チュートリアル 1個の原子と1個の光子の相互作用を操る： 共振器量子電気力学

久我 隆弘

東京大学大学院 総合文化研究科 (〒153-8902 東京都目黒区駒場3-8-1)

Tutorial: Manipulating Interaction between Single Atoms and Single Photons: Cavity Quantum Electrodynamics

Takahiro KUGA

The Graduate School of Arts and Sciences, University of Tokyo, 3-8-1 Komaba, Meguro, Tokyo 153-8902

(Received May 2, 2013)

The 2012 Nobel Prize in Physics was awarded to Serge Haroche and David J. Wineland for their groundbreaking work in developing experimental methods that measure and manipulate individual quantum systems. Their methods, which have allowed the control of a system constituted of a single atom (ion) and a single photon, have opened a wide variety of applications. As a tutorial, this article outlines the fundamental concept of their Nobel-awarded methods: cavity quantum electrodynamics.

Key Words: Cavity quantum electrodynamics, Atom-photon interaction, Strong coupling, Dressed atom

1. はじめに

2012年のノーベル物理学賞は、『個々の量子系を測定、操作する画期的な実験的手法の開発』との理由で、フランス高等師範学校のセルジュ・アローシュ(Serge Haroche)と米国標準・技術研究所のデビッド・J・ワインランド(David J. Wineland)に贈られた。具体的には、1個の原子やイオン(以下総称して原子と呼ぶ)と1個の光子との相互作用を人為的に自由に制御できる手法・装置を開発したことが受賞対象となった。そう、『1個』という点がすごいところなのだ。

量子力学の標準的な枠組みにおいて、シュレーディンガー方程式は1個の原子系の振る舞いを記述する。しかし、古くから行われてきた実験では、原子や光子の集団としての振る舞いを観測してきた。そう、無数の原子と光子とが関わる統計平均を観測してきた。だが、近年の技術開発(微細加工、高品位研磨・蒸着、レーザー冷却など)により、1個の量子それぞれの観測が可能となり、個々の振る舞いの人為的な制御も現実のものとなった。いわゆる、共振器量子電気力学、原子-光強結合系と呼ばれる分野である。

本稿はチュートリアルとして、共振器量子電気力学の基礎を解説する¹⁾。

2. 原子と電磁場の相互作用

原子と電磁場の相互作用、ここでは光の吸収や放出は、Fig. 1のように、ハミルトニアン $\hat{H}_A$ で表される原子系と、同じく $\hat{H}_F$ で表される電磁場が、相互作用ハミルトニアン $\hat{H}'$ で結びつくという図式で説明できる。このとき、全系の状態 $\psi(\mathbf{r}, t)$ の時間発展は、

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = (\hat{H}_A + \hat{H}_F + \hat{H}') \psi(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

$$\hat{H}_A = \sum_i E_i |i\rangle \langle i| \quad (2)$$

$$\hat{H}_F = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{k}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right) \quad (3)$$

Fig. 1 Schematic model of atom-photon (electromagnetic field) interaction.

なるシュレーディンガー方程式によって記述される。ここで、 $|i\rangle$ は原子系の*i*番目の固有状態(エネルギー固有値 E_i)、 $\hat{a}_k^\dagger(\hat{a}_k)$ は波数ベクトル $\mathbf{k}$ の電磁場モードの生成(消滅)演算子^{†1}、 $\omega_k=c|\mathbf{k}|$ (c は真空中の光速)である。また、相互作用ハミルトニアンは、電気双極子近似および電磁波の電場 $\hat{\mathbf{E}}$ は原子内で一様とする近似の下で、

$$\hat{H}' = -e\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{E}} \quad (4)$$

と書ける。 e は素電荷、 $\hat{\mathbf{r}}$ は原子系のポテンシャル中心を原点としたときの電子の位置座標(演算子)である。

式(4)の相互作用ハミルトニアン $\hat{H}'$ は、原子系に演算する部分 $e\hat{\mathbf{r}}$ と電磁場に演算する部分 $\hat{\mathbf{E}}$ からなっており、演算子 $e\hat{\mathbf{r}}$ は $\sum_i \langle i|i \rangle = 1$ なる関係より、

$$e\hat{\mathbf{r}} = \sum_{i,j} e|i\rangle\langle i|\hat{\mathbf{r}}|j\rangle\langle j| = \sum_{i,j} \wp_{ij} \hat{\sigma}_{ij} \quad (5)$$

