原 著

歯冠近遠心幅径値の分布型について

——多数標本に基づく検討——：第Ⅰ報

飯 田 忠 夫 相 馬 邦 道 三 浦 不二夫

東京医科歯科大学歯学部第1矯正学教室

(1985年6月29日 受付)

Study on Distribution Form of Mesiodistal Crown Diameter in a Large Number of Samples : Part 1

Tadao Iida, Kunimichi Soma and Fujio Miura

The First Department of Orthodontics, Faculty of Dentistry, Tokyo Medical and Dental University

The purpose of this paper is to examine the data distribution of the tooth size in a large number of samples. The objective teeth were the upper central and lateral incisors, upper canine, lower second bicuspid and upper and lower first molars. Their mesiodistal crown diameters were measured from 1,000 dental casts of the Japanese female orthodontic patients. On each of them, the histogram and a set of statistics, consisting of mean, standard deviation, coefficient of variance, skewness, kurtosis and Geary value were obtained in order to examine the distribution form.

As the result, these teeth were classified into the three types of distribution.

Type I : The normal distribution form was shown in the upper and lower first molars and upper central incisor.

Type II : The distorted distribution form was shown in the upper lateral incisor.

Type III : The leptokurtic distribution form was shown in the upper canine and lower second bicuspid.

As a consequence, it was suggested that it is necessary to take the greatest care in data processing in case of carrying out various statistical researches on the tooth size dealing with such teeth as Type II or III.

I. はじめに

一般に、臨床上の意志決定は、対象とする症例を、過去の経験により構築されたモデルに投射し、そのモデルとの適合性を、確率的に判断することにより行われてきているように思われる。また、それらに関連する臨床研究においても、その検討の過程に、検定や推定といった統計的方法が従来より多用されてきている。加えて、近年の計

算機技術の進歩は、複雑な演算処理を必要とするような確率論的手法に対しても汎用性を提供するまでになってきている。

しかしながら、これらの確率統計的手法を用いる際に、現状は、必要不可欠な検討条件を十分吟味せずに見過されたままで結論を求めているような報告が散見される。

そこで著者らは、今回この種の確率統計的手法の原点に戻り、最も基本的な検討条件である特性

値の分布型に対して、多数標本を用いて検討を加えることを目的とした。その検討対象の手はじめとして、日常の矯正臨床の形態分析の場で用いられてきている歯冠近遠心幅径値を用いた。

II. 資 料

多数標本の観点から信頼性の高い検討を加えるには、少なくともその標本数 1,000 を設定する必要があると考え、今回の検討に際して、昭和45年から昭和59年までに東京医科歯科大学歯学部附属病院矯正科を訪れた外来患者のなかから唇顎口蓋裂患者をはじめとする先天異常患者を除く、日本人女性で永久歯列の完成している顎態模型 1,000 症例を抽出し、資料として設定した。

なお、次項に記す計測操作に影響を与えるような摩耗、咬耗、また歯冠部欠損や充填物を印象された顎態模型、および癒合歯や癒着歯、双生歯をもつ顎態模型は、あらかじめその資料の対象とはしなかった。

III. 方 法

1. データの作成

前項で設定した 1,000 症例の顎態模型上の全歯の歯冠近遠心幅径値（以下、歯幅値とする）の分布型の検討にあたり、今回の報告では、とりあえず次に記す代表的な 6 歯を対象として検討を行った。すなわち、Butler¹⁾、Dahlberg²⁾ により提唱された“場の理論”（field theory）における“鍵歯”（key tooth）である上顎中切歯、上顎犬歯、上顎第 1 大臼歯、下顎第 1 大臼歯および一般に退化傾向の強いとされる上顎側切歯、下顎第 2 小臼歯をその対象とした。それぞれの歯の歯幅値の計測は、左側を代表させ、その計測方法は、藤田の方法³⁾に準じた。計測にはノギスを用い、その精度は 1/20 mm とした。なお、上顎側切歯における、栓状歯や円錐歯と呼ばれるものに対しては、歯冠切縁側 1/3 の部位に相当する近遠心幅径をもってその値とした。また、先天欠如歯の同定は、既往歴および X 線写真等を参照して行った。

