フラクタルと高分子

Fractal and High Polymers

中條利一郎

自然現象にせよ、社会現象にせよ、時間経過の認識法の一つは因果律である。Newton 力学はその典型で、初期条件さえ決めれば、後は微分方程式の解として一意的に定まる。もう一方には確率論がある。こちらでは無限の過去に引きずられない反面、未来も決定的には予測できない。現実の世界はその中間で、それほど決定論的でもなければ、確率論的でもない、中途半端な場合が多い。中途半端は定式化が最も難しい。中途半端に対する一つの挑戦がフラクタル理論である。

鎖状高分子が溶液中でとっている形態、いわゆるコンホメーションは、分子量という高分子にとって最も根源的な量の実験的決定にとって欠かせない情報である。通常、分子の両端間距離の二次モーメント、あるいは慣性半径が指標として用いられる。これらの指標は、歴史的には、まず、酔歩蹣跚（まんさん）の理論、あるいはガウス分布を用いて求められた、確率論的方法である。これは鎖を構成するセグメントが熱エネルギーによってゆらいでいることによる。このモデルでは、空間のある点を二つ以上のセグメントが同時に占有することを禁止していない。これは無視できる程度なのかどうか？

1次元系で考えてみよう。1本の線分の上の始点から第一のセグメントが右向きに置かれたとしよう。その終点から第二のセグメントが右にも左にもいけるのが確率論的立場である。しかし、左に戻ろうとすれば、占有禁止にひっかかる。右にいくしかない。つまり、決定論と同じである。1次元系では確率論が決定論に移行してしまうほど、重大な影響がある。2次元系の例として、2次元世界に住むNさん、Mさん、Rさんの3軒の家に電気、ガス、水道を引くことを考えてみよう。電線、配管など9本の線（それぞれが鎖状高分子と思えばよい）のうち、8本までは引けるが、残りの1本は引けない。やはり、重要である。その効果を排除体積効果という。しかし、次元とともに、その効果は小さくなっていくようである。事実、4次元以上の系では、同時に

●プロフィール●
Riichiro CHÛJÔ 帝京大学理工学部（409-0133 山梨県北都留郡上野原町八ツ沢 2525）環境マテリアル科・教授、理博
1954年京都大学理学部物理学科卒、東京工業大学名誉教授、専門は高分子構造

占有しないように働く斥力と、エントロピーを大きくするように働く引力とが同程度になり、排除体積効果は事実上無視できる。

両端間距離の二次モーメント $\langle r^2 \rangle$ はその分子がおかれている空間の次元、 d とセグメント数、 n を用いて、 $\langle r^2 \rangle \propto n^{6/(d+2)}$ で与えられる。私どもにとって最も現実的な3次元系では、指数は6/5に等しい。指数2が決定論、1が確率論の世界であることはいままでもない。それらの間の値をとる場合がフラクタルの世界である。

タンパク質は活性状態では定まったコンホメーションをとっている。原因となる物理量は決定論的である。しかし、視覚的にはフラクタルに見える。タンパク質では、指数はほとんどのものに対して1.2近傍であり、幾何学的には、視覚同様、フラクタルである。頭蓋骨は複数の骨の組み合わせである。それらの縫合の線の指数は1.33近傍の値をとる。これは頭蓋骨表面という2次元面の上でのフラクタルだからである。

以上がフラクタルと高分子のすべてではない。他の事柄については、この号の他の論文に委ねるとして、残りの紙幅で、意義と効果について述べよう。両端間距離の二次モーメントについての正攻法は摂動論である。排除体積パラメーターと呼ばれるパラメーターのべき級数として求められ、筆者の知る限り、6次の項まで求められている。大変な作業であり、頭が下がる。分子論的にはこの方が意味が明確である。反対に、フラクタル理論は分子の形態の大局的理解に向いている。統計力学と熱力学の係に似ているといえよう。