SUR LES DOMAINES INTÉRIEUREMENT RAMIFIÉS (C)-PSEUDOCONVEXES

Par

Masahito TAKASE

(Reçu le 17 janvier, 1980)

Introduction. Dans le mémoire présent, nous introduirons pour des domaines finis intérieurement ramifiés les notions des domaines (C)-pseudoconvexes, des domaines (C_a) -pseudoconvexes, et des domaines (C_b) -pseudoconvexes; et nous allons rechercher leur relations mutuelles; et nous allons voir en particulier que des domaines d'holomorphie sont toujours (C)-pseudoconvexes.

1. Domaines (C)-pseudoconvexes.

1°. Commençons par introduire une notion des domaines intérieurement ramifiés (C)-pseudoconvexes. Dans toute la suite, un revêtement analytique ramifié sera appelé brièvement de type (a).

Soit $\mathcal{D} = (D, \varphi)$ un domaine intérieurement ramifié étalé au-dessus de l'espace C^n des n variables complexes. Nous désignons par $(z, w) = (z_1, z_2, \dots, z_{n-1}, w)$ des n variables de C^n . Soit (z^0, w^0) un point déterminé; traçons dans l'espace C^n trois domaines de formes suivantes:

$$H_1 = \{(z, w); |z_i - z_i^0| < \gamma, \rho' < |w - w^0| < \rho \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)\}$$

$$H_2 = \{(z, w); |z_i - z_i^0| < \gamma' (< \gamma), |w - w^0| < \rho \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)\}$$

$$P = \{(z, w); |z_i - z_i^0| < \gamma, |w - w^0| < \rho \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)\}$$

où $\gamma, \gamma', \rho, \rho'$ sont des nombres positifs; et posons

$$H = H_1 \cup H_2.$$

Alors, H sera appelé une *figure de Hartogs*, et P sera appelé un *polycylindre annexe* à H .

Traçons dans l'espace C^n une figure de Hartogs H et un polycylindre P an-

nexe à H . Supposons que, chaque fois que pour une certaine composante connexe H^* de $\varphi^{-1}(H)$ un triple $\xi=(H^*, \varphi, H)$ est un revêtement de type (a), P^* étant la composante connexe de $\varphi^{-1}(P)$ contenant H^* , un triple $\eta=(P^*, \varphi, P)$ soit aussi un revêtement de type (a). Alors nous disons que le théorème de la continuité (C) est valide en $\mathcal{D}$.

Soit r un point frontière de $\mathcal{D}$. Traçons dans l'espace $\mathbb{C}^n$ un polycylindre P_0 autour un point $\tilde{\varphi}(r)$ avec un rayon ρ_0 , dont $\tilde{\varphi}$ désigne le prolongement continue de φ en $\mathcal{D}=\mathcal{D} \cup \partial\mathcal{D}$, et ρ_0 est un nombre positif; soit Δ_0 la composante connexe de $\varphi^{-1}(P_0)$ admettant r pour son point frontière. Dans cette configuration géométrique, nous disons qu'un point frontière r est (C)-pseudoconvexe ou qu'un domaine $\mathcal{D}$ est (C)-pseudoconvexe en r , s'il y a un nombre positif ρ_0 tel que le théorème de la continuité (C) est valide en Δ_0 , et qu'en plus il admette toutes transformation analytique biunivoque du polycylindre P_0 . Nous disons qu'un domaine $\mathcal{D}$ est (C)-pseudoconvexe, s'il est (C)-pseudoconvexe en tout point frontière.

Pour des domaines sans point critique intérieur, la définition des domaines (C)-pseudoconvexes coïncide avec celle donnée par K. Oka [2]; et grâce au théorème de K. Oka, nous savons qu'un domaine sans point critique intérieur est un domaine d'holomorphic si et seulement s'il est (C)-pseudoconvexe.

