計測の不確かさトレーサビリティ確保を目指した レーザー流速計の新型較正法の開発

白井 克明^{1,2}, ビュットナー ラルス², チャルスケ ユルゲン²

¹神戸大学 自然科学系先端融合研究環 (〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町1-1)

²ドレスデン工科大学 電気電子情報工学科 (〒01062 ドレスデン市ヘルムホルツ通り10番地)

Development of a New Calibration Method for Laser Velocimetry toward Establishing Traceability in Flow Measurements

Katsuaki SHIRAI,^{1,2} Lars BÜTTNER,² and Jürgen CZARSKE²

¹Organization of Advanced Science and Technology/Mechanical Engineering, Kobe University,
1-1 Rokkodai, Nada, Kobe, Hyogo 657-8501

²Faculty of Electrical and Computer Engineering, Technische Universität Dresden,
Helmholtzstr. 10, 01062, Dresden, Germany

(Received August 5, 2013)

We developed a new calibration method for laser velocimetry for flow measurements to establish the traceability of measurement uncertainty and to reduce calibration uncertainty. In conventional methods, large radial uncertainty of a scattering object is dominant due to the difficulty of accessing the true calibration radius. Our new method successfully solves this difficulty by providing a reliable radial estimate at calibration. It employs a rotating disk and a precision linear stage and utilizes the linear relationship between the true radii and the resulting Doppler frequencies. Uncertainty analysis was performed based on Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). The traceability chain is established once the elemental traceabilities are obtained. We built prototype calibration setups and conducted three series of calibration experiments. The uncertainty was reduced to around 0.1%, which is sufficiently small compared to the general limit of ordinary laser velocimetry.

Key Words: Calibration, Uncertainty analysis, Measurement traceability, Flow measurement, Laser velocimetry

1. 緒 言

熱流体計測においてレーザー計測は、ターボ機械の動翼背後などプローブ挿入が物理的に困難な場合においても非接触計測が可能なることから広く用いられている。中でもレーザードップラー流速計(LDV)¹⁾は確立された流速計測手法であり、高時空間分解能と幅広い流速ダイナミックレンジを特徴とする。さらに、LDVは不確かさトレーサビリティ確保が可能な周波数計測であり、広い速度域で直線出力が得られることから、米国²⁾、日本³⁾、ドイツ⁴⁾において気体流量の国家標準として定められている。

しかしながらLDV自体の計測不確かさおよびトレーサビリティに対して、国家標準以外に報告は少ない。個々の要素に関して報告があるものの^{5,6)}、システム全体の不確かさ値に言及するものは稀である。数少ない不

確かさ評価⁷⁾によると、LDVの不確かさはガウシアンビームの性質に基づく光学的要因に支配され、最低0.6%程度の不確かさ[†]が存在する。また、LDV計測は較正速度の再現であり、較正時の不確かさが計測に大きく影響する。国家標準以外の較正では、較正法がLDVを超える0.6~1.7%程度の不確かさを持つ点が問題である⁸⁾。他方、国家標準では0.03%程度の不確かさが達成されているが²⁻⁴⁾、標準は標準研究所内に据え付けた状態での使用に限定され、一般のLDVユーザーの直接利用に供しない。

本報告では、LDVを主としてレーザー流速計を対象に、国家標準以外で使用される較正不確かさの低減を目指す。個々の流速計ユーザーが実験室外においても使用でき、小型で携行可能な新較正方法を提案する。新較正法が原理的にトレーサビリティ確保可能であることを示し、実験を通じてその性能を報告する。

[†]本報告では不確かさを、包含係数1すなわち標準偏差として扱う。

2. レーザードップラー流速計(LDV)とその較正

2.1 LDVの原理

LDVは、流体に予め混入させた微小粒子による光の散乱とドップラー効果に基づく。散乱光のビート周波数が粒子の運動速度に比例することから流速が算出される。

差動型LDVの測定体積とドップラーバースト信号の模式図をFig. 1に示す。一对のレーザービームをビームウェストで交差させ、交差部に形成された干渉縞領域を測定体積とする。干渉縞はビーム二等分面にほぼ平行で、その間隔 d は波長 λ および交差角の半角 α を用いて

