光量子情報処理入門

第1回：光子対の量子エンタングルメント

武岡 正裕, 佐々木 雅英

情報通信研究機構(〒184-8795 東京都小金井市貫井北町4-2-1)

Introduction to Optical Quantum Information Processing

1. Quantum Entanglement in a Photon-Pair

Masahiro TAKEOKA and Masahide SASAKI

National Institute of Information and Communications Technology (NICT) 4-2-1 Nukui-Kitamachi, Koganei-city, Tokyo 184-8795

(Received July 26, 2004)

1. はじめに

最近, 量子計算, 量子暗号など, いわゆる量子情報処理と呼ばれる分野の研究が注目されており, 物理, 数理系のみでなく, 本誌を始めとする工学系の学術誌でも関連する話題の特集が盛んに組まれている(文末の参考文献を参照). 量子情報処理とは, 量子効果によって初めて達成される情報処理技術, 能力のことを指す. 長年の先駆的, 基礎的な研究期間を経て, 近年では, 量子効果が情報通信, 計算機などにおいて従来技術の延長には無い飛躍的な性能向上をもたらし得ることが次々に明らかになってきた. そして今世紀に入り, いよいよその性能の実現に向けた工学としての量子情報技術が研究されようとしている.

一方, 物理の分野では, 量子力学の様々な予想, パラドックスなどを実験的に明らかにする手段として, 光が使われてきた. 光は, 物質の粒子性と波動性という量子力学の相補性が実験室において比較的容易に観測できるからである. また本学会誌でも頻繁に報告されているように, 原子, 分子, 半導体等の量子力学的性質を制御, 観測する手段としても光は様々な応用されてきた. さらに現在の情報通信技術においても光は主要なキャリアの一部であることから, 光を用いた量子情報技術の探索, 開発は, 必然的な流れのひとつであるといえる.

ところが, レーザー工学, 電子工学等の分野から新たに量子情報に関する論文, レビュー等を読もうとすると, 表現が数学的, 抽象的でとまどいを覚えるようなことがあるかもしれない. それはある種必然的なことで, 情報処理技術を根本的に支える情報理論や計算機理論は元来ハードに依存しない学問であるから, それらに量子力学を組み込んでできる理論もやはり個々の物質や物理

過程には依存しない形になってしまうからである. しかしながら, このような量子情報理論を実現し工学技術へと導けるかどうかの出発点は, 実験系の物理, 応用物理の研究者が, 与えられた数式と現実の物理現象を如何に結び付けられるかにかかっているのである.

本シリーズでは, 主に光を使った量子情報処理について, その基本的な概念と機能性について紹介する. なるべく直感的な説明を重視しつつも, その直感的イメージと数式(物理過程と数学用語)がどのように結びついているのかということにもできるだけ触れていきたい. といってもここで必要な数学は教養課程レベルの線形代数のみである. イメージと数式が結びついたとき, 量子情報研究の多彩な世界と魅力を感じることが出来るものと思う.

第1回, 第2回では, 光子を例として, 量子情報処理の分野全体において最も重要な概念である「量子エンタングルメント」と, それを使った量子情報処理の例として光子の量子テレポーテーションを紹介する. そこでは, 量子情報処理のエッセンスと最小限必要な量子力学を学ぶことができる.

第3回, 第5回では, 量子計算, 量子暗号を中心として, 実際の機能性を持つ量子情報処理プロトコルを紹介する.

第5回, 第6回では, このような量子情報処理を実現する為の物理過程について概説する. 第5回では, 多数の光子を含むよりマクロな光の量子状態に関する量子光学を概観し, 第6回は, 量子情報処理に関わる量子光学の先端的な実験研究の話題について触れる.

なお, 同じトピックでもその解説, 解釈の切り口は様々であるから, レビュー, 解説などを複数読むことは理解を深める上で非常に重要である. 主な学会誌の量子

情報, 量子光学に関する特集を参考文献として文末に挙げておく. また, 本稿ではより直感的でシンプルな説明を目指している, 議論の厳密性, 一般性は著しく欠けていることも明記しておく. 本シリーズが, より専門的な解説や原著論文を読む際の導入, 踏み台となれば幸いである.