2°. Selon H. Grauert et R. Remmert [2], nous savons qu'en général un domaine d'holomorphic n'est pas Oka-pseudoconvexe. Mais:

THÉORÈME 1. *Tout domaine d'holomorphic est (C)-pseudoconvexe.*

En effet, pour la démonstration du théorème 1 il suffit de démontrer que le théorème de la continuité (C) est valide en $\mathcal{D}$. Soit $\mathcal{D}=(D, \varphi)$ un domaine d'holomorphic. Traçons dans l'espace $\mathbb{C}^n$ une figure de Hartogs H et supposons qu'il y a une composante connexe H^* de $\varphi^{-1}(H)$ tel qu'un triple $\xi=(H^*, \varphi, H)$ est un revêtement de type (a). Maintenant il y a une fonction holomorphe f sur D telle que son domaine d'existence soit $\mathcal{D}$, parce que $\mathcal{D}$ est un domaine d'holomorphic. Par suite il y a un pseudo-polynôme distingué $p(X)$ aux fonctions holomorphes sur H pour ses coefficients tel que son degré est égal au nombre des feuillets du revêtement ξ , et que de plus on a $p(f)=0$ identiquement sur H^* . Considérons une fonction intégrale algébrique $w=w(z)$ définie par l'équation $p(w)=0$. Tous les coefficients du polynôme $p(X)$ se prolongent analytiquement en P ; et la fonction $w=w(z)$ est le prolongement de $f|H^*$ en P^* . Donc un domaine d'existence de la fonction $w=w(z)$ contient un revêtement de type (a) $\eta=(P^*, \pi, P)$ sur P pour son sous-domaine tel qu'il est le prolongement de ξ .

Il y a de plus une transformation analytique biunivoque $\mu; P^* \rightarrow \mu(P^*) \subset D$ tel qu'on a $\pi = \varphi \circ \mu$, parce que $\mathcal{D}$ est le domaine d'existence de f et que les feuillets de η sont séparés par les éléments de Taylor de f . Alors un triple $\eta_\mu = (\mu(P^*), \varphi, P)$ est un revêtement de type (a) qui est équivalent à η ; donc le théorème de la continuité (C) est valide en $\mathcal{D}$. C. Q. F. D.

3°. Soit $\mathcal{D} = (D, \varphi)$ un domaine intérieurement ramifié. Nous l'appelons un domaine *Cartan-pseudoconvexe* s'il y a pour tout point frontière r de $\mathcal{D}$ un voisinage U d'un point $\tilde{\varphi}(r) \in \mathbb{C}^n$ comme suit: soit Δ la composante connexe de $\varphi^{-1}(U)$ admettant r pour son point frontière; alors une paire (Δ, φ) est un domaine d'holomorphie. En particulier, *tout domaine d'holomorphie est toujours Cartan-pseudoconvexe.*

COROLLAIRE. *Tout domaine Cartan-pseudoconvexe est (C)-pseudoconvex.*

2. Domaines (C_a) -pseudoconvexes et domaines (C_b) -pseudoconvexes.

1°. Soit $\mathcal{D} = (D, \varphi)$ un domaine intérieurement ramifié étalé au-dessus de l'espace $\mathbb{C}^n$. Désignons par S la surface critique de $\mathcal{D}$; et posons

$$D_0 = D - S, \quad \varphi_0 = \varphi|_{D_0}.$$

Alors nous allons obtenir un domaine sans point critique intérieur $\mathcal{D}_0 = (D_0, \varphi_0)$; il est appelé la portion non-ramifiée de $\mathcal{D}$. $\mathcal{D}$ sera dit (C_a) -pseudoconvexe si sa portion non-ramifiée $\mathcal{D}_0$ est pseudoconvexe.

Ensuite, remarquons que, pour un point frontière $r \in \partial\mathcal{D}$ n'étant pas un point d'accumulation de S , il y a un voisinage Δ_r de r dans $\mathcal{D} = \mathcal{D} \cup \partial\mathcal{D}$ tel qu'un domaine $(\Delta_r \cap D, \varphi)$ est non-ramifié. Par suite la définition suivante n'est pas vide de sens: $\mathcal{D}$ sera dit (C_b) -pseudoconvexe s'il est pseudoconvexe en tout point frontière à l'exception de ceux qui sont des points d'accumulation de la surface critique S .

Il est évident qu'un domaine $\mathcal{D}$ est (C_a) -pseudoconvexe et (C_b) -pseudoconvexe s'il est (C)-pseudoconvexe. Il est évident aussi qu'un domaine $\mathcal{D}$ est (C_b) -pseudoconvexe s'il est (C_a) -pseudoconvexe. Nous allons rechercher dans la suite l'inverse. Pour cela, nous introduirons pour des domaines sans point critique intérieur la notion d'une surface critique algébrique, et pour des domaines intérieurement ramifiés celui d'une surface critique incomplète.