2. 検討方法

計測された 6 歯の歯幅値の分布型に検討を加えるため、以下の 3 つの方法を用いた。

第 1 の方法として、分布型を直観的かつ定性的に把握することができるように従来より用いられてきているグラフによる表示、すなわち、度数分布図の作成が行われた。その際の度数分布図は、それぞれの歯幅値が連続型変数であるため階級幅を有するグラフ、すなわち柱状図(histogram)を用いた。一般に、柱状図は同一のデータを扱いつながりながらも設定された階級数の値によりその型が変動するものといわれている。したがって、それぞれの歯の本来的な分布型を調査標本によりその型を可及的に近似させることができるように、階級数の決定には十分に考慮を加える必要がある。そこで、標本数、最大値、最小値をパラメータとする Sturges、国沢、清水らの階級数基準を参考にし、歯種ごとにそれらの階級数が 20~23 になるように決定した。なお、境界値についても、個々の測定値が隣りあう 2 つの階級の境界上にくるのを防ぐため、測定値の精度の 1/2 の値を境界値の単位とするように考慮を加えた。そのような操作のもとに得られた柱状図を図 1 に示す。

第 2 の検討方法として、第 1 の検討方法を定量的に補うべく、分布型に対するいくつかの統計量の算出が行われた。これには積率 (moment) の考え方を中心に採用した。すなわち、まず 1 次の積率として、分布型の位置の測度 (measure of location) である算術平均(mean)が、次いで 2 次の積率として、分布型の変動性の測度 (measure of variation) である標準偏差 (standard deviation) および変動係数 (coefficient value) が算出された。加えて、分布型の歪度 (skewness) および尖度 (kurtosis) としての測度が、3 次と 4 次の積率をもとにして求められた。

なお、これら歪度と尖度は、3 次と 4 次の積率を、2 次の積率で標準化したものである。すなわち、

$$\sqrt{\beta_1} = u_3 / u_2^{3/2} \quad (\text{歪度})$$

$$\beta_2 = u_4 / u_2^2 \quad (\text{尖度})$$

C.M	DOSU .	*	*	*	*
8.875	1				
9.075	1				
9.275	4				
9.475	5 *				
9.675	7 *				
9.875	13 *				
10.075	43 ****				
10.275	64 ****				
10.475	86 ****				
10.675	117 ****				
10.875	147 ****				
11.075	151 ****				
11.275	118 ****				
11.475	89 ****				
11.675	62 ****				
11.875	50 ****				
12.075	24 **				
12.275	14 *				
12.475	3				
12.675	0				
12.875	0				
13.075	1				

1-1

C.M	DOSU .	*	*	*	*
8.375	1				
8.575	1				
8.775	2				
8.975	1				
9.175	7 *				
9.375	11 *				
9.575	51 ****				
9.775	51 ****				
9.975	112 ****				
10.175	136 ****				
10.375	141 ****				
10.575	144 ****				
10.775	119 ****				
10.975	94 ****				
11.175	58 ****				
11.375	41 ****				
11.575	15 **				
11.775	7 *				
11.975	6 *				
12.175	2				

1-2

C.M	DOSU .	*	*	*	*
6.575	1				
6.775	0				
6.975	2				
7.175	6 *				
7.375	14 *				
7.575	15 **				
7.775	33 **				
7.975	66 ****				
8.175	117 ****				
8.375	155 ****				
8.575	140 ****				
8.775	159 ****				
8.975	120 ****				
9.175	75 ****				
9.375	42 ****				
9.575	31 ****				
9.775	13 *				
9.975	6 *				
10.175	4				
10.375	1				

1-3

C.M	DOSU .	*	*	*	*
0.175	13 *				
0.575	0				
0.975	0				
1.375	0				
1.775	0				
2.175	2				
2.575	0				
2.975	2				
3.375	2				
3.775	5 *				
4.175	1				
4.575	2				
4.975	4				
5.375	12 *				
5.775	19 **				
6.175	70 ****				
6.575	154 ****				
6.975	249 ****				
7.375	240 ****				
7.775	141 ****				
8.175	69 ****				
8.575	13 *				
8.975	2				

1-4

C.M	DOSU .	*	*	*	*
0.175	2				
0.575	0				
0.975	0				
1.375	0				
1.775	0				
2.175	0				
2.575	0				
2.975	0				
3.375	0				
3.775	0				
4.175	0				
4.575	0				
4.975	0				
5.375	1				
5.775	0				
6.175	1				
6.575	0				
6.975	19 **				
7.375	92 ****				
7.775	270 ****				
8.175	393 ****				
8.575	191 ****				
8.975	27 ****				
9.375	3				
9.775	1				

1-5

C.M	DOSU .	*	*	*	*
0.175	7 *				
0.575	0				
0.975	0				
1.375	0				
1.775	0				
2.175	0				
2.575	0				
2.975	0				
3.375	0				
3.775	0				
4.175	0				
4.575	0				
4.975	0				
5.375	0				
5.775	0				
6.175	2				
6.575	31 ****				
6.975	184 ****				
7.375	327 ****				
7.775	296 ****				
8.175	125 ****				
8.575	22 **				
8.975	6 *				