と書くことができる。ここで $\wp_{ij} = e\langle i|\hat{\mathbf{r}}|j\rangle$ は電気双極子遷移の行列要素であり、 $\hat{\sigma}_{ij} = |i\rangle\langle j|$ は、原子系の $|j\rangle$ という状態を消して $|i\rangle$ という状態を作る演算子、すなわち状態変換演算子である。一方、電場 $\hat{\mathbf{E}}$ は、

$$\hat{\mathbf{E}} = \sum_{\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}} (\hat{a}_{\mathbf{k}} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger) \quad (6)$$

と表される。 $\tilde{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}}$ は偏光方向の単位ベクトル、

$\mathcal{E}_{\mathbf{k}} = \left(\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{\epsilon_0 V} \right)^{1/2}$ である(V はモード体積)。以上をまとめると、

$$\hat{H}' = \hbar \sum_{i,j} \sum_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}^{ij} \hat{\sigma}_{ij} (\hat{a}_{\mathbf{k}} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger) \quad (7)$$

となる。ここで $g_{\mathbf{k}}^{ij} = -\frac{\wp_{ij} \cdot \tilde{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}}}{\hbar}$ である。

式(1)のシュレーディンガー方程式を解くには、相互作用が弱いとして、全系の状態を原子系の固有状態 $|i\rangle$ と電磁場の状態 $|\alpha_{\mathbf{k}}\rangle$ ^{†2}を使って

$$\psi(t) = \sum_i \sum_{\mathbf{k}} c_{i,\mathbf{k}}(t) |i, \{\alpha_{\mathbf{k}}\}\rangle \quad (8)$$

と表現し、相互作用を摂動として取り扱う。なお、ここ以下では表式を簡潔にするため状態関数の引数に座標 $\mathbf{r}$ は明示しない。

3. 二準位系原子

ここで少し問題を単純化して、原子には電気双極子相互作用で遷移可能な二準位、基底状態 $|g\rangle$ と励起状態 $|e\rangle$ しかない二準位系原子を考えよう。この単純化は、遷移周波数付近の限られた周波数領域の電磁波(レーザーや共振器モード)しか考えない場合は、十分に正当なもの

である。

基底状態、励起状態のエネルギー固有値を $\hbar\omega_g$ 、 $\hbar\omega_e$ とすると、式(2)、(7)は、

$$\hat{H}_A = \hbar\omega_g |g\rangle\langle g| + \hbar\omega_e |e\rangle\langle e| = \frac{1}{2}\hbar(\omega_g + \omega_e) + \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg} \hat{\sigma}_z \quad (9)$$

$$\hat{H}' = \hbar \sum_{\mathbf{k}} (g_{\mathbf{k}}^{eg} \hat{\sigma}_+ + g_{\mathbf{k}}^{ge} \hat{\sigma}_-) (\hat{a}_{\mathbf{k}} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger) \quad (10)$$

となる。ここで $\omega_{eg} = \omega_e - \omega_g$ 、 $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ 、 $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g|$ 、 $\hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle e|$ である。式(10)の相互作用ハミルトニアンを展開すると、 $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\sigma}_-$ 、 $\hat{a}_{\mathbf{k}} \hat{\sigma}_+$ 、 $\hat{a}_{\mathbf{k}} \hat{\sigma}_-$ 、 $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\sigma}_+$ の4項が現れるが^{†3}、 $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\sigma}_+ (\hat{a}_{\mathbf{k}} \hat{\sigma}_-)$ は、原子が基底(励起)状態から励起(基底)状態に遷移して光を放出(吸収)するというような、エネルギー保存則を満たさないような過程なので無視する(回転波近似)。その結果、式(10)は、

$$\hat{H}' = \hbar \sum_{\mathbf{k}} (g_{\mathbf{k}}^{eg} \hat{\sigma}_+ \hat{a}_{\mathbf{k}} + g_{\mathbf{k}}^{ge} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\sigma}_-) \quad (11)$$