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \quad (1)$$

と表される。計測対象の流れに予め混入させたトレーサー粒子は測定体積通過時に光を散乱し、光検出器ではバースト信号(Fig. 1右側)が観測される。そのビート周波数は光のドップラー効果により、粒子の持つ速度の干渉縞に垂直な成分に応じた周波数 f を有する。

$$f = \frac{u}{d} \quad (2)$$

よって、ドップラー周波数 f を評価することで粒子の流速が求まり、粒子が流体の運動に追従する限り、流体の局所流速が得られる。

2.2 LDVの較正

LDVの較正とは、式(1)の干渉縞間隔 d の決定である。光学的配置が決まれば一見小さな不確かさで d が求まるように見えるが、角度 α を小さな不確かさで求めるのは困難なため、較正が必要となる。較正には、明確に定義された既知で一定の速度を用いるのが望ましい。一定速度すなわち較正速度 u_{cal} の下、散乱体を模擬トレーサー粒子として測定体積内を通過させ、そのドップラー周波数を計測し d を得る。

$$d = \frac{u_{cal}}{f} \quad (3)$$

得られた d の測定体積中の平均がLDVの較正係数となる。多くの較正では、定速回転する物体に取り付けた点もしくは線状散乱体の接線方向速度

$$u_{cal} = r_{cal} \cdot \omega = r_{cal} \cdot 2\pi f_{rot} \quad (4)$$

が用いられる。ここで r_{cal} 、 ω 、 f_{rot} は散乱体の軌道半径、

Fig. 1 Schematics of the principle of a laser Doppler velocimetry (LDV).

回転体の角速度および回転数である。

2.3 較正における不確かさ

較正不確かさをすなわち干渉縞間隔 d の相対不確かさを、計測における不確かさの表現ガイド(GUM)⁸⁾に基づき、標準偏差の形で表されるタイプAと、最小・最大で挟まれるタイプBの不確かさの分類を用いて解析する。LDVの較正は、式(3)から較正速度と周波数計測の不確かさに依存し、両者統計的に独立とみなされる場合

$$\frac{\sigma_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{u_{cal}}}{u_{cal}}\right)^2} \quad (5)$$

と整理される。根号内1項目のドップラー周波数推定不確かさは手法に依らずCrámer-Rao Lower Bound(CRLB)に基づき理論推定下限界が定まり、サンプリング周波数および記録点数、SN比(Signal-to-Noise Ratio)に依存し^{1,6)}、相対不確かさは典型的な条件で $O(\sigma_f/f) = 10^{-4} \sim 10^{-3}$ のオーダーとなる⁹⁾。他方、2項目は

$$\frac{\sigma_{u_{cal}}}{u_{cal}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{f_{rot}}}{f_{rot}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{r_{cal}}}{r_{cal}}\right)^2} \quad (6)$$

と分解される。根号内1項目の回転数安定性は $\sigma_{f_{rot}}/f_{rot} = 0.05\%$ 程度が実現可能であるのに対し、2項目は $\sigma_{r_{cal}}/r_{cal} = 0.6 \sim 1.5\%$ であり、較正速度の不確かさは $\sigma_{u_{cal}}/u_{cal} = 0.6 \sim 1.7\%$ となる⁷⁾。これを式(5)に戻すと最終的な較正不確かさが $\sigma_d/d = 0.6 \sim 1.7\%$ となる⁷⁾。この値は、完璧に調整されたLDVの持つ最低0.6%の不確かさ⁷⁾と比べ同等以上であり、この不確かさを以てLDVを較正するのは妥当性に欠ける。現状ではLDV較正の不確かさは軌道半径の不確かさに支配される。原因は回転体と軸のはめ合いなど機械的構成部品の許容公差の積み重ねによるもので、較正時の軌道半径を正確に知るのは事実上困難である。反面、半径の不確かさに対し回転安定性は、エンコーダーと位相同期回路を利用することによって無視できる程度に低減可能である。従って、半径の不確かさを減らすことがLDV較正の不確かさ低減に重要である。

3. LDVの新較正法

3.1 原理

新較正法の原理は、一定角速度で回転する円盤上の散乱点によるドップラー周波数がFig. 2のように回転半径と常に比例関係にあることに基づく。較正軌道半径は直接知れないが、複数の散乱点における周波数と位置の計測から間接的に算出可能である。

N 個の単一散乱体(例えばピンホール)を配置した回転円盤を、Fig. 3のように精密リニアステージに取り付け、ステージ移動方向 x が半径 r と同一直線上となるよう設置する。円盤を回転させたまま、個々の散乱体を用いてLDVの測定体積を次々と x 方向に走査する。走査中に個々の地点 i ($i=1, \dots, N$)におけるドップラー周波数 f_i とステージ位置 x_i を記録する。 i 番目の散乱体による周波数 f_i

Fig. 2 Principle of the present calibration method using multiple scattering objects attached on a rotating disk.