1-6

図1 1,000症例に基づく, 6 歯の歯冠近遠心幅径値の柱状図
*: 10症例に相当 (四捨五入), C. M : 階級値 (mm), DOSU : 症例数

ここで,

$$u_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^k$$

もしも母集団分布が正規分布 $N(u, \sigma^2)$ ならば $\sqrt{\beta_1} = 0$, $\beta_2 = 3$ 。

$\beta_2 - 3 = 0$ であるような分布は mesokurtic,

$\beta_2 - 3 > 0$ であるような分布は leptokurtic,

$\beta_2 - 3 < 0$ であるような分布は platykurtic, と呼ばれる⁴⁾。

第 3 の検討として, それぞれの歯幅値の分布型が正規分布を呈しているか否かの検討が行われた。これは, この種の連続型変数に対する理論度数分布のなかで, 正規分布が従来よりの統計処理の諸方法の基盤として最も利用されてきているものであり, 今回の検討の 1 つに加える必要があると考えたためである。

一般に, 正規性の検討には,

- 1) 正規確率紙の使用
- 2) Pearson の検定 (χ^2 検定)
- 3) 歪度, 尖度による検定 ($\sqrt{\beta_1}$ 値, β_2 値)
- 4) Geary の検定
- 5) Kolmogorov Smirnov の検定

などがあるが, 本検討にはそのうちで最も簡単な方法である正規確率紙による方法と, 今回のように標本数の多い場合に検出力が高いといわれる歪度, 尖度法および Geary 検定が併せて用いられた。正規確率紙による方法とは, 縦軸を 100% で表した表にデータをプロットし, 直線上に並ぶかどうかを目でみて判定する方法である。

なお, 前記の歪度, 尖度による検定方法は, 近年若干の修正が加えられ, 次式で表されるようになってきている⁵⁾。

$$\sqrt{\beta_1} = \sqrt{n} \sum (X_i - \bar{X})^3 / [\sum (X_i - \bar{X})]^3$$

$$\beta_2 = n \sum (X_i - \bar{X})^4 / [\sum (X_i - \bar{X})^2]^2 - 3$$

はそれぞれ漸近的に正規分布に従う。 $\sqrt{\beta_1}$ については, 平均 0, 分散 $6(n-2)/(n+1)(n+3)$ となり, β_2 については, 仮定のもとで平均を 0 にするように修正された。

$$\beta'_2 = n \sum (X_i - \bar{X})^4 / [\sum (X_i - \bar{X})^2]^2 - 3(n-1)/(n+3)$$

に対して, 分散 $24n(n-2)(n-3)/(n+1)^2(n+3)(n+5)$ を得る。これより, n が十分大きければ, 有意水準 α に対して,

$$|\sqrt{\beta_1}| > \sqrt{6(n-2)/(n+1)(n+3)} \{u_{\alpha/2} + \frac{3}{2n}(u_{\alpha/2}^3 - 3u_{\alpha/2})\}$$

$$\beta'_2 > \sqrt{24n(n-2)(n-3)/(n+1)^2(n+3)(n+5)} \{u_{\alpha/2} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n}}(u_{\alpha/2}^2 - 1)\}$$

または,

$$\beta'_2 < \sqrt{24n(n-2)(n-3)/(n+1)^2(n+3)(n+5)} \{-u_{\alpha/2} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{n}}(u_{\alpha/2}^2 - 1)\}$$

のとき仮説を棄却すればよい。

また, Geary は,

$$G = \sum |X_i - \bar{X}| / \sqrt{n \sum (X_i - \bar{X})^2}$$

を導入した。G は漸的に $N(\sqrt{2/\pi}, (1-3/\pi)/n)$ に従うので, すその長い対称分布またはすその短い対称分布を対立仮説と考えているようなときには,

$$|G - \sqrt{\frac{2}{\pi}}| > \sqrt{1 - \frac{3}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{n}} u_{\alpha/2}$$

のとき仮説を棄却する。

ここで $N=1,000$ の場合, 95% 信頼限界で,

$$\sqrt{\beta_1} = 0.15 \quad \beta'_2 = 0.34$$

$$|G - \sqrt{\frac{2}{\pi}}| = 1.32 \times 10^{-2}$$

である。

IV. 結 果

前項で設定された方法に準じて, それぞれの歯幅値の分布型の検討結果が得られた。度数分布図を図 1 に, 統計量の算出結果と正規性の検定結果とを表 1 に示す。加えて, 図 2 に正規確率紙による検討結果を示す。