となる。

以上より、二準位系と多数の電磁場モードが相互作用している系のハミルトニアンは、エネルギーの定数項を取り除き、演算子を含む項のみを残すと、

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg} \hat{\sigma}_z + \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}} + \hbar \sum_{\mathbf{k}} (g_{\mathbf{k}}^{eg} \hat{\sigma}_+ \hat{a}_{\mathbf{k}} + g_{\mathbf{k}}^{ge} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\sigma}_-) \quad (12)$$

とまとめられる。

ここで、

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg} \hat{\sigma}_z + \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}}, \quad \hat{H}_1 = \sum_{\mathbf{k}} \hbar(g_{\mathbf{k}}^{eg} \hat{\sigma}_+ \hat{a}_{\mathbf{k}} + g_{\mathbf{k}}^{ge} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\sigma}_-) \quad (13)$$

において相互作用表示、

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_I &= \exp(i\hat{H}_0 t / \hbar) \hat{H}_1 \exp(-i\hat{H}_0 t / \hbar) \\ &= \sum_{\mathbf{k}} \hbar(g_{\mathbf{k}}^{eg} \hat{\sigma}_+ \hat{a}_{\mathbf{k}} \exp\{i(\omega_{eg} - \omega_{\mathbf{k}})t\} + g_{\mathbf{k}}^{ge} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\sigma}_- \exp\{-i(\omega_{eg} - \omega_{\mathbf{k}})t\}) \end{aligned} \quad (14)$$

をとると、二準位系と電磁場との相互作用の問題は、

$$i\hbar \frac{\partial \psi_I(t)}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}}_I \psi_I(t), \quad \psi_I(t) = \exp(i\hat{H}_0 t / \hbar) \psi(t) \quad (15)$$

なるシュレーディンガー方程式を解く問題に帰着する。

4. 自然放出

最初励起状態にあった1個の原子が、光を自然放出して基底状態に戻ることを考えよう。このとき、初期状態は $\psi_I(0) = |e, |0\rangle$ と表すことができる。なお $|0\rangle$ は全ての電磁場モードが真空状態であることを表している。やがて励起状態の原子は、波数ベクトル $\mathbf{k}$ でラベルされた電

^{†1} 本来ならば偏光の自由度も表記する必要があるが、煩雑になるので省略する。 $\mathbf{k}$ に含めて考えると解釈してもらっても良い。

^{†2} $|\alpha_{\mathbf{k}}\rangle$ は $\mathbf{k}$ でラベルされる単一モードの状態、 $||$ は存在する全モードの集合を表すものとする。

^{†3} 公式、 $e^{\alpha \hat{A}} \hat{B} e^{-\alpha \hat{A}} = \hat{B} + \alpha [\hat{A}, \hat{B}] + \frac{\alpha^2}{2!} [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \frac{\alpha^3}{3!} [\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] + \dots$ を用いる。

磁場モードに1光子を放出して基底状態へと遷移する(この状態を $|g, \{1_k\}\rangle$ と表す)。したがって、ある時刻 t での全系の状態は、

$$\psi_I(t) = c_e(t)|e, \{0\}\rangle + \sum_k c_{gk}(t)|g, \{1_k\}\rangle \quad (16)$$

と表すことができる。式(16)を式(15)に代入し、初期条件 $c_e(0) = 1$, $c_{gk}(0) = 0$ を考えると、

$$\begin{aligned} \dot{c}_e(t) &= -i \sum_k g_k^{eg} \exp(-i\delta_k t) c_{gk}(t) \\ \dot{c}_{gk}(t) &= -ig_k^{ge} \exp(i\delta_k t) c_e(t) \end{aligned} \quad (17)$$

が得られ、これを $c_e(t)$ だけの式にすると、

$$\dot{c}_e(t) = - \sum_k |g_k^{eg}|^2 \int_0^t dt' \exp\{-i\delta_k(t-t')\} c_e(t') \quad (18)$$

となる。なお $\delta_k = \omega_k - \omega_{eg}$ である。

式(18)は式(14), (15)から直ちに得られる結果だが、ここで「電磁場モードは連続と見なせる」という近似を行う。すなわち、波数ベクトルについての和を積分に置き換え、

$$\sum_k \rightarrow \frac{2V}{(2\pi)^3} \int dk d\theta d\phi k^2 \sin\theta \quad (19)$$