Fig. 3 Schematic of the present calibration system with a combination of a rotating disk and a linear precision stage.

は、軌道半径 r_i に比例して

$$f_i = \frac{2\pi f_{rot}}{d} r_i \quad (7)$$

と表される。軌道半径 r_i を直接知るのは困難だが、開始地点のステージ位置 x_0 を基準に

$$r_j = x_j + x_0 \quad (8)$$

と間接的に表される。すなわちFig. 4のように、ある散乱点の軌道半径を未知のオフセットと仮定すれば、他の散乱地点の軌道半径は全てそのオフセットを共通に含んで相対移動量を加えた値となる。相対位置 x_i はステージ性能に応じて比較的小さな不確かさで知ることができ、実際にエンコーダー付き精密直線ステージや距離センサーを用いて 10^{-6} m程度の不確かさで計測できる。そこで、位置と周波数の関係から、最小自乗直線近似に基づく外挿によって真の較正半径を算出できる。つまり、式(7)、(8)からドップラー周波数は

Fig. 4 Linear relationship between the Doppler frequency and the linear stage coordinate.

$$f_i = Ax_i + B \quad (9)$$

と書ける。ここで、 A および B はそれぞれ

$$A = \frac{2\pi f_{rot}}{d} \quad (10)$$

$$B = \frac{2\pi f_{rot}}{d} x_0 \quad (11)$$

$$\text{ただし、} x_0 = -B/A \quad (12)$$

である。得られた位置と周波数 (x_i, f_i) を最小自乗直線近似することにより、 A および B 、オフセット値 x_0 が算出される。 A は最小自乗近似直線の傾きであり、式(10)を通じて最終的な干渉縞間隔の値は

$$d = \frac{2\pi f_{rot}}{A} \quad (13)$$

と求まる。なお、回転数 f_{rot} は較正時に計測可能である。

3.2 不確かさ

新較正法の不確かさは式(15)から

$$\frac{\sigma_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{f_{rot}}}{f_{rot}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2} \quad (14)$$

と求まる。根号内1項目は、使用するモーターの回転数安定性から定まり、2項目は最小自乗近似直線の傾き不確かさである。本研究では最小自乗法において、水平軸の直線ステージと垂直軸のドップラー周波数の双方の不確かさを考慮¹⁰⁻¹³⁾し、残差 S

$$S = \sum_{i=1}^N \left[W(x_i)(x_i - X_i)^2 + W(f_i)(f_i - F_i)^2 \right] \quad (15)$$

を最小にする近似直線を求める。ここで

$$W(x_i) = 1/\sigma_{x_i}^2, \quad W(f_i) = 1/\sigma_{f_i}^2 \quad (16)$$

はそれぞれ x_i 及び f_i の重みであり、 (X_i, F_i) は近似後に求められる予測値である。傾きの不確かさは重みを用いて

$$\sigma_A^2 = \frac{S}{N-2} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{W(f_i)} \left(\frac{\partial A}{\partial f_i} \right)^2 + \frac{1}{W(x_i)} \left(\frac{\partial A}{\partial x_i} \right)^2 \right] \quad (17)$$

となる¹⁴⁾。さら*i*番目の散乱体位置の不確かさ σ_{x_i} は

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\sigma_{x_{h_i}}^2 + \sigma_{x_{sc}}^2 + \sigma_{x_{st}}^2} \quad (18)$$

と求まり、散乱地点の位置決め不確かさ $\sigma_{x_{h_i}}$ および散乱体自体の大きさによる不確かさ $\sigma_{x_{sc}}$ 、精密ステージの不確かさ^{15,16)} $\sigma_{x_{st}}$ に分解される。以上を通じ較正不確かさのトレーサビリティが確保される。