これらの結果をもとに, それぞれの歯幅値の分布型の検討を以下に記す。

1. 各歯について

上顎中切歯の分布型: 対称性がすぐれ, やや尖りをもつが, ほぼ正規分布型に近いといえた。

上顎側切歯の分布型: 分散が大で, 尖りがあ

表1 分布型に対する統計量の算出結果
(1,000症例の歯幅値), ただし欠如歯を含んで算出

	平均値	標準偏差	変動係数	歪度	尖度	Geary 値
<u>1</u>	8.61	0.53	6.12	$*-1.62 \times 10^{-2}$	0.48	1.43×10^{-2}
<u>2</u>	6.98	1.10	15.73	-3.77	20.34	0.22
<u>3</u>	8.05	0.55	6.86	-6.33	88.93	0.18
<u>6</u>	10.47	0.54	5.16	$*2.71 \times 10^{-2}$	$*0.26$	$*3.27 \times 10^{-3}$
<u>5</u>	7.48	0.76	10.21	-6.47	61.78	0.27
<u>6</u>	10.98	0.57	5.15	$*-5.83 \times 10^{-2}$	$*0.28$	$*1.23 \times 10^{-2}$

図2 正規確率紙による6歯の歯冠遠心幅径値の検討結果

り, かつ負に歪みをもった(ピークが右に偏り, すそが左へ広がったもの)分布型であった。なお, 0の度数も有していた。

上顎犬歯の分布型: 尖りのある, やや歪みをもった分布型であった。なお, 0の度数も有していた。

上顎第1大臼歯の分布型: 左右の対称性がすぐれ, 有意の正規分布型であった。

下顎第2小臼歯の分布型: 尖りのある, やや歪みをもった分布型であった。なお, 0の度数を有していた。

下顎第1大臼歯の分布型: 対称性にすぐれ, 有意の正規分布型であった。

2. 結果のまとめ

表1から95%の信頼限界で分布型に正規性の認められたものは, 上顎第1大臼歯, 下顎第1大臼歯の2歯の歯幅値であった。なお, 上顎中切歯は, わずかに尖りを有しているものの, 正規分布型に近いものと考えられた。

一方, 上顎犬歯, 下顎第2小臼歯は, 歪度, 尖度ともに大きな値を示し, 分布型は, 歪みもち尖りの強い(leptokurtic)型であることが確認された。また, 臨床的にしばしば矮小歯や栓状歯がみられる点で興味深い上顎側切歯については, 極めて分散の大きな負の歪みもち, 尖りのある分布型であることがわかった。なお, 0の度数については1,000症例中, 上顎側切歯は13本, 下顎第2小臼歯は7本, 上顎犬歯は2本であった。

図3 3つの分布型のパターン（上から正規性の高いもの、歪みの強いもの、尖りの強いもの）

図4 報告者間（表2）での歯幅値の比較
縦軸：標準偏差値，横軸：平均値

以上のことより、今回計測を行った6歯の歯幅値の分布型は、おおむね次の3つの型に分けることができた(図3)。

①正規分布型に近似したもの；上顎第1大臼歯，下顎第1大臼歯，上顎中切歯。

②尖りを有し，かつ大きく負に歪んだ分布型を呈したもの；上顎側切歯。

③わずかに歪み，かつ大きく尖った分布型を呈したもの；上顎犬歯，下顎第2小臼歯。

表2 日本人歯幅値のおもな報告一覧

	報告者	年	標本集団	標本数
★	大坪	1957	正常咬合者	55
●	山内	1965	正常咬合者	25
*	粥川	1956	正常咬合者	60
*	粥川	1956	反対咬合者	113
☆	遠藤	1970	一般集団	69
○	飯田 (本調査)	1985	矯正外来患者	1,000

表3 標本数の増減に伴う統計量の変動のシュミレーション

下顎第1大臼歯 1,000本 母集団	☆ 標本数 20	○ 標本数 30	● 標本数 100
	1回目 2回目 3回目 10回目 ↓ それぞれの	1回目 2回目 3回目 10回目 ↓ mean s. d.	1回目 2回目 3回目 10回目 ↓ の標本集団
Mean S. D.			