2°. Soit $\mathcal{D}_0 = (D_0, \varphi_0)$ un domaine sans point critique intérieur. Nous additionnons à $\mathcal{D}_0$ tous les points frontières, et construisons l'espace $\tilde{D}_0 = D_0$

$\cup \partial \mathcal{D}_0$ dont ∂D_0 désigne l'ensemble de tous les points frontières de $\mathcal{D}_0$. Alors $\tilde{D}_0$ devient un espace topologique en introduisant la topologie usuelle; la projection φ_0 se prolongent continument en $\tilde{D}_0$; nous la désignons par $\tilde{\varphi}_0$, et posons

$$\mathcal{D}_0 = (\tilde{D}_0, \tilde{\varphi}_0).$$

Un point frontière $r \in \partial \mathcal{D}_0$ sera dit *algébroïde* s'il satisfait à la condition suivante; il y a un domaine univalent U contenant un point $\tilde{\varphi}(r)$ tel que, Δ étant la composante connexe de $\tilde{\varphi}_0^{-1}(U)$ contenant r , la projection $\tilde{\varphi}_0: \Delta \rightarrow U$ est (a) propre, (b) non-dégénérée (à savoir, pour tout point $z \in U$, l'ensemble $\tilde{\varphi}_0^{-1}(z) \cap \Delta$ est discret), et de plus (c) surjective.

Désignons par S_a l'ensemble de tous les points frontières algébroïdes de $\mathcal{D}_0$. S_a sera appelée *surface critique algébroïde* de $\mathcal{D}_0$. Posons

$$D_a = D_0 \cup S_a, \quad \varphi_a = \tilde{\varphi}_0|_{D_a}.$$

Alors une paire $\mathcal{D}_a = (D_a, \varphi_a)$ est un domaine intérieurement ramifié; et sa surface critique est contenue dans S_a .

Ensuite, soit $\mathcal{D} = (D, \varphi)$ un domaine intérieurement ramifié; et soit S sa surface critique. Soit S_a la surface critique algébroïde de la portion non-ramifiée $\mathcal{D}_0 = (D_0, \varphi_0)$ de $\mathcal{D}$; alors on a en général $S \subset S_a$. La surface critique S de $\mathcal{D}$ sera dit *complète* si elle se compose des composantes connexes de S_a ; à savoir pour chaque composante connexe S_j de S , $S_j^{(0)}$ étant la composante connexe de S contenant S_j , on a toujours $S_j = S_j^{(0)}$. S sera dit *incomplète* si elle n'est pas complète.

3°. Un revêtement de type (a) $\chi = (R, \pi, G)$ sera dit *algébrique globalement* s'il existe une fonction holomorphe sur R comme suite: il y a un pseudo-polynôme distingué $p(X)$ aux fonctions holomorphes sur G pour ses coefficients tel que son degré est égal au nombre des feuillets du χ , et que de plus on a identiquement $p(f) = 0$ sur R .

THÉORÈME 2. Soit $\mathcal{D} = (D, \varphi)$ un domaine intérieurement ramifié (C_b) -pseudoconvexe; et soit $\mathcal{D}_0 = (D_0, \varphi_0)$ la portion non-ramifiée de $\mathcal{D}$. Prenons un point frontière r_0 de $\mathcal{D}_0$. Alors:

- (a) r_0 est pseudoconvexe s'il détermine un point intérieur de S ou S_a , dont S est la surface critique de $\mathcal{D}$ et S_a est la surface critique algébroïde de $\mathcal{D}_0$. Considérons le cas où r_0 détermine un point frontière t_0 de $\mathcal{D}_a$.
- (b) r_0 est pseudoconvexe si t_0 est (C) -pseudoconvexe.
- (c) Supposons que t_0 n'est pas (C) -pseudoconvexe. Traçons dans l'espace

C^n un polycylindre P autour un point $\tilde{\varphi}(t_0)$; soit Δ la composante connexe de $\varphi^{-1}(P)$ admettant t_0 pour son point frontière. Supposons que pour un certain P un triple $\mathcal{X}=(\Delta, \varphi, \varphi(\Delta))$ est un revêtement de type (a) algébrique globalement. Alors, r_0 est pseudoconvexe.

