性理論によれば空間的に離れた2つのイベントはどちらが時間的に先か決められない。そのため、どちら向きに超光速通信が起きるか決められない。この問題の最も単純な解決方法は因果的な見方をやめることである。「超光速通信」も「逆向き因果」も因果的な見方に起因しているので、因果的な見方をやめればそれらは必要ない。全体論的なアンサンブル解釈は因果的な見方を取らないので「逆向き因果」や「超光速通信」を必要としない。

超決定論と自由意志

ベルは量子力学の非局所相関を解決するもう一つの方法(超決定論)に気付いていた。彼は、量子力学の基礎にある問題に関するインタビューで次のように答えている[6, 13]。ベル:「この問題を理解する一つの道は世界を超決定論的と見なすことです。それは生気のない決定論的な自然ということであり、実験する人も、あれかこれかの実験を選択する我々も、決定されているということです。」、質問者:「自由意志は幻想である。それが我々を窮地から救うというんですね?」、ベル:「それは当たっています。…(中略)…もし実験者が自由にこの干渉を行えないとすると、また、それが前もって決められていたとすると、困難は消えてしまいます。」このように述べている。

ベルの言う「超決定論」とは、古典力学の決定論を量子力学にまで拡張したものである。古典力学には「未

来はすでに決定していて我々の自由にはならない」という考え方、すなわち「決定論」が含まれている。それに対し、量子力学は確率的な予測を行う理論だから、決定論というより非決定論(未来は決まっていない)と考える人が多い。しかし、「非決定論的に見える量子力学の世界さえ未来が決定していると考えねばならない」とするのが超決定論である。

超決定論を採用するとなぜ問題が解決するかと言えば、それは、もし我々に選択の自由がないのであれば、相関を持つ2粒子系が発射された時点で確率分布が決まっていて、その決まっていた確率分布に都合が良いように我々が実験装置の設定を選択していると解釈できるからである。つまり、我々が自由に実験設定を選択しているのではなく、実は予定されていた実験設定を選択させられているということである。そう考えれば、確率分布は多数の方向への同時確率分布である必要はなくなり、(我々の解釈と同様に)2方向への同時確率分布になって問題が解決する。

超決定論の考え方はブロック宇宙観と整合的で、それゆえ全体論的なアンサンブル解釈ともよく合う。現在の確率分布がすでに確定した未来に依存するという考え方は、我々の言う「未来への依存性」とほぼ同じ考え方であり、全体論的なアンサンブル解釈の土台となっている。その土台の上に、フィッシャー情報量最小などの考え方を加えてシュレーディンガー方程式を説明し、全体論的なモデルを提示してイメージを与えたものが全体論的なアンサンブル解釈だと言って良いだろう。

ただし、超決定論は自由意志を否定するため、ベル自身がそれを支持したとは思えない。プライスが述べたようにベルは「自由意志は本物だ」と考えていた([18], p.346)。また、自由意志を否定する超決定論の考え方を受け入れがたいと感じる物理学者は多い。例えば、ツァイリングガーは次のように反論している[28]。「我々は暗黙のうちに実験家の“選択の自由”を仮定する。この基本的な仮定は科学を行うのに本質的です。もしこの仮定が成り立たないと、実験で自然に問いかけることは全く意味をなしません。なぜなら自然は我々の質問を決めることができるからです。」

しかし、この反論には次のように回答できる。ツァイリングガーは「選択の自由がないと実験で問いかけることに意味がなくなる」と主張しているが、その主張が正しかったとしても「だから選択の自由がある」とは結論できない。「我々の実験には意味があるべきだ」と

いう信念は個人的なものであり、「自由意思がある」と信ずるべき理由にはならない。我々が信じている「自由意志」や「行為（実験）の意味」は、物理的な世界のあり方を議論する際の根拠にはならない。自由意志や行為の意味は、物理的な世界の中ではただの「幻」かもしれない。

超決定論に強い拒否感を抱くのは、例えば次のように想像するからではないだろうか。

超決定論の問題点は、自然が「予知的」または「共謀的」という結論になってしまう点だ。ベルの不等式の破れを確認する実験で、2粒子の発射後も我々は自由に装置の向きを変えられた。それにも関わらず、その向きと独立に確率分布を設定できないということは次の二つの可能性しかない。第一は、未来の装置の向きを2粒子が知っていて、その向きに合わせて発射時の値（確率）を決めていた場合である。このように時間を逆行する情報（予知）があった場合、ベルの不等式を破ることができる。

第二は、2粒子が発射時点で持っていた値（確率）を周りの環境（実験家を含む）が知っていて、その値に合わせて未来の装置の向きを決めていた場合（共謀）である。例えば装置の向きをサイコロで決めたとする。サイコロの動きはサイコロと空気的全分子の初期値で決まるので、空気分子はちょうどサイコロが都合の良い向きになるように協力して働いたことになる。さらに2粒子の発射時の周りの環境は空気分子が都合よくその初期値となるように協力して働いたことになる。装置の向きを実験家を選んだ場合、実験家の脳内神経を構成する分子が協力してその向きを選ぶように働いたことになる。自然がこのように「予知的」であったり「共謀的」であったりすることは非常に不自然である。

これが超決定論や「未来への依存性」の考え方に對して拒否感を抱く人の典型的な考え方ではないだろうか。重要なことは、上記の考え方が「因果的な見方」に基づいている点である。具体的には次の通り。