V. 考 察

1. 歯幅値に関する文献的考察

日本人の歯幅値についての歯科矯正学の分野でのおもな報告は、表2に示すものがあげられよう^{6~10)}。これら報告は、正常咬合者や一般集団、および反対咬合者などさまざまな標本集団を対象としている。それらの報告を通じて、一般に共通している点は、その標本数が少ないこと、およびその分布型に対するパラメータに、平均値と標準偏差のみの統計量が扱われていることであろう。そこで、さしあたりこれらの平均値と標準偏差値について今回の計測結果とを比較検討してみた(図4)。すなわち、正常咬合者群を標本としたものでは、その他の群を標本としたものより、歯幅値は平均値において全体に小さい値をしており、特に下顎第2小臼歯にその傾向が明瞭にみられた。また、全報告者間において、標準偏差値については、前歯および小臼歯での値が大きかったのに比し、大臼歯ではその値は小さい傾向にあった。一方、今回の結果から正規分布型を示した上下顎第1大臼歯、および上顎中切歯においては、報告者間の平均値および標準偏差値の変動性は小さかった。それに比し、正規性からはずれた尖りのある歪んだ分布型を呈した上顎犬歯、上顎側切歯および下顎第2小臼歯においては、それらの値は比較的大きな変動性を呈していた。

このように、報告者間でそれぞれの歯における平均値および標準偏差値にかなりの変動性が存在している理由としては、1つにはこれら報告の調査対象、すなわち、標本集団の性格の差がまず掲げられようが、さらに重要な理由として、扱って

S.D.

図5 シュミレーション(表3)の結果
(縦軸:標準偏差,横軸:平均値)標本数の増加に伴い、矢印で示す母集団の真値に漸近する

いる標本数の問題があげられよう。つまり、これら報告においては、ほとんどが少数の標本であり、またその信頼性に対する標本数の設定根拠も明らかでないことにある。この点に関しては、次の項で考察を加えることにする。

2. 標本数と統計量について

前項で標本数の大きさが、統計的結論に影響を与えるうえで大きな要素であろうとの示唆を行った。

そこで本項では、さらにこの標本数の違いとそれに伴って算出された統計量との間にどのような関連性があるのかを、標本数の増減を加えたシュ

ミレーションにより検討をしてみた。シュミレーションは表3に示すような方法で行った。すなわち、母集団として、まず、今回有意の正規分布型を呈した下顎第1大臼歯1,000本による歯幅値資料を相当させて設定し、次に標本集団として、その母集団より無作為に抽出させたものを相当させて設定した。その際の標本数は20, 30, 100の3とおりとし、それぞれに対し10回の復原抽出が繰り返して行われた。なお、検討に用いる統計量としては、分布型を表すパラメータのうちとりあえず代表的な平均値と標準偏差値が用いられた。またこれらの比較対象に用いられる真の値には、母集団による統計量、すなわちすでに得られている今回の検討結果を相当させた。それにより算出された結果の比較を図5に示した。縦軸は標準偏差、横軸は平均を表し、それぞれの設定標本数ごとに10回ずつ算出された平均値と標準偏差値が10組の座標点として図上に描記され、それらの変動の様相を表現させた。このことにより、真の値と仮定した標本数1,000の母集団統計量に比べ、標本数20, 30, 100の標本集団のそれは、標本数が増加するに従い矢印で示す母集団の値に近づいてくることが認められる。また、標準偏差値の変動は、平均値のそれに比べ標本数の増減に大きく影響されていることも認められる。このことは、平均値は標本数の大小によらず、比較的安定した値を示すが、標準偏差値は標本数の増減により不安定な値を示すことを意味しているものと思われる。換言すると、少数の標本より得られた統計量のうち、特に標準偏差値はその信頼性において劣り、この点から、所見には注意をうながす必要があらうと考えられる。

今回のシュミレーションは小規模なものであったが、このような検討はさらに進めるべきものであらう。

3. 分布型について

1) 一般的観点から

本来、医学歯学の分野におけるデータの統計処理は、他の分野でのそれと同様に、経験的にそのデータの分布型を知り、次いで理論的にそのデー

タの確率密度関数を決定し、それを基に推定や検定等の統計的方法を活用し結果を導出すべきものである。しかしながら、通常のデータに対する扱いは、分布型の検討等の基礎的段階は省略し、所与のデータはもともと正規分布型を呈しているものと仮想し、直接統計的操作を行っているような報告が少なくない。確かに生体データの多くは正規分布型に近似しており、その代表的な例として、身長、体重をはじめとする種々の臨床検査値等があらう。しかしながら、興味あることに、過去より、典型的な正規分布型を呈するといわれてきた身長分布型に関しても、近年、横山¹¹⁾は、最大思春期性成長期の前後でその分布型は、若干の歪度を呈すると報告している。この事実からも、生体のデータ分布は、それを構成する多くの要因が複雑に関与し合っているものと推察されよう。今回計測を行った歯幅値のデータ分布も、それを構成する要因に系統発生的要因や個体発生的要因等の多くの要因が複合され、その結果の総合表現型として示されているものと考えられる。すなわち、上顎第1大臼歯、下顎第1大臼歯は、多数の要因が相互に均衡し、その結果、正規分布型を呈し、一方、上顎側切歯は多数の要因のうちのある種の要因、たとえば歯の退化傾向を助長するような要因がある程度介在したためか、分布型に歪度を与えていた。