2. 光子対のエンタングルメント

量子エンタングルメントは, 量子力学の最も重要な概念の1つであると同時に, 量子光学, 量子情報理論においても主要な役割を果たしている. どのように役立っているのかは次回以降に紹介するとして, 今回はその量子力学特有の性質を, 光子の偏光状態のエンタングルメントを例にとって考える.

2.1 光子の量子状態とその測定

本題に入る前に, 量子力学で記述される光子の偏光状態とその測定とは何か, というところから始めたい. 以下ではマクロな光の偏光測定, 単一光子の偏光測定の直感的説明, 数学的表記を順番に述べる. 偏光はこれらの対応が最も簡単な物理系の一つである.

まず, マクロなコヒーレント光の偏光を測定することを考えよう. 量子力学に関係なく, 光の偏光状態は電界の振動方向に関する2次元のベクトルとして考えればよく, 任意の偏光は直線偏光の重ね合わせや円偏光の重ね合わせで記述される. そしてその偏光を測定するには通常, 偏光ビームスプリッター (PBS) で分離した後に光検出器でパワーを測定する (Fig. 1 (a)). そのときのパワーの分割比は, Fig. 1 (b) のように元の光の電界が持つ偏光成分を水平, 垂直成分にそれぞれ射影した量の絶対値の2乗である. また, 水平, 垂直偏光ではなく, 直交する斜め偏光, 円偏光等に射影させたい場合は, PBSの手前に1/2波長板, 1/4波長板等を挿入すればよい. これらは光学の実験では日常的に目にする事実であると思う.

1つの光子の偏光という量子力学的な状態でも, このような光波の性質はほとんど同じである. 新たに加わるのは, 「光子1つ」という粒子性である. 偏光した光子をFig. 1 (a)の測定器に入射すると, 水平, 垂直偏光のどちらか一方のポートのみでしか光子は検出されない. その検出確率が, 先程同様, 光子の持つ水平, 垂直成分をそれぞれ射影した絶対値の2乗となるのである. このとき, 量子力学では次のような解釈がなされる. すなわち検出される前の光子の状態は水平偏光と垂直偏光のどちらかであるという確率の波の重ねあわさった状態であり (PBSを通過した後も!), 検出を行ってはじめて, そのどちらであったかを知ることができるのである.

今度はこの光子の測定の状況を, 式で表してみよう^{†1}. 測定前の光子の状態は確率の波で表されると述べたが,

Fig. 1 (a) Detection of polarized photons. PBS is a polarization beamsplitter. (b) Projection onto vertical-horizontal polarization.

実はそれは状態ベクトルと呼ばれるベクトルで書かれる. これは通常 $|\psi\rangle$ のような記号で書かれているが, 要はベクトルである. 例えば水平偏光の光子を $|H\rangle$, 垂直偏光の光子を $|V\rangle$ と表記することにする. 先述のように光子の偏光の自由度は2次元であり, 水平, 垂直偏光は互いに直交した偏光である. そこで $|H\rangle$, $|V\rangle$ の中身は

$$|H\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |V\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

のような2次元の直交するベクトルで書ける. すると斜め偏光, 円偏光といった任意の偏光状態 $|\phi\rangle$ の光子はこれらの重ね合わせ

$$|\phi\rangle = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

で表される. この状態ベクトルは, 常に規格化されたベクトル ($|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) でなければならない. ここで重要なことは, 重ね合わせる成分は何も $|H\rangle$, $|V\rangle$ のみとは限らない, という点である. (2)式の $|\phi\rangle$ は水平偏光, 垂直偏光成分にわけることができるし, 右回り, 左回りの円偏光成分にわけることができる.