とする。なお右辺 V の前の因子2は、偏光に2成分あるための因子である。単位角周波数、単位体積あたりの電磁場のモード密度 $D(\omega)$ を求めるには、式(19)をモード体積 V で割った後、 $k = \omega/c$ として角度部分の積分を行えばよい。その結果、

$$D(\omega)d\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega \quad (20)$$

を得る。すなわち自由空間でのモード密度は ω^2 に比例する。なお、この近似は、電磁場を量子化の際、最初は一辺の長さ L の立方体中に存在する定在波を考えて量子化し、最後に L を無限大にするといった手続きと同じ「近似」である(Fig. 2)。

Fig. 2 Procedure for quantization of electromagnetic fields in free space.

ここで原子の遷移双極子の向きと電磁場の偏光方向との間の角度を θ とすると、

$$|g_k^{eg}|^2 = \frac{\omega |\mathcal{D}_{eg}|^2}{2\epsilon_0 \hbar V} \cos^2 \theta \quad (21)$$

と表されるので、式(19), (21)を式(18)に代入して角度部分 (θ, ϕ) の積分を行えば、

$$\dot{c}_e(t) = - \frac{2|\mathcal{D}_{eg}|^2}{3(2\pi)^2 \epsilon_0 \hbar c^3} \int_0^\infty d\omega \int_0^t dt' \omega^3 \exp\{-i\delta(t-t')\} c_e(t') \quad (22)$$

が得られる。これにデルタ関数の性質などを利用すると、最終的に、

$$\dot{c}_e(t) = -\gamma_{FS} c_e(t), \quad 2\gamma_{FS} = \Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} |\mathcal{D}_{eg}|^2 \quad (23)$$

を得る。式(23)からは、励起状態の占有率 $p_e(t) = |c_e(t)|^2$ は、

$$p_e(t) = \exp(-\Gamma t) \quad (24)$$

という形で時間とともに減衰していくことが分かる。この Γ は、自然幅(半値全幅)、アインシュタインのA係数とも呼ばれ、その逆数 $\tau = 1/\Gamma$ は励起状態の輻射寿命と呼ばれる。

5. 確率解釈

ここで今回の議論に深く関わるので、式(16)などに現れる係数 $c_e(t)$ の意味を、念のために再確認しておこう。 $c_e(t)$ は、ある時刻 t において原子系が励起状態 $|e\rangle$ 、電磁場の状態が $|0\rangle$ (真空状態)である確率振幅であり、その絶対値の二乗 $|c_e(t)|^2$ はその時刻に原子が励起状態にいる確率 $p_e(t)$ となる。たとえば、 $t=0$ でアボガドロ数 N_A 個の原子が励起状態にあったとすると、時刻 t で励起状態

Fig. 3 (a) Mode density of electromagnetic field in cavity. A smooth line in parabolic shape is a mode density of free space. (b) Ratio of mode density in cavity to free space.

に存在する原子数は、式(24)より $N_e(t) = p_e(t) N_A = N_A \exp(-\Gamma t)$ 個となる。つまりよく知られているように、励起状態の原子数は指数関数的に減少する (Fig. 3 (a))。

このように、多数個の原子があれば感覚的にも理解しやすいが、では原子が1個しかない場合はどうだろうか。このときは、いわゆる確率解釈に従い、時刻 t で原子を励起状態に見いだす確率が $p_e(t)$ 、基底状態に見いだす確率が $1 - p_e(t)$ ということになる。そして測定により原子の状態が励起状態だと判明した瞬間に確率 ($p_e(t)$) は1に収束する。あるいは基底状態だと判明した瞬間に0に収束する。つまり、遷移が起こった瞬間に励起状態の原子数は1個から0個に変化するが、その遷移がいつ起こるかは分からない (Fig. 3 (b))。

このように、1個の原子だけを見ていれば、輻射寿命よりも長く励起状態にとどまるものもあればすぐに自然放出してしまうものもある。良く知られている Fig. 3 (a) の指数関数的な減衰曲線は、無限個の原子をまとめて観測したときに現れる、「統計処理」した後の姿なのである。

6. 自然放出の制御(マイクロ波領域)