ちなみに、上顎側切歯の分布型に対し、数学的にいくつかの適当と思われる確率密度関数を回帰してみた。結果は、負の3母数対数正規分布、4母数対数正規分布¹²⁾、および、4母数 β 分布が、同歯の分布型に近似した分布関数であることが判明した。すなわち、上顎側切歯の歯幅値の分布型は、数学的観点からしても複数個の母数、つまり複数個の要因が互に関与し合っていることが確認されたものと解釈されよう。加えて、このような分布型の解釈に関して、梶谷は¹³⁾、“混合分布モデル”という考え方を提示しており、日常扱う生体データの一部は、複数個の特性の集合であると報告している。この観点から、上顎側切歯の分布型に対して考察してみると、図6に示すごと

図6 3つの正規母集団がある比率で混じり合った混合分布（点線）¹³⁾

く、いくつかの正規分布型が、混合し、その結果として分布型に歪みを生じさせたものとも考えられよう。また、欠如歯すなわち0の度数に対する考察としても、0の度数を生じさせる分布型が潜在的に混入していたものとするか、あるいは本来、極度に負の方向に歪度をもった分布が、0付近では歯牙の形態形成が行われ得ずして、その付近の度数が0の度数として置き換えられたものとするべきものか、見解を異にし、非常に興味ある課題であろう。

一方、統計量の算出方法について、今回は欠如歯の頻度をも含めて算出を行ってきたが、今後、欠如歯の頻度に左右されない分布型の検討、いかえれば欠如歯の頻度を除いた統計量の算出法も検討する必要がある。

2) 矯正臨床の観点から

本項では、歯幅値の分布型の結果を、矯正臨床上の観点から考察を加えてみる。

従来より、矯正の診断や治療において患者の形態分析を行う際、その症例を過去に集積した集団に投射し、比較することによって症例の位置づけを行う方法が取られてきている。その集団は、正常咬合者集団である場合も一般集団である場合もあるが、いずれの場合も、通常、比較の基準に標準偏差図表が用いられる。この図表は、集団の平均値を中央に、その両側に標準偏差値を尺度とした単位を用いて等分に区切られたものである。そのため、この形式の標準偏差図表を用いる限り、比較の基準になる集団の特性値は、常にその分布型の山の頂に平均値が一致し、かつ左右に歪みをもたない正規分布型であるという前提が成立して

いなければならない。矯正臨床上の歯幅値の同定にも、この種の標準偏差図表が用いられている。そこで、今回の歯幅値の結果を用いて、特に上記の点に関して考察を加えた。

まず、結果として示された3つの代表的分布型のうち、下顎第1大臼歯、上顎第1大臼歯、上顎中切歯の歯幅値については、ほぼ正規分布型を示したことから、標準偏差図表における前提を満足

図7 分布型の差異による平均値、標準偏差値の比較

しており、そのまま従来よりの分析法を適用できよう。しかしながら、上顎犬歯、下顎第 2 小臼歯のような急尖型を呈した分布型に対しては、従来の標準偏差の概念をそのまま適用すると、図 7 に示すようになり、その尖った分布型のためほとんどの事象が ± 1 S. D. (標準偏差) 以内に含まれ、正規分布を前提としたこの図表に問題が生じてくることになる。また、大きな歪みをもつ上顎側切歯のような分布型に対しても、同様に、標準偏差の考えを適用すると、平均値を中心に左右の確率に差が生じ、実際の現象に対して歪んだ解釈がもたらされることになる。

このように、尖りや歪みのある分布型を示す事象をそのまま正規分布型を前提としたままの標準偏差図表に適用すると、分析結果に誤った結論を導き出す危険性があることを十分に配慮すべきであろう。したがって、このような分布型を扱う際は、統計的な前処理として、適切な確率密度関数をその分布に回帰させ、確率密度分布の状態をあらかじめ把握しておくか、または、個々の変量を変換し、正規分布に近似させるような操作を行うことが必要となってくるであろう。

4. 歯幅値の歯牙相関性について

本項では、前項までの歯幅値の分布型の結果の考察に加え、得られた歯幅値そのものの結果を用いて歯牙間の相関性について考察を加えてみる。

この種の報告は、これまで Moorrees¹⁴⁾、松本¹⁵⁾、小野¹⁶⁾、Neff¹⁷⁾、本橋¹⁸⁾によるものがあ

る。いずれも側方歯群の未萌出歯幅値の予測や、discrepancy の予測あるいは上下顎の tooth size ratio 等といった臨床的応用を意図したものであった。今回は、計測された 6 歯のデータを用いて、歯牙間相互の相関行列や相関散布図を求めることにより、基礎的に検討を行うこととした(図 8、表 4)。