次にPBSと光検出器からなる測定装置の表式について考えてみよう. 実は測定装置も同じようにベクトルを使って記述される. Fig. 1 (a)の装置は光を水平, または垂直偏光へと射影する測定器であると述べたが, これは先程水平, 垂直偏光の状態を表すのに使った2つの直交するベクトルのセット $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ で表すことができる. 偏光状態

^{†1} 単一光子の偏光について論じる場合, 「単一光子はそれ以上分割できない」という点だけ注意すれば, 状態のベクトル表記も, 測定が射影であることも, 古典的な光学とほとんど同じである. 本稿では触れる余裕が無いが, 光学で対応するのはジョーンズベクトル, ストークスパラメータと呼ばれるもので, これらは本稿の理解に非常に助けになると思う.

$|\phi\rangle$ の入射光子が水平、または垂直偏光として検出される確率 $P(H)$ 、 $P(V)$ はそれぞれ射影成分の絶対値の2乗であったから、例えば $P(H)$ は測定ベクトル $|H\rangle$ を使って

$$P(H) = |\langle H|\phi\rangle|^2 = \left| \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \right|^2 = |\alpha|^2 \quad (3)$$

のように計算することができる。ここで $\langle A|B\rangle$ は、式にあるように互いのベクトルの内積をとるという意味である。例えば $\{\alpha=1, \beta=0\}$ ならば入射される光子は水平偏光であり、水平偏光として検出される確率が当然1となる。

ところで、 $\{|H\rangle, |V\rangle\}$ は数学的には、偏光状態の取り得る2次元空間の直交基底ベクトルになっている^{†2}。つまり測定ベクトルは、測定される量子状態の空間の直交基底ベクトルの組で書かれるのである^{†3}。線形代数を思い出せば基底ベクトルの選び方は様々であったから、測定の方法も様々である。これは物理的には、Fig. 1(a)の装置で手前に適当な波長板を入れ、 $|H\rangle$ 、 $|V\rangle$ を重ね合わせた2つの直交する斜め偏光、または円偏光の組に射影することに相当する。逆にいうと、状態ベクトルが互いに直交する量子状態とは、互いに必ず識別できる量子状態である。

以上が、光子の偏光状態と測定過程の概要である。次節では、これらのルールを使ってエンタングルメントについて議論する。ここまでは、光子が単一の量子である、ということを除けば、従来の光学と非常によく対応していることが分かると思う。もちろん、対応がよいのは単一モードの光子の偏光だけの事情であって、これらの量子力学のルールは偏光状態以外でも共通である。例えば、光子0個の状態(真空状態)を $|0\rangle$ 、1個の状態を $|1\rangle$ と表記すれば、これらの状態は理想的な光子検出器があれば明らかに識別可能であるから、 $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ は互いに直交するベクトルである^{†4}。また次節のように、モードを2つに拡張しただけで、古典的には全く対応のつかない量子力学特有の性質が現れることになる。

2.2 偏光のエンタングルした光子対

エンタングルメント(entanglement)は「絡み合い」または「もつれ合い」などと訳され、エンタングルした状態とは、複数の粒子の間に量子力学特有の相関が形成された状態である。といってもこれだけでは表現があまりにも抽象的なので、具体的に2つのエンタングルした光子の対を発生させる過程を説明し、加えてそれが前節の状態ベクトルでどう記述されるのかを考えていく。

偏光状態のエンタングルした光子対は、2次の非線形光学結晶を使った光パラメトリック過程で発生することが

できる。光パラメトリック過程は、周波数 ω_p のポンプ光子が結晶中で周波数 ω_s のシグナル光子と周波数 ω_i のアイドラー光子に変換される過程で、これらの光子の間には $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ の周波数保存則と、 $\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i$ の運動量保存則が成り立っている。これらの保存則から、シグナル光子が波数ベクトル $\vec{k}_s$ の方向に発生するときはアイドラー光子も必ず対となって波数ベクトル $\vec{k}_i$ の方向に発生する。シグナル、アイドラーの周波数の縮退した光パラメトリック過程によるエンタングルメント光子対生成の概念図をFig. 2に示す。タイプIIの結晶では、シグナルとアイドラーは偏光が互いに直交して発生する。さらに異方性結晶を使って複屈折を利用すると、それぞれの光の放射パターンはFig. 2にあるように2つの円錐形の形になる。互いに放射角が異なるのは、結晶の異方性によるものである。2つの円錐形の交差する2点から放射された光子のみを取り出すと、運動量保存則から、一方の交差点Aからシグナル光子が現れた場合もう片方の交差点Bには必ずアイドラー光子が現れ、逆にAからアイドラー光子が現れた場合Bには必ずシグナル光子が現れることになる。どちらがどちらなのかは測定してみるまでわからない。