Fig. 2からも理解できるが、「電磁場モードは連続と見なせる」という近似は、自然放出光の波長 λ に比べて共振器の大きさ (L) が十分に大きな場合の近似である。しかし、マイクロ波領域の電磁波の波長は数mm程度であるため、たとえば一辺の長さ10 mmの立方体の共振器中にマイクロ波を放出する原子を閉じ込めた場合、この近似は妥当とはいえなくなる。したがって、このような場合はFig. 2の左側に描かれた状況を考えなければならない。

一辺の長さが L の立方体の共振器の場合、 $k_0 = \pi/L$ より小さい波数の電磁波は存在できず、この k_0 に対応する周波数 $\nu_0 (= c/2L)$ はカットオフ周波数と呼ばれる。Fig. 4 (a) は、立方体共振器内のモード密度を ν_0 の10倍まで勘定したものであり (Q 値は100~1000程度とした)、Fig. 4 (b) はモードが連続だとした場合のモード密度 (式(20)で $\omega = 2\pi\nu$ としたもの) との比である。

たとえば100 GHzのマイクロ波を放出する原子を一辺の長さが10 mmの立方体共振器内に閉じ込めた状況は、 $\nu/\nu_0 \approx 6.67$ に対応する。このような状況では、Fig. 4からも分かるように、原子の遷移周波数と共振器の大きさとの関係がわずかに変化するだけで、モード密度は大きく変化する。したがって、共振器長を調節できる機能を実験装置に組み込んでおき、共振器内の電磁場モード周波数と原子の遷移周波数とを一致させれば、自由空間に置かれたときよりも自然放出レートを増大させることができる。つまり、励起状態の原子は基底状態へと通常 (自由空間) よりも速く遷移する。逆に両者を一致させなければ、自然放出を起こりにくくさせて原子を通常よりも長く励起状態に留めることができる。

Fig. 4 Time evolution of excited atom number. (a) Initially, N_A (Avogadro number) atoms are in the excited state. (b) Initially, a single atom is in the excited state.

7. 自然放出の制御(光領域)

前節のように、マイクロ波領域において波長 (数mm) 程度の共振器を製作することは比較的容易であるため、「離散化」した電磁場モードの周波数を人為的に制御することで自然放出の制御が可能となった。しかし、波長が数 μm あるいは1 μm 以下になるような光領域においては、3次元的な共振器を作成するのは非常に困難である。では、光領域で自然放出の制御を可能にするにはどうすれば良いのだろうか。

その答えを得るために、マイクロ波領域で自然放出の制御ができるようになった要件を分析してみよう。第一の要素は3次元共振器で自由に「電磁場のモード密度を変更する」ことであり、これは上述のように光領域での実現は難しい。もう一つの要素は、「特定の電磁場モードと原子系とを強く結合させる」ことであり、マイクロ波領域において自然放出レートを増大させる時の条件となっている。この要素に関しては、色素レーザーなどを発振させたことがある方はすぐ理解できると思うが、光領域でも十分に実現可能である。

たとえばグリーンレーザーで赤い色素を励起すると、色素からは蛍光が等方的に放出される。この蛍光に対して共振器 (1次元) を配置して光軸合わせをすれば、光軸方向に強い光が放出される。そう、レーザー発振が起こる。このとき周囲に等方的に放出されていた蛍光の強度は一様に弱くなる。これは共振器モードと原子系 (色素) が強く結合した結果とみなすことができる。レーザー発振していても、周囲に放出される蛍光 (自然放出) の寿命は共振器がない場合とほとんど変わらない。つまり電磁場のモード密度は変化していないが、光軸方向には誘導放出により自然放出よりも速いレートで光が取り出されている。

このように、1次元共振器内の特定の電磁場モードと

原子系とを強く結合させれば、自然放出が起こるよりも速く共振器モードに光を放出させることができる。ただし色素レーザー発振の場合は、共振器モード中に無数の光子が存在しているため誘導放出もそれだけ増強されるのだが、果たして1個の光子で同様なことが可能かどうか焦点となる。以下では、特定の電磁場モードと強く結合した原子系のモデルについて考え、1原子1光子の相互作用が実現可能となる条件を導こう。