4. 検証実験

4.1 実験1

新較正法の性能確認を目的に検証実験を行った。散乱体として4個のピンホール(エドモンド・オプティクス社、マウントタイプ)を用いた。開口部直径2 μm と5 μm のものが混在し、較正円盤に嵌め込んで使用した。円盤は回転数制御された光学チョッパー(Thorlabs社、MC1000)に取り付け回転させた。較正対象には自作LDV($d \approx 4.5 \mu\text{m}$)を使用し、ドップラー信号は前方散乱で観測し、自作MATLAB®コードで信号処理した。精密ステージとして手動ステージを用い、位置をレーザー変位計(マイクロ・イプシロン社、ILD1700-10)で記録した。各散乱地点でオシロスコープ上のドップラー信号振幅が最大となるよう手動でステージ位置を調整し、その地点を測定体積の中心とした。サンプル数は各地点1000個取得した。回転安定性はチョッパー仕様書から $\sigma_{f_{rot}}/f_{rot} = 5.6 \times 10^{-4}$ と見積もり、式(18)の根号内不確かさは全てタイプBとして扱った。根号内1項目 σ_{h_i} の目視による位置決定は最大で測定体積半径 $r_{mv} = 90 \mu\text{m}$ に相当する不確かさを有するとした。さらに、混在するピンホール開口直径は一律 $d_{ph} = 5 \mu\text{m}$ として2項目に組み込み、3項目はレーザー変位計の非線形性 $\Delta x = 8 \mu\text{m}$ を用いて

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\left(\frac{r_{mv}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_{ph}/2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (19)$$

とした。

Fig. 5に示すとおり、得られたステージ座標とドップラー周波数は極めて直線性が高く、相対不確かさ $\sigma_d/d = 0.44\%$ を得た。この値は前述のLDVの一般的な不確かさ限界 0.6% ⁷⁾よりも既に小さく、新較正法の動作および性能が確認された。不確かさの主な要因を見ると、式(14)の根号内1項目の円盤の回転安定性は無視できる程小さく、2項目の最小自乗近似直線の傾きに起因する、最小自乗近似の不確かさは、ステージ座標と周波数推定の不確かさを通じて式(16)、(17)により影響する。ステージ座標に関して、式(19)で $r_{mv} = 0$ とするも不確かさは $\sigma_d/d = 0.43\%$ でほぼ影響を受けないことから、オシロスコープ上での目視による散乱位置決定の影響は小さい。また、周波数推定の相対不確かさは平均 $\sigma_f/f \approx 6 \times 10^{-4}$ であり、たとえ1桁低減しても不確かさ $\sigma_d/d = 0.44\%$ に留まる。よって、実験1ではステージ座標とドップラー周波数が厳密な直線関係には無かったと

Fig. 5 The linear relationship between the Doppler frequencies and the stage positions in Experiment 1.

考えられる。それには2つの要因があり、5.3節で指摘される新較正法の限界と、ピンホールの軸(*z*軸)方向不確かさが挙げられる⁷⁾。後者は軸周りの角度を θ とすると散乱点が同一 r - θ 平面上にないことに起因し、実験2の改良で低減された。

4.2 実験2

実験1で不確かさの主な要因であったピンホールの回転軸方向位置の不確かさ、除去と半径方向位置決め不確かさ低減のため、2つの改良を施した。まず、実験1のマウントタイプのピンホールからアンマウントタイプに換え、4個とも $d_{ph} = 2 \mu\text{m}$ (エドモンド・オプティクス社)に統一した。アンマウントのピンホールを、回転軸方向で同一平面上に並ぶように円盤に挟み込み、実験1で抑制できなかったピンホール位置の回転軸方向不確かさを除去した。一方、各散乱地点の半径方向位置決め不確かさに関して再現性を考慮し、目視による方法に換えて定量的手法を導入した。信号の光強度は測定体積中心部で最も強い。測定体積内での光強度のガウス分布に従い、得られるドップラー信号の振幅とSN比もガウス関数

$$\xi_{ik} = C_{0_i} \exp\left(\frac{x_{ik} - x_{h_i}}{C_{1_i}}\right)^2 + C_{2_i} \quad (k = 1, \dots, M) \quad (20)$$