このときのモードA、Bに現れた2つの光子全体の量子状態を状態ベクトルで表すと、

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_A|V\rangle_B + |V\rangle_A|H\rangle_B) \quad (4)$$

のように書かれる。ここで $|H\rangle_A|V\rangle_B$ のような表式について少し述べる。これはAの光子が水平偏光で、Bの光子が垂直偏光という状態を表している。1つの光子の偏光が2次元の自由度を持つから、2光子全体で取り得る状態は $2 \times 2 = 4$ で4次元の自由度を持つはずである。数学的には、実は $|H\rangle_A|V\rangle_B$ はテンソル積 $|H\rangle_A \otimes |V\rangle_B$ を省略したものであり、 $|H\rangle_A|V\rangle_B$ は全体でひとつの4次元ベクトルになる。前節で、互いに識別可能な状態は互いに直交する状態ベクトルで書かれると述べたが、例えば $|H\rangle_A|H\rangle_B$ 、 $|H\rangle_A|V\rangle_B$ 、 $|V\rangle_A|H\rangle_B$ 、 $|V\rangle_A|V\rangle_B$ は明らかに互いに識別可

Fig. 2 Entangled photon-pair generation via non-collinear type-II parametric down-conversion.

^{†2} つまり量子状態は、数学的には常にある空間のなかのベクトルとして書かれるのである。物理的に意味のある空間は線形代数ではヒルベルト空間と呼ばれる種類のもので、例えば今考えているような単一光子の偏光状態は、2次元のヒルベルト空間を使って記述されていることになる。

^{†3} 実際には、互いに非直交な測定ベクトルなど、より多様な測定があり得るのだが(一般化量子測定)、ここでは触れない。詳細は文献3)など参照。

^{†4} 通常目にする光はより多くの光子を含むが、そのような系の量子光学については第5回の解説を参照。

能である(A, Bそれぞれの光子の偏光を測定して組み合わせを見ればよい). 従ってこれらを互いに直交する基底ベクトル

$$\begin{aligned} |H\rangle_A |H\rangle_B &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & |H\rangle_A |V\rangle_B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ |V\rangle_A |H\rangle_B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, & |V\rangle_A |V\rangle_B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

だと考えればよい. よって2つの光子全体の量子状態は, これらの重ねあわせで書くことができる. (4)式もまさにそうになっている.

話を(4)式の量子状態に戻そう. この式の意味することころは, モードAをFig. 1のような装置で測定して, 水平偏光 $|H\rangle$ ならばモードBは自動的に垂直偏光 $|V\rangle$ となるが, Aが $|V\rangle$ ならば自動的にBは $|H\rangle$ になる, ということである. このようにAの測定のみでBの状態を知ることができ, A, Bの状態の間には相関がある. しかし, これだけでは特に量子力学を必要としないかもしれない. 例えば水平, 垂直偏光の光をペアで用意して, A, Bそれぞれにランダムに射出すれば同じ状況が作れるように見える. ここでポイントは, 前節で議論したように重ね合わせる基底ベクトルの種類は一意には決まらない, という点である. (4)式では状態を直線偏光の重ね合わせで表しているが, 同じ状態を例えば円偏光の重ね合わせを使って表示しなおすこともできる. 円偏光は水平, 垂直偏光の片方を1/4波長ずらすことで得られるから, 右回り, 左回りに円偏光している光子の状態ベクトルも

$$|R\rangle = (|H\rangle + i|V\rangle)/\sqrt{2}, \quad |L\rangle = (|H\rangle - i|V\rangle)/\sqrt{2}$$