3. Démonstration du théorème 2.

1°. Soit maintenant $\mathcal{D}=(D, \varphi)$ un domaine (C_b) -pseudoconvexe. Prenons un point frontière r_0 de la portion non-ramifiée $\mathcal{D}_0$ de $\mathcal{D}$. D'abord considérons le cas où r_0 détermine un point intérieur t_0 de S . Dans ce cas, nous pouvons prendre un voisinage Δ de t_0 dans D étant lui-même un espace de Stein; alors un domaine ramifié $\mathcal{X}=(\Delta, \varphi)$ est un domaine d'holomorphie. Donc sa portion non-ramifiée $\mathcal{X}_0=(\Delta-\Delta \cap S, \varphi)$ est un domaine d'holomorphie aussi dans la catégorie des domaines sans point critique intérieur; et par conséquent, elle est pseudoconvexe. Le point t_0 détermine en général d'un nombre fini des points frontières de $\mathcal{X}_0$; nous les désignons par $\Gamma=\{t_i\}_{1 \leq i \leq k}$. En particulier r_0 appartient à Γ . Puisque $\mathcal{X}_0$ est pseudoconvexe, chaque point t_i est ainsi. Donc en particulier r_0 est pseudoconvexe.

2°. Ensuite, considérons le cas où r_0 détermine un point frontière $t_0 \in \partial \mathcal{D}$ étant un point d'accumulation de la surface critique S . Soit S_{a,t_0} la composante connexe de la surface critique algébroïde S_a , admettant t_0 pour son point intérieur ou frontière. Il y a deux cas possibles.

Dans le cas où t_0 est un point intérieur de S_a , on revient au cas précité, à savoir le cas où t_0 est un point intérieur de S . Il se présente un cas de cette sorte lorsque la composant connexe S_{t_0} de S admettant r_0 pour son point d'accumulation est incomplète. Remarquons que dans le cas présent t_0 est réellement un point critique du domaine $\mathcal{D}_a$. En effet, si t_0 n'est pas un point critique de $\mathcal{D}_a$, il n'est pas un point d'accumulation de S ; il est une contradiction.

Au contraire, lorsque S n'est pas incomplète, t_0 est un point d'accumulation de S_a . D'abord considérons le cas où t_0 est (C)-pseudoconvexe. Nous désignons par $\{t_v\}$ une infinité dénombrables des points frontières de $\mathcal{D}_0$ déterminés par t_0 . Alors tout point t_v est pseudoconvexe. En effet, s'il n'est pas ainsi, nous pouvons tracer dans l'espace C^n une figure de Hartogs H et un polycylindre P annexe à H comme suit; (a) $\tilde{\varphi}_0(t_v) \notin H$, $\tilde{\varphi}_0(t_v) \in P$; (b) soit P_0^* la composante connexe de $\varphi_0^{-1}(P)$ admettant t_v pour son point frontière, et soit H^* la composante connexe de $\varphi_0^{-1}(H)$ tel qu'on a $H^* \subset P_0^*$; alors $\varphi_0|_{H^*}: H^* \rightarrow H$ est homéomorphe. Pour la composante connexe P^* de $\varphi^{-1}(P)$ contenant H^* , un triple $\eta=(P^*, \varphi, P)$ est

un revêtement de type (a), parce que t_0 est (C)-pseudoconvexe. Mais puisque t_0 est un point frontière de η , et qu'on a $\tilde{\varphi}_0(t_0) \in P$, il est une contradiction. C.Q.F.D. En particulier r_0 est pseudoconvexe.

3°. Supposons maintenant que t_0 n'est pas (C)-pseudoconvexe; et considérons le cas de théorème 2, (c). Traçons dans l'espace $\mathbb{C}^n$ un polycylindre P_0 autour $\tilde{\varphi}(t_0)$; soit Δ la composante connexe de $\varphi^{-1}(P_0)$ admettant t_0 pour son point frontière. Nous pouvons supposer qu'un triple $\mathcal{X}=(\Delta, \varphi, \varphi(\Delta))$ est un revêtement de type (a) algébrique globalement. Puisque t_0 n'est pas (C)-pseudoconvexe, nous pouvons tracer dans P_0 une figure de Hartogs H et un polycylindre P annexe à H tel qu'on a $\tilde{\varphi}(t_0) \notin H$ et $\tilde{\varphi}(t_0) \in P$. Posons

$$H^* = \varphi^{-1}(H) \cap \Delta, \quad \xi = (H^*, \varphi, H).$$

Puisque $\mathcal{X}$ est algébrique globalement, il existe une fonction holomorphe sur Δ comme suit: il y a un pseudo-polynôme distingué $p(X)$ aux fonctions holomorphes sur $\varphi(\Delta)$ pour ses coefficients tel que son degré est égal au nombre des feuilletts du $\mathcal{X}$, et que de plus on a identiquement $p(f)=0$ sur Δ .