となり、測定体積の中心 x_{h_i} で最大値を取る。ここで ξ_{ik} は信号の振幅もしくはSN比であり、 C_{0_i} 、 C_{1_i} 、 C_{2_i} は定数とした。ピンホールが測定体積内にある間、直線ステージをFig. 6のように小刻みに走査し、各地点で位置とドップラー周波数(x_i , f_i)に加え、振幅とSN比の値を記録した。各散乱点付近での(x_{ik} , ξ_{ik})データを非線形最小自乗法により式(20)でガウス関数近似し、測定体積の中心 x_{h_i} を求めた。不確かさ算出には、式(20)の散乱地点近傍で高次項を無視して線形関数とみなし、局所勾配を取る方法で算出した。

$$\sigma_{\xi_i} = \frac{\partial \xi_i}{\partial C_{0_i}} \sigma_{C_{0_i}} + \frac{\partial \xi_i}{\partial C_{1_i}} \sigma_{C_{1_i}} + \frac{\partial \xi_i}{\partial C_{2_i}} \sigma_{C_{2_i}} + \frac{\partial \xi_i}{\partial x_{h_i}} \sigma_{x_{h_i}} \quad (21)$$

Fig. 6 Local Gaussian fit for determining the scattering point in the center of the measurement volume in Experiment 2.

右辺最初の3項は4項目の $\sigma_{x_{ki}}$ と比べ変化率が十分小さく無視した。目的の x_{ki} の不確かさは

$$\sigma_{x_{ki}} = \frac{\sigma_{\xi_i}}{\frac{\partial \xi_i}{\partial x_{ki}}} \quad (22)$$

となり、 i 番目の散乱点付近で式(20)のガウス関数近似に用いたすべての点に関して平均を取った。

$$\sigma_{x_{hi}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^M (\sigma_{x_{ki}})^2}{M-3}} \quad (23)$$

一度この不確かさが決まれば式(18)を通じて不確かさトレーサビリティが確保される。精密ステージには、エンコーダー付きの自動ステージ(Newport社, CONEX

TRA25CC)を使用した。較正対象として実験1とは別の自作LDV($d \approx 4.3 \mu\text{m}$)を用いた。他は実験1と同様に前方散乱で観測し、自作MATLAB®コードで信号処理を行い、円盤の回転に光学チョッパーを使用した。SN比は周波数領域におけるパワースペクトル密度関数の信号部とノイズ部の比から計算した。信号振幅最大となる地点の前後およそ200 μm の区間を5 μm 刻みで走査し、位置および周波数に加え、振幅とSN比を同時に記録し、各位置で最低20個の信号を取得した。不確かさ評価において、走査方向が常に一方向であったので、位置決め不確かさは精密ステージ仕様書記載の一方向再現性^{15,16)}の最大値 $\delta_{xs} = 2 \mu\text{m}$ をタイプB不確かさとして扱い

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\sigma_{x_{hi}}^2 + \left(\frac{d_{ph}/2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{xs}}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (24)$$

として計算した。

不確かさ解析結果をTable 1にまとめる。不確かさは振幅、SN比の両者いずれを用いた場合においても同程度の $\sigma_d/d(\text{AMP}) = 0.49\%$ および $\sigma_d/d(\text{SNR}) = 0.18\%$ となり、ともにLDVの不確かさ下限界0.6%⁷⁾を下回った。内側から2番目のピンホール付近での振幅およびSN比の挙動を例としてFig. 7に示す。各ピンホール位置に関して、最小自乗直線近似における傾きの不確かさによって、振幅の方がSN比と比べ不確かさが小さくなる傾向となった。ただし、いずれの場合もドップラー周波数とステージ座標の間には明確な直線関係が確認され、4個のピンホールすべてにおいて振幅とSN比のいずれを用いても

Table 1 Resulting uncertainty values for the respective pinholes #1-#4 in the Experiment 2 using amplitude (AMP) and the signal-to-noise ratio (SNR).