8. 原子-光結合系のモデル

共振器モード(単一電磁場モード)と原子系が強く結合している系の状態関数は、とりあえず自然放出(考えている共振器モード以外への光放出)を無視すれば、式(16)の電磁場モードについての足し合わせを外したものとなる。つまり結合系の状態関数は、

$$\psi_I(t) = c_e(t)|e, 0\rangle + c_g(t)|g, 1\rangle \quad (25)$$

となる。なお単一電磁場モード考えるので、電磁場の状態に $||$ をつける必要はなくなった。そして4節(式(16))と同様な初期条件で式(15)のシュレーディンガー方程式を解くと、

$$c_e(t) = \left[\cos \frac{\sqrt{\delta^2 + 4g_0^2}t}{2} - \frac{i\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4g_0^2}} \sin \frac{\sqrt{\delta^2 + 4g_0^2}t}{2} \right] \exp(i\delta t/2) \quad (26)$$

$$c_g(t) = -\frac{2ig_0}{\sqrt{\delta^2 + 4g_0^2}} \sin \frac{\sqrt{\delta^2 + 4g_0^2}t}{2} \exp(-i\delta t/2) \quad (27)$$

が得られる。ここで、 $2g_0$ は1光子ラビ周波数と呼ばれ^{†4}、

$$2g_0 = \sqrt{\frac{2\omega|\mathcal{D}_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0 V}} \quad (28)$$

である。そして共鳴条件($\delta = 0$)においては、

$$c_e(t) = \cos g_0 t, \quad c_g(t) = -i \sin g_0 t \quad (29)$$

となる。したがって、原子が励起状態にいる確率は

$$p_e(t) = \cos^2 g_0 t, \quad (30)$$

となり、原子は1光子ラビ周波数で励起状態と基底状態との間を永久に往き来することになる。すなわち励起状態の原子が系に運び込んだエネルギーが、原子系と電磁場モードの間で永久にやりとりされることになる。

このような「理想的」な状況がうまれた原因は、もちろん、考えているモード以外への自然放出を最初に無視したからである。また、「理想的」なのは、単に計算ができて結果がきれいだったといった理論的な側面からの視点である。現実には、制御した形で光子を系から取り出したいという実用的な要望があるため、それを実現するために

はFig. 5のような実験系を考える必要がある。

2枚の高反射率の鏡を間隔 L で向かい合わせに配置すると、1次元的な定在波がたち、このモードと原子系は強く相互作用する。しかしこの場合、共振器の光軸に垂直な方向は「自由空間」であるため、共振器内電磁場のモード密度は連続であり、共振器内に励起状態の原子を置いた場合の自然放出レート γ' は、自由空間の場合の γ_{fs} とほぼ同じとなる。また、共振器内の電磁場モードは外界の自由空間の電磁場モードと κ のレートで結合しており、これは共振器内電磁場の「情報」をこのレートで外に取り出すことができることを意味する。

さらに、実際に実験を行う際には原子(気体)系と共振器電磁場モードとの相互作用時間 T も考慮に入れる必要がある。そしてこれらをすべて考えると、実際に1原子1光子の相互作用を実現可能とするためには、

$$g_0 > \kappa \geq \gamma', T^{-1} \quad (31)$$

なる条件が満たされている必要がある。これは強結合条件と呼ばれる。強結合条件の意味するところは、散逸(γ')が起こる前に原子系と共振器モードとを十分に相互作用させることができ($g_0 > \gamma', T^{-1}$)、かつ、電磁場モードの量子情報を結合系の状態を乱さないぐらいゆっくりと、そして散逸が起こるよりは速く取り出す($g_0 > \kappa > \gamma'$)というものである。

9. ドレスト原子

Fig. 5に示した現実的な実験系の振る舞いを理解するには、ドレスト原子の描像を使うのが良い。つまり、共振器(モード)と原子系を1個の「光の衣を纏った原子(dressed atom)」と考える方法である。このようなドレスト原子に対して、通常の原子は「裸の原子(bare atom)」と呼ばれることもある。

式(12)のハミルトニアンに戻り、電磁場モードを共振器モードのみとすると、

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \omega_{eg} \hat{\sigma}_z + \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g (\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-) \quad (32)$$

と表現できる。これを裸の原子と単一モードの固有関数系($|g(e), n\rangle$)で行列表示すると、

Fig. 5 Typical experimental set up to realize strong atom-photon coupling.