まず、相関散布図をみると、大きく 3 つの型に分けられよう。すなわち、上顎第 1 大臼歯と下顎第 1 大臼歯に代表されるような相関性の高い散布型のもの。および、上顎側切歯と下顎第 1 大臼歯に代表されるような相関性の低い散布型のもの。加えて、上顎中切歯と上顎側切歯に代表されるような相関性の高い部分と低い部分とが混合したもの 3 型である。

次に、相関行列表上の相関係数をみると、最も高い値を示したのは、上顎第 1 大臼歯と下顎第 1 大臼歯の間の $r = 0.59$ であり、続いて高い値を呈したのは、上顎中切歯と上顎第 1 大臼歯の間の $r = 0.48$ および、上顎中切歯と下顎第 1 大臼歯の間の $r = 0.46$ であった。これは、それぞれの分布型が安定した正規性の高いものであり、かつ咬合関係のうえからも近縁関係にあるものと思われる。上顎第 1 大臼歯と下顎第 1 大臼歯などはその代表例であろう。

一方、特異的な分布型を呈した上顎側切歯と他歯との相関性については、いずれも $r = 0.21$ から $r = 0.36$ と比較的低い値を示していた。なお、退

表 4 歯牙間の歯幅値の相関係数値 (欠如歯を含んで算出)
右上部；原計測値を用いて算出
左下部；下顎第 1 大臼歯との比を用いて算出

	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
<u>1</u>		0.3860	0.4097	0.4897	0.2397	0.4697
<u>2</u>	0.3587		0.2586	0.2490	0.2236	0.2152
<u>3</u>	0.4305	0.2397		0.3615	0.2086	0.3320
<u>6</u>	0.4485	0.1948	0.3771		0.3397	0.5915
<u>5</u>	0.2470	0.2164	0.2373	0.3488		0.2488
<u>6</u>

図8 歯牙間の歯幅値の相関散布図
上図 (8-1) : 相関の高いもの
中図 (8-2) : 相関の低いもの
下図 (8-3) : 混合したもの

図9 上顎側切歯と下顎第2小臼歯の相関散布図
特に高い相関の散布状態は示していない

化傾向にあるといわれている上顎側切歯と下顎第2小臼歯との相関性に関しては、きわだった関連性はみられず $r = 0.22$ であった。このことは、両者の散布図からも確認されよう(図9)。さらに、上顎側切歯と下顎第2小臼歯とともに欠如を示した例を検索してみると、1,000例中1例のみであった。したがって、これらの事実から両者の退化傾向は歯幅値に関してはそれぞれ独立な事象と思われた。

さて、ここで相関係数の有意水準について統計学的にみると、標本数1,000とした際、危険率1%レベルでの有意の相関係数値は $r = 0.081$ となる。この値をそのまま今回の結果に適用すると、すべての歯牙間で有意な値をもつことになる。このことは、全歯牙間に共通した背景の要因が存在することが示唆され、その要因のなかでも最も主たるものとして個々体に潜在的にある大きさの要因が掲げられよう。そこで、計測されたデータそれぞれに対し大きさの要因の基準化を行って検討を進める必要があると考えた。今回は、その試みとして、比較的安定した分布型を示した下顎第1大臼歯を基準化のパラメータとして用いることにした。したがって、その歯の値と各歯牙の値との比の値を新しい変量として設定し、これを基にさらに相関性の検討を行った。基準化を施したのちの新しい相関値の結果を表4の左下の三角行列部

分に示す。

最も相関値の高くなったものは、上顎中切歯と上顎第 1 大臼歯の $r = 0.44$ 、最も小さくなったものは、上顎側切歯と上顎第 1 大臼歯の $r = 0.19$ であった。

この結果と関連して興味あることは、従来より field theory における key tooth とされる上顎中切歯と犬歯にはさまれた側切歯は、どちらの歯により高い相関値を示すかという点である。今回の結果では、一方の $r = 0.35$ に対して他方は $r = 0.23$ となっており、上顎中切歯のほうにより高い相関値を示すことが認められた。

最後に再確認すべきことは、歯幅値相互の相関係数値は、単に統計学的な値であり、その値や結果を生物学的な関連性に直接結びつけるべきではなく、一般的な傾向をみる 1 つの目安であると考え、もしそこに生物学的解釈に矛盾のある場合は、今回行ったような基準化などの操作を適宜行うことにより、総合的に検討を加えてゆくべきものであろう。