pinhole	$\sigma_{f_{rot}}/f_{rot}$		σ_{v_h}		σ_f/f		σ_A/A		$\sigma_{c_{cal}}/r_{cal}$		σ_d/d	
	AMP (mm)	SNR (mm)	AMP	SNR	AMP	SNR	AMP	SNR	AMP	SNR	AMP	SNR
#1	5.6×10^{-4}	9.79×10^{-3}	2.18×10^{-1}	6.95×10^{-3}	4.93×10^{-3}	1.72×10^{-3}	5.90×10^{-3}	2.19×10^{-2}	4.96×10^{-3}	1.81×10^{-3}	5.92×10^{-3}	6.93×10^{-2}
#2		1.26×10^{-2}	8.06×10^{-1}	3.70×10^{-3}								
#3		1.14×10^{-1}	2.97×10^{-2}	3.46×10^{-3}								
#4		6.70×10^{-2}	3.44×10^{-1}	1.67×10^{-2}								

Fig. 7 Comparison of the Gaussian fit at pinhole #2 in Experiment 2: (left) AMP, (right) SNR.

散乱地点の位置は $\pm 3 \mu\text{m}$ 以内で合致した。Table 1を見ると、実験2では周波数推定の不確かさ σ_f/f が実験1と比べ1桁増加し、特にSN比の場合に直線近似の不確かさ σ_A/A が $\sigma_{f_{rot}}/f_{rot}$ に匹敵する程度まで低減された。つまり従来では無視できるほど小さかったモーターの回転安定性が、新較正法では不確かさに影響を及ぼす重要な要素となる傾向が見受けられた。

4.3 実験3

新較正法の汎用LDVシステムへの適用性を調べた。新較正法で使用可能な散乱体は原理的にピンホールに限定されない。実験3ではピンホールに換えて円盤の表面粗さを散乱体に用いた。散乱は測定体積内の照射面全体で起こり、発生する信号はその重ね合わせとなる。この方法は既存のLDVシステムに一切手を加えることなく新較正法を導入可能にする。汎用LDVとして、最も一般的な後方散乱観測方式のファイバーオプティック・プロープ式LDVシステム(TSI社：FiberLight, TR260)を使用した。表面を黒塗りした円盤を前述のチョッパーに取り付け使用した。後方散乱光はマルチモード・ファイバで光電子増倍管に伝送され、ドップラー信号はハードウェア処理機(TSI社：FSA3500)で直接処理された。精密ステージには実験2のものを用い、各地点でステージ座標とドップラー周波数(サンプル数50000)を記録した。各散乱点の不確かさ σ_{x_i} はすべての点で共通と仮定し

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\left(\frac{r_{mv}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{r_{mv}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_{x_s}}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (25)$$

と見積もった。測定体積半径は $r_{mv} = 31 \mu\text{m}$ で、根号内最初の2項で寄与する。3項目は実験2と同じく $\delta_{x_s} = 2 \mu\text{m}$ をタイプBの不確かさとして組み入れた。

典型的な結果をFig. 8に示す。ディスク内側に存在した不良点3点を除外し、直線上の点のみを対象に解析し、干渉縞間隔 $d = 2.52 \pm 0.002 \mu\text{m}$ を得た。カタログ値は

Fig. 8 Linear relationship between the Doppler frequencies and the stage positions in Experiment 3.

$d = 2.55 \mu\text{m}$ であり、不確かさの範囲外で相違を生じた。当初、実験3では測定体積内で散乱点が平均化され個々のドップラー信号の発生位置を特定できないため、不確かさが増大すると予想された。しかし相対不確かさは $\sigma_d/d = 0.06\%$ であり、予想に反して実験1および2と比較して1桁小さい。これは式(14)において最小自乗近似の不確かさが $\sigma_A/A \approx 2.7 \times 10^{-4}$ と、円盤の回転安定性 $\sigma_{f_{rot}}/f_{rot} \approx 5.6 \times 10^{-4}$ 程度まで低減された影響が大きい。また、不確かさを犠牲に処理速度を重視する汎用LDVでは、実験1および2と比べ周波数不確かさが平均 $\sigma_f/f \approx 2 \times 10^{-2}$ と増大した。これは式(16)、(17)を通じ最小自乗直線近似における不確かさに寄与するが、結果的に影響は小さい。よって、最小自乗直線近似の不確かさが低減された要因は、近似に使用した点数 N が実験1および2の4点から実験3で20点に増え、式(17)の分母が増大したためと考えられる。較正結果が不確かさ範囲内でカタログ値 $d = 2.55 \mu\text{m}$ に一致しなかった点に関しては、較正同様カタログ値にも不確かさが存在することを考慮すべきである。少なくとも、新較正法が汎用LDVシステムにおいても同等の性能で機能することが確認された。