のように書ける. 虚数 i が位相のずれであり, またこれらも互いに直交している. これらを(4)式に代入すれば, この量子状態は

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle_A |L\rangle_B + |L\rangle_A |R\rangle_B) \quad (6)$$

と書き換えられてしまう. 今度の式からは, Aを右回り円偏光 $|R\rangle$, 左回り円偏光 $|L\rangle$ の基底で測定したとき, Aが $|R\rangle$ ならばBの偏光は自動的に $|L\rangle$ と定まり, Aが $|L\rangle$ ならばBは $|R\rangle$ ということが読み取れる. つまり(4)式の議論と合わせると, Aの光子の測定方法(直線偏光に分解するか, 円偏光に分解するか)に依存して, 離れた場所にあるBの光子は何も触れられていないのに瞬時に直線偏光になったり円偏光になったりするのである. このように測定するまで状態は定まらず, また測定法の選択によって

空間的に離れた状態までもが定まってしまうのが, 量子エンタングルメントの特徴的な性質である. このような一見直感を裏切るような現象, 解釈をめぐっては, 長い間論争がなされていた(EPRパラドックスなどと呼ばれている. 例えば文献1)参照). しかし今ではFig. 1(a), で考えたような装置は実際に手に入るものばかりであり, こうした実験は解釈の正当性をよく示している. また, エンタングル光子対の発生方法にも改良がなされており, 様々な量子情報処理プロトコルへと応用されるようになっていく.

3. 第1回のおまとめ

本稿では, 光パラメトリック過程により生成されるエンタングルした光子対について, その基本的性質について考えた. 初回ということで量子力学の復習のような内容にくだい位に誌面を割いてしまったが, 次回からいよいよ量子情報処理の具体的なプロトコルについて紹介していきたい. そこでは, 今回示したエンタングルメントの性質が情報処理という目的にフルに活用されていくことになる.

参考文献

- 1) 松岡 正浩: 量子光学(裳華房, 2000): 量子光学(東京大学出版会, 1996年). 前者はレーザー物理から量子光学へ移行する際, また後者は量子光学を本格的に学ぶ際に優れたテキストである.
- 2) 細谷 暁夫: 量子コンピュータの基礎(サイエンス社, 1999年). 量子計算の原理から実験例まで丁寧に説明されている.
- 3) M. Nielsen and I. L. Chuang: Quantum Computation and Quantum Information (Cambridge University Press, 2000). 一見難解そうに見えるが, 実は量子力学, 情報理論などの予備知識を全く必要としていない. 特に, 線形代数, 量子力学入門に関する章は, 実験, 理論を問わず量子情報に関わる研究者には非常に有用である.

量子情報, 量子光学に関する特集号

- 4) レーザー研究 Vol. 28, No. 10 (2000)「最近の量子光学の進展」
- 5) レーザー研究 Vol. 31, No. 09 (2003)「量子情報光学と量子情報科学」
- 6) 光学 Vol. 29, No. 12 (2000)「量子系と光技術」
- 7) 応用物理 Vol. 72, No. 02 (2003)「量子情報処理 量子光学と光学の接点」
- 8) 電子情報通信学会誌 Vol. 85, No. 08 (2002)「量子情報科学 新しい情報処理のパラダイム」
- 9) 数理科学 Vol. 34, No. 12 (1996)「量子情報理論の新展開」
- 10) 数理科学 Vol. 36, No. 10 (1998)「量子コンピュータ」
- 11) 数理科学 Vol. 37, No. 01 (1999)「多彩な光」
- 12) 数理科学 Vol. 39, No. 06 (2001)「量子情報と量子コンピュータ」
- 13) 数理科学 Vol. 40, No. 11 (2002)「量子情報科学の新時代」
- 14) 数理科学 Vol. 42, No. 06 (2004)「量子アルゴリズムの新地平」この他にも, 物理学会誌などにも単体で多くの解説記事が書かれている.