Considérons la fonction intégral algébroïde $w=w(z)$ définie par l'équation $p(w)=0$. Puisque P est l'enveloppe d'holomorphie de H , tous les coefficients de $p(X)$ se prolonge analytiquement en P . Par suite, le domaine d'existence de la fonction $w=w(z)$ contient un revêtement de type (a) $\eta=(P^*, \tau, P)$ sur P pour son sous-domaine. En effet, η n'est pas l'autre que la portion sur P du domaine d'existence de la fonction $w=w(z)$. Il est évident que le revêtement $\xi^*=(\varphi^{-1}(P) \cap \Delta, \varphi, P \cap \varphi(\Delta))$ est équivalente à la portion sur $P \cap \varphi(\Delta)$ $\eta^*=(\tau^{-1}(P \cap \varphi(\Delta)), \tau, P \cap \varphi(\Delta))$ de $\mathcal{X}$, parce que la fonction $w=w(z)$ coïncide avec f sur $\varphi^{-1}(P) \cap \Delta$; et il est évident aussi que toute fonction holomorphe sur ξ^* se prolonge analytiquement en η . Le point frontière t_0 se réalise comme un point intérieur de η , parce qu'on a $\tilde{\varphi}(t_0) \in P$. En particulier, la surface critique S n'est pas singulière essentiellement en t_0 .

Soit S la surface critique de η ; et soit $T_\eta=\tau(S_\eta)$ sa projection sur P . Reprenant P plus petit s'il le faut, et faisant une transformation analytique biunivoque convenable à P , nous pouvons supposer que T_η est définie par l'équation $h(z)=0$, où h est une fonction holomorphe sur P . Soit $g=h \circ \tau$ la composition de τ et h ; alors g est une fonction holomorphe sur P^* .

Maintenant désignons par Γ l'ensemble de tous les points frontières de ξ_0^* déterminés par des points frontières de ξ^* remplissant les mêmes conditions que r_0 , dont ξ_0^* est la portion non-ramifiée de ξ^* . Alors, Γ forme l'ensemble fermé *nicht-hebbaren* au sens de H. Grauert et R. Remmert [1] dans la frontière de

ξ_0^* ; de plus pour tout point r de Γ nous pouvons prendre une suite des points $\{x_k\}$ de ξ_0^* convergente vers r tel que $\lim_{k \rightarrow \infty} g(x_k) = 0$. En effet, puisque r est déterminé par un point frontière de ξ^* , étant un point d'accumulation de S et puisque g est identiquement zéro sur $S \cap \varphi^{-1}(P)$, nous pouvons certainement prendre une telle suite. Donc Γ est un ensemble *rare* au sens de H. Grauert et R. Remmert [1]. Le revêtement ξ_0^* est pseudoconvexe en tout point frontière à l'exception de celles qui appartiennent à Γ ; par suite d'après le théorème de H. Grauert et R. Remmert [1], ξ_0^* est pseudoconvexe en tout point de Γ . En particulier r_0 est pseudoconvexe. C. Q. F. D.

[Remarques]

(a) Soit $\mathcal{D}_0 = (D_0, \varphi_0)$ un domaine sans point critique intérieur; et soit r un point frontière de $\mathcal{D}_0$. r sera dit *hebbaren* s'il y a un voisinage U_r de r dans $\mathcal{D}_0 = \mathcal{D}_0 \cup \partial \mathcal{D}_0 = (\tilde{D}_0, \tilde{\varphi}_0)$ tel que le domaine $(U_r, \tilde{\varphi}_0)$ est univalent, et que $U_r \cap \partial \mathcal{D}_0$ est un ensemble d'ordre un; à savoir, $\delta \cap \partial \mathcal{D}_0$ est fermé et contenu localement dans l'ensemble analytique défini par la seule fonction holomorphe. Un point frontière sera dit *nicht-hebbaren* s'il n'est pas hebbaren.

(b) Un ensemble fermé Σ dans la frontière $\partial \mathcal{D}_0$ sera dit *rare*, si pour tout point $r_0 \in \Sigma$, il y a un voisinage $U_{r_0} \subset \tilde{D}_0$, et une fonction holomorphe f sur $U_{r_0} \cap D_0$ n'étant pas identiquement zéro comme suit: à savoir, pour tout point $r \in U_{r_0} \cap \Sigma$, il y a une suite des points $\{x_k\}$ dans $U_{r_0} \cap D_0$ tel qu'on a $\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_k) = 0$.