^{†4} 多くの教科書ではこの $2g_0$ を真空ラビ周波数と呼んでいるが、この用語は「基底状態の原子でも真空場によりラビ振動が誘起される」という誤解を招く恐れがある。系には1光子分のエネルギーがあるので、その1光子によって引き起こされるラビ振動といった解釈である。

$$H = \hbar \begin{pmatrix} -\omega_{eg}/2 & & & & & \\ & \omega_{eg}/2 & g & & & \\ & g & -\omega_{eg}/2 + \omega & & & \\ & & & \omega_{eg}/2 + \omega & \sqrt{2}g & \\ & & & \sqrt{2}g & -\omega_{eg}/2 + 2\omega & \\ & & & & & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |g,0\rangle \\ |e,0\rangle \\ |g,1\rangle \\ |e,1\rangle \\ |g,2\rangle \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (33)$$

となり，全系のエネルギー固有値はこの行列を対角化することで得られる．式(33)の行列は

$$H^{(n)} = \begin{pmatrix} (n-1)\hbar\omega + \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg} & \sqrt{n}\hbar g \\ \sqrt{n}\hbar g & n\hbar\omega - \frac{1}{2}\hbar\omega_{eg} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |e,n-1\rangle \\ |g,n\rangle \end{pmatrix} \quad (34)$$

($n=1,2,\dots$)

なる小行列が対角に並んだブロック対角行列であるので容易に対角化でき，固有関数と固有値はそれぞれ，

$$\begin{aligned} |+,n\rangle &= \cos(\phi_n/2)|e,n-1\rangle + \sin(\phi_n/2)|g,n\rangle \\ |-,n\rangle &= -\sin(\phi_n/2)|e,n-1\rangle + \cos(\phi_n/2)|g,n\rangle \\ \tan\phi_n &= 2\sqrt{n}g/\delta \end{aligned} \quad (35)$$

$$E(\pm,n) = \left(n - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \pm \frac{1}{2}\hbar\Omega_n, \Omega_n = \{(\omega - \omega_{eg})^2 + 4ng^2\}^{1/2} \quad (36)$$

となる．この状態 $| \pm, n \rangle$ がドレスト原子の基底，すなわちドレスト状態である．ドレスト原子と裸の原子のエネルギー固有値をFig. 6に示す．

これまで考えてきた共振器内に励起状態の原子を1個だけ閉じ込めた状況は，ドレスト原子の描像の $n=1$ の二重項 $| \pm, 1 \rangle$ に対応する．いま，原子の共鳴周波数(ω_{eg})と光共振器の共鳴周波数(ω_c)が等しいものとし($\delta = \omega_c - \omega_{eg} = 0$)，そこに，共振器内での平均光子数が1よりもはるかに小さいような，非常に弱いプローブ光(周波数 ω_p)を用いて光共振器の透過スペクトルを測定する．この時の透過スペクトルは，Fig. 7のようになる．Fig. 7からも分かるように，共振器内に原子が存在する時の情報は透過スペクトルの位置のシフトとして現れる．したがっ

Fig. 7 Calculated transmission spectrum of atom-cavity system(lower) and corresponding transitions in dressed atom states (upper). Dashed curve in lower trace is a transmission spectrum of cavity without atoms.

て，この信号が明瞭に測定できるための条件として，やはり強結合条件($g_0 > \kappa, \gamma$)が導かれる．

このように光領域においても，強結合条件を満たすような状況を作り出せば，1個の原子と単一モード中の1個の光子とを相互作用させ，その相互作用の情報を外部に取り出すことが可能であることが分かった．

10. 最後に

1980年代から始まった共振器などを使って原子と光との相互作用を制御する研究の基礎である，共振器量子電気力学について簡単に解説した．筆者の勉強不足もあり，最先端の研究にまで言及することはできなかったが，その点については，本特集号の他の記事を参照していただきたい．

参考文献

- 1) M. O. Scully and M. Suhail Zubairy: *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997). K. Shimoda: *Laser Butsuri Nyuumon* (Iwanami, Tokyo, 1983) (in Japanese). T. Kuga: *Ryoushi Kougaku* (Asakura, Tokyo, 2003) (in Japanese).

Fig. 6 Energy levels of bare and dressed atoms.