VI. ま と め

顎顔面領域における諸々の特性値の多数標本による本来的な分布型を調べる目的で、その手はじめとして、歯冠近遠心幅径値を用いて検討を行った。資料は、東京医科歯科大学歯学部附属病院矯正科外来を訪れた患者資料から、先天異常患者を除く、永久歯列の完成した日本人女性の顎態模型 1,000 症例を抽出して用いた。計測対象とした歯は、上顎の中切歯、側切歯、犬歯、第 1 大臼歯、加えて下顎の第 2 小臼歯、第 1 大臼歯の 6 歯であった。また、分布型の検討には、それぞれの歯について求められた柱状図や一連の統計量（平均値、標準偏差値、変動係数、歪度、尖度、Geary 値）が用いられた。

その結果、6 歯の歯幅値の分布型は、おおむね次の 3 型に分けられた。

①正規分布型に近似したもの；上顎第 1 大臼歯、下顎第 1 大臼歯、上顎中切歯。

②尖りを有し、かつ大きく負に歪んだ分布型を

呈したもの；上顎側切歯。

③わずかに歪み、かつ大きく尖った分布型を呈したもの；上顎犬歯、下顎第 2 小臼歯。

したがって、上顎側切歯、上顎犬歯および下顎第 2 小臼歯のような正規分布型を呈しない歯を扱った歯幅値の統計的研究を行う際には、それらのデータ処理に十分注意を払う必要性が示唆された。

また、得られた結果を基に考察を加えたところ、以下の知見も追認された。

1) 標本数の増減と統計量の変動に関してシュミレーションを行ったところ、平均値は、標本数の増減に対して、比較的安定した値を示したが、標準偏差は不安定な値を示した。

2) 歯牙相互間の相関性において、上顎第 1 大臼歯、下顎第 1 大臼歯および上顎中切歯の間には比較的高い相関係数値を示していた。なお、互いに退化傾向にあるといわれている上顎側切歯と下顎第 2 小臼歯との間には、歯幅値における統計的有為性は認められなかった。

謝 辞

稿を終えるにあたり、統計的観点より有益なご助言をいただきました中央大学理工学部数学科、杉山高一教授に感謝をいたします。

文 献

- 1) Butler, P. M. : Studies of Mammalian Dentition, Differentiation of Postcanine Dentition. Proc. Zool. Soc. 109 : 36, 1939.
- 2) Dahlberg, A. A. : The Dentition of the American Indian. New York, 1945, The Viking Fund Inc., 1949.
- 3) 藤田恒太郎：歯の解剖学(第18版)。東京、1972、金原出版、25-26.
- 4) 増山元三郎：少数例のまとめかた。東京、1975、竹内書店新社。
- 5) 清水邦夫：私信。
- 6) 大坪淳造：日本人成人正常咬合者の歯冠幅径と歯列弓および Basal Arch との関係について。日矯歯誌 16(1) : 36-46, 1957.
- 7) 山内和夫：日本人青年男女正常咬合者の歯牙および歯列の計測。日矯歯誌 24 : 1-7, 1965.
- 8) 遠藤 孝：“下顎前突の疫学的研究”一般集団における下顎前突の実態。日矯歯誌 30 : 73-

- 77, 1971.
- 9) 遠藤 孝：歯列咬合に関する疫学的研究. 日矯歯誌 29 : 111-126, 1970.
- 10) 粥川 浩：いわゆる反対咬合の形態学的研究. 第一編：模型分析による研究. 日矯歯誌 15 : 6, 1956.
- 11) 横山泰行：青少年の身長の正規性に関する研究—k 統計量正規性検定法による—. 人類誌 86 (4) : 313-320, 1978.
- 12) J. A. Lambert : Estimation of Parameters in the Fourparameter Lognormal Distribution. Austral. J. Statist 12(1) : 33-43, 1970.
- 13) 梶谷文彦：臨床検査の確率分布モデル. 総合臨床 27 : 2011-2017, 1978.
- 14) Moorrees, F. A. : Correlation among Crown Diameters of Human Teeth. Arch. Oral. Biol. 9 : 685-697, 1964.
- 15) 松本光生：上下歯冠幅径の調和. 日矯歯誌 30 (1) : 53-55, 1971.
- 16) 小野博志：乳歯および永久歯の歯冠近遠心幅径と各歯列内におけるその相関について. 口病誌 27 : 221-234, 1960.
- 17) Neff, C. W. : Size Relationship Between the Maxillary and Mandibular Anterior Segment of the Dental Arch. Angle Orthod. 27 : 138-147, 1957.
- 18) 本橋康助, 他 : Tooth-Size Ratio の臨床応用について. 日矯歯誌 16(1) : 36-46, 1957.