(c) *Théorème de H. Grauert et R. Remmert [1].* Soit A un ensemble fermé dans $\partial \mathcal{D}_0$ composé des points frontières *nicht-hebbaren* et *rare*; et supposons que $\mathcal{D}_0$ est pseudoconvexe en tout point de $\partial \mathcal{D}_0 - A$. Alors, $\mathcal{D}_0$ est lui-même ainsi; à savoir, il est pseudoconvexe en tout point frontière.

4. Points frontières n'étant pas (C)-pseudoconvexes.

Soit $\mathcal{D} = (D, \varphi)$ un domaine intérieurement ramifié; et soit r un point frontière de $\mathcal{D}$, n'étant pas (C)-pseudoconvexe. Alors, nous pouvons tracer dans l'espace $\mathbb{C}^n$ une figure de Hartogs H et un polycylindre P annexe à H ainsi qu'il suit; d'abord, on a

$$\tilde{\varphi}(r) \in H, \quad \tilde{\varphi}(r) \in P;$$

alors il y a une composante connexe de $\varphi^{-1}(P)$ admettant r pour son point frontière; désignons-la par P^* ; ensuite, il y a une composante connexe H^* de $\varphi^{-1}(H) \cap P^*$ tel qu'un triple $\xi = (H^*, \varphi, H)$ est un revêtement de type (a).

Désignons par $\mathcal{F}$ la famille de toutes les restrictions des fonctions holomorphes sur D à H^* . Soit f une fonction holomorphe appartenant à $\mathcal{F}$; alors il y a un pseudo-polynôme distingué $p(X)$ aux fonctions holomorphes sur H pour ses coefficients tel qu'on a identiquement $p(f)=0$ sur H^* . Considérons la fonction intégrale algébroïde $w=w(z)$ définie par l'équation $p(w)=0$. Tous les coefficients du polynôme $p(X)$ se prolongent analytiquement en P , parce que P est l'enveloppe d'holomorphie de H . Désignons par $\eta_f=(P_f^*, \varphi_f, P)$ la portion sur P du domaine d'existence de la fonction $w=w(z)$. Le revêtement η est contenu dans η_f parce que la fonction f coïncide avec la fonction $w=w(z)$ sur H^* . Désignons par $\eta=(E^*, \varphi^*, P)$ l'intersection de tous η_f dont $f \in \mathcal{F}$. Le revêtement ξ est contenu dans η ; à savoir il y a une application holomorphe non-dégénérée $\mu: H^* \rightarrow E^*$ tel qu'on a $\varphi = \varphi^* \circ \mu$. Toute fonction appartenant à $\mathcal{F}$ se prolonge analytiquement en η ; à savoir, pour toute fonction $f \in \mathcal{F}$, il y a une fonction holomorphe f^* sur E^* tel qu'on a $f = f^* \circ \mu$.

Désignons par $H(D)=(D_H, \varphi_H)$ l'enveloppe d'holomorphie de $\mathcal{D}$; alors η est équivalent à (P_H^*, φ_H) , dont P_H^* est une certaine composante connexe de $\varphi_H^{-1}(P)$; à savoir il y a une application holomorphe biunivoque $v: E^* \rightarrow P_H^*$ tel qu'on a $\varphi^* = \varphi_H \circ v$. D'autre part il y a une application holomorphe non-dégénérée $\rho: D \rightarrow D_H$ tel qu'on a $\varphi = \varphi_H \circ \rho$. Alors on a $\rho(P^*) \subset P_H^*$; donc en particulier le point frontière r se réalise en $H(D)$ comme un point intérieur.

THÉORÈME 3. *Soit $\mathcal{D}$ un domaine intérieurement ramifié; et soit $H(D)$ sa enveloppe d'holomorphie. Alors, des points frontières de $\mathcal{D}$ n'étant pas (C)-pseudoconvexes se réalisent en $H(D)$ comme des points intérieurs.*

Au ce sens des domaines intérieurement ramifiés ne sont pas singuliers essentiellement en ses points frontières n'étant pas (C)-pseudoconvexes.

Bibliographie

- [1] H. GRAUERT ET R. REMMERT, *Konvexität in der komplexen Analysis*, Comm. Helv., **31** (1956-57), 152-183.
- [2] K. OKA, *Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables, IX., Domaines finis sans point critique intérieur*, Jap. J. Math., **23** (1953), 97-155.