5. 考 察

5.1 較正半径の不確かさ

新較正法では較正半径を求めることなく目的の干渉縞間隔が算出される。それゆえ較正半径が不確かさに直接影響しないものの、本研究の動機である較正半径の不確かさ $\sigma_{r_{cal}}/r_{cal} = 0.6 \sim 1.5\%$ ⁷⁾が実際に低減されたかどうかに着目する。較正半径の不確かさは

$$\sigma_{r_{cal}} = \sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{x_0}^2} \quad (26)$$

として求め、 $i = 1 \cdots N$ までの平均を取る。さらに根号内2項目は式(12)から

$$\frac{\sigma_{x_0}}{x_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2} \quad (27)$$

となる。こうして実験1から3で算出した較正半径の不確かさをTable 2にまとめる。実験2のSN比の場合を除き、新較正法によって較正半径の不確かさが従来と比べ約1桁低減されたことが分かる。

5.2 較正不確かさのさらなる低減

さらなる不確かさ低減には、回転安定性を高めること

Table 2 Comparison of the relative uncertainties of the calibration radius through Experiments 1-3.

Experiment	$\sigma_{r_{cal}}/r_{cal}$
#1	4.9×10^{-3}
#2 (AMP)	7.3×10^{-3}
#2 (SNR)	2.9×10^{-2}
#3	2.8×10^{-3}

が必要となる。1回転あたりのパルス出力の多いエンコーダーによって回転の安定性は不確かさ $O(10^{-5})$ 程度まで高められる。加えて、最小自乗直線近似の不確かさ低減には、実験3で用いたように散乱点を数多く取り、式(17)の分母 N を増大させることも有効である。ただし、 N の増大に伴い式(15)を通じて残差 S も増大するので、逆に不確かさの増大を招く可能性もあり、注意が必要である。較正に使用する点数や配置(散乱点同士の間隔)に関しても検討が必要と考えられる。

5.3 新較正法の性能限界

新較正法では、散乱点の軌道半径と精密ステージ軸が同一直線上にあることが前提となっている。しかし、現実には偏差が生ずる可能性があり、ステージ位置と周波数は僅かに直線関係から外れ、それが不確かさの限界を決める。Fig. 9のように、本来同一直線上となるはずの半径軸 r からステージ軸が Δy ずれている場合を想定する。得られる最小自乗近似の傾き A の、理想的な傾き A_0 からの相対偏差は

$$\frac{\Delta A}{A} \equiv \left| \frac{A_1 - A_0}{A_0} \right| \quad (28)$$

となる。散乱地点において軌道半径 r とステージ位置 x が角度 β を成すとする。近似範囲の上下限(添字 L, S)と各々地点での周波数を用いて傾きは

$$A_0 \approx \frac{f_L - f_S}{r_L - r_S}, \quad A_1 \approx \frac{f_L - f_S}{x_L - x_S} \quad (29)$$

と近似され、上下限は中央における半径 r_c を用いて

$$r_L = r_c + \frac{w}{2}, \quad r_S = r_c - \frac{w}{2} \quad (30)$$

と表される。偏差 Δy は半径より十分小さいと考えられ、 $\cos \beta_L \approx \cos \beta_S \approx \cos \beta_c$ として式(28)に代入し、タイプBの不確かさであることを考慮すると

Fig. 9 Illustration of the situation when the stage axis deviates from the disk radius.

$$\frac{\sigma_A}{A} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\cos \beta_c} - 1 \right) \quad (31)$$

となる。これは式(14)の根号内2項目の傾き不確かさに寄与する。精密ステージ垂直方向はミリ・スケールでの位置決めしかできない事情から最大 $\Delta y = \pm 1$ mm程度の偏差が生じる可能性があり、その際の不確かさをFig. 10に示す。偏差による影響は軌道半径が増すほど減少し、回転中心付近で急増する。較正は $r_{CAL} \geq 25$ mmの半径で行われ、その場合に $\sigma_A/A = 0.05\%$ の不確かさ限界を生ずる。本報告では偏差を解析に組み込めなかったが、将来的に定量的評価が必要と考えられる。