原因：「未来に決まる向きを2粒子が知っていて」

結果：「発射時の値を決めていた」

原因：「発射時点で持っている値を環境が知っていて」

結果：「その値に合わせて未来の装置の向きが決まっていた」

我々は「因果的な見方」に慣れ親しんでいるため、それを捨てることに大きな抵抗があるだろう。しかし、その見方でいる限りどうしても「予知」や「共謀」を想像する。そして、自分で想像した「予知」や「共謀」（あるいは「逆向き因果」や「超光速通信」）に拒否感を抱くのである。

相関を持つ自然現象があっても、それらの間に必ず因果関係があるとは限らないことに注意しなければならない。AとBの間に相関があっても「AがBの原因」とは限らない。ベルの不等式の破れに対しても同様である。それらが因果的に説明できるとは限らない。そして因果的な見方をやめれば「予知」や「共謀」、「逆向き因果」や「超光速通信」など想像上の産物は必要なくなる。それは、単に物理法則によって未来と過去の間に関係があることを示しているにすぎない。それが全体論的なアンサンブル解釈の考え方である。

4. まとめ

議論をまとめると次のようになる。

- (1) アンサンブル解釈にはさまざまな種類があり、すべてがベルの不等式の破れと矛盾するわけではない。
- (2) 全体論的なアンサンブル解釈は次のようにベルの不等式を破れを説明する。世界が過去から順に因果的に決まっているのではなく、過去から未来までが全体として最適（フィッシャー情報量最小）になるように決まると考える。このとき、確率分布は未来を含む全環境に依存する。これにより同時確率分布が成り立たなくなり、ベルの不等式が破れる。
- (3) 全体論的なアンサンブル解釈は、因果的な見方をやめることを提案する。因果的な見方のままだと「逆向き因果」や「超光速通信」などの観念が必要になる。因果的な見方をやめて（ブロック宇宙観や超決定論など）全体論的な視点から量子力学を捉えなおせば、ベルの不等式などの問題が解決する。

参考文献

- [1] Einstein, A., "Physics and reality," *Journal of the Franklin Institute* **221**, 349-382 (1936).
- [2] Schilpp, P. A. (ed.), "Albert Einstein: Philosopher-Scientist" (1949).
- [3] Jammarr, M., 井上健訳, 「量子力学の哲学」, 紀伊國屋書店 (1984).

- [4] von Neuman, J., 井上健ら共訳, 「量子力学の数学的基礎」, みすず書房 (1932).
- [5] Schrodinger, E., 井上健訳, 「量子力学の現状」(1935), 現代の科学 II, 中央公論社 (1978).
- [6] Brown, J. R., and Davies, P. C. W., 出口修至訳, 「量子論と混沌」, 地人書館 (1987).
- [7] プロヒンツェフ, デイ・イ, 福山武志訳, 「量子力学の原理的諸問題」, 文一総合出版 (1974).
- [8] Popper, K. R., 篠崎研二ら訳, 「量子論と物理学の分裂」, 岩波書店 (1982).
- [9] Shirai, H., “Reinterpretation of quantum mechanics based on the statistical interpretation,” *Found. Phys.* (1998).
- [10] 白井仁人, 東克明, 森田邦久, 渡部鉄兵, 「量子という謎」, 勁草書房 (2012).
- [11] Frieden, B. R., “Fisher information, disorder, and the equilibrium distributions of physics,” *Phys. Rev.* (1990).
- [12] Frieden, B. R., “Estimation of distribution laws, and physical laws, by a principle of extremized physical information,” *Physica A* (1993).
- [13] Bell, J. S., “The Foundations of Quantum Mechanics,” *World Scientific* (2001).
- [14] Peres, A., 大場一郎ら訳, 「量子論の概念と手法」, 丸善 (2001).
- [15] Clauser, J. F., et al., *Phys. Rev. Lett.*, 23 (1969).
- [16] Shirai, H., “Reality and Non-Reality of Physical Variables of Science,” *Ann. J. Assoc. Phil. Sci.*, 18 (2009).
- [17] Bub, J., “Interpreting the Quantum World,” *Cambridge University Press* (1997).
- [18] Price, H., 遠山峻征, 久志本克己訳, 「時間の矢とアルキメデスの目」, 講談社 (2001).
- [19] Price, H., “Time’s Arrow and Arichimedes’ Point,” *Oxford University Press* (1996).
- [20] 森田邦久, 「理系人に役立つ科学哲学」, 化学同人 (2010).
- [21] 森田邦久, 「因果の非対称性と逆向き因果の可能性について」, *科学基礎論研究*, 38 (2010).
- [22] Cramer, J. G., “The Transactional Interpretation of Quantum Mechanics,” *Rev. Mod. Phys.*, 58 (1986).
- [23] “Retrocausality in Quantum Mechanics,” 2019, in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Zalta, E.N. (ed.), *Stanford University* (2020). (<https://plato.stanford.edu/info.html>)
- [24] Watanabe, S., “Symmetry of Physical Laws,” *Rev. Mod.*, 27 (1955).
- [25] Aharonov, Y., and Vaidman, L., “Complete Description of Quantum System at a given time,” *J. Phys. A*, 24 (1991).
- [26] Silberstein, M., W. M. Stuckey, and T. McDevitt, “Beyond the Dynamical Universe: Unifying Block Universe Physics and Time as Experienced,” *Oxford University Press*, (2018).
- [27] Wharton, K. B., “Time-Symmetric Quantum Mechanics,” *Found. Phys.*, 37 (2007).
- [28] A. Zeilinger, “Dance of the Photons,” *Farrar, Straus and Giroux* (2010).

(2020 年 2 月 17 日投稿、2020 年 9 月 18 日再投稿、2021 年 1 月 28 日再々投稿、2021 年 1 月 30 日掲載決定)