6. 結 論

流体の流速計測における不確かさトレーサビリティ確保を目指し、レーザー流速計の新較正方法を提案し、不確かさ解析と実験を通じて性能を評価した。新較正法として、回転円盤上に配置された複数の単一散乱点と精密ステージの単純な組み合わせを用いた。ドップラー周波数と軌道半径の比例関係を基に、ドップラー周波数とステージ座標の位置データを直線近似することにより、散乱点の較正半径を求めた。これにより、従来の較正において支配的であった較正半径の不確かさを円盤の回転安定性と同程度まで抑制し、較正法自体の不確かさを較正対象よりも低減することに成功した。不確かさ解析では、モーター回転数と精密ステージ等の各要素の不確かさトレーサビリティが確保される限り、新較正法によって不確かさトレーサビリティの確保が可能であることを示した。検証として3種類の較正実験を行い、新較正法の動作を確認した。解析の結果、大概のLDVの限界である0.6%よりも小さな不確かさを新較正法で実現した。さらに、汎用LDVシステムを改変することなくそのまま新較正法に適用できることを示した。新較正法の性能限界は、精密ステージと較正半径の偏差から0.05%程度と見積もられた。新較正法は原理的に完全自

Fig. 10 Prediction of the uncertainty limit of the slope A caused by the nonlinearity between the stage and radial coordinates.

動化が可能な方法である。自動化により、これまで不確かさトレーサビリティの確保が為されてこなかった流体計測の場面において、不慣れなLDVの一般ユーザーに対してもトレーサビリティを確保した状態で0.1%程度の不確かさで較正を供給することが可能と考えられる。

謝 辞

本研究はDeutsche Forschungsgemeinschaft (DFG, ドイツ研究振興協会)の研究プロジェクト(CZ55/20-1,2), ならびに公益財団法人ひょうご科学技術協会の平成25年度学術研究助成の援助の下で遂行された。実験2はDeutscher Akademischer Austauschdienst (DAAD, ドイツ学術交流会)の奨学金援助により, Indian Institute of Technology, Madras (IIT Madras, インド工科大学・マドラス校)実習生Janarthanan Gnanaprakasam氏の実習の一部として遂行された。実験3はCarsten Kykal氏(TSI社)の協力のもと行われた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) H. E. Albrecht, M. Borys, N. Damaschke, and C. Tropea: *Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques* (Springer, Berlin, 2003).
- 2) T. T. Yeh and J. M. Hall: NIST Special Publication (2008) 250.
- 3) 栗原 昇, 寺尾 吉哉, 中尾 晨一, 高本 正樹: 機論B. **71** (2005) 136.
- 4) H. Müller, R. Kramer, V. Strunck, B. Mickan, and D. Dopheide: *Proc. 9th Fachtagung, Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik*, Winterthur, 2001 (Deutschen Gesellschaft für Laser-Anemometrie (GALA), Karlsruhe, 2001) 24.1.
- 5) P. C. Miles: Appl. Opt. **35** (1996) 5887.
- 6) J. Czarske: Opt. Lett. **21** (1996) 522.
- 7) K. Shirai: Development and application of novel laser Doppler velocity profile sensors for high spatially resolved velocity measurements in turbulent shear flows. Dissertation (Dresdner Berichte zur Messsystemtechnik, Vol. 3, ed.: J. Czarske, Shaker, Aachen, 2010) Chap. 3.
- 8) BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML: *Guide to the expression of uncertainty in measurement*, 2nd edn. (1995).
- 9) J. Czarske, L. Büttner, T. Razik, and H. Müller: Meas. Sci. Technol. **13** (2002) 1979.
- 10) D. York: Can. J. Phys. **44** (1966) 1079.
- 11) D. York: Can. Earth Planet. Sci. Lett. **5** (1969) 320.
- 12) D. York, N. M. Evensen, M. L. Martínez, and J. B. Delgado: Am. J. Phys. **72** (2004) 367.
- 13) J. Tellinghuisen: Chem. Intell. Lab. Syst. **103** (2010) 160.
- 14) C. Reed: Am. J. Phys. **40** (1992) 59.
- 15) International Organization for Standardization: ISO 230-2, 3rd edn. (2006).
- 16) 日本工業標準調査会: 日本工業規格6190-2 (2008).