光ディラックコーンの原理と応用

迫田 和彰

物質・材料研究機構(〒305-0044 茨城県つくば市並木1-1)

Principle and Application of Photonic Dirac Cones

Kazuaki SAKODA

National Institute for Materials Science, 1-1 Namiki, Tsukuba, Ibaraki 305-0044

(Received September 21, 2015)

Dirac cones on the Γ point of periodic metamaterials have a unique feature in which the electromagnetic wave propagates in the medium without a phase change, which realizes such novel optical phenomena as cloaking, scatter-free waveguides, and the lenses of arbitrary shapes. In this article, we analyze the mechanism of Dirac-cone formation by tight binding approximation and $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ perturbation to show that its essence is the accidental degeneracy of two modes with particular symmetry combinations. The Dirac cone can be materialized for any waves in the periodic structures, which include electromagnetic, electronic, phonon, and magnon waves.

Key Words: Dirac cone, Metamaterial, Photonic crystal

1. はじめに

メタマテリアルを用いて負の屈折率が実現できることはよく知られている。これに加えて、周期構造から成るメタマテリアルでは実効屈折率をゼロにすることもできる。この現象は、波数空間の原点(Γ 点)に、等方的で直線的な分散関係(すなわちディラックコーン)を形成することで達成される。

構造の周期性によって電磁波の分散曲線は第1ブリルアンゾーンの内側に折りたたまれる。この結果、 Γ 点には無限個の電磁モードが存在する。波数を k 、角振動数を ω 、真空中の光速を c として、 $n_{\text{eff}} = ck / \omega$ で定義される実効屈折率 n_{eff} を考えると、 Γ 点($k = 0$)の固有モード($\omega \neq 0$)では $n_{\text{eff}} = 0$ である。しかし、次節以降で詳しく述べるように、 Γ 点では通常、電磁波の群速度がゼロであってエネルギーを運ぶことができないので、ゼロ屈折率を積極的に利用することはできない。ところが、特定の空間対称性をもつ2つのモードの周波数を一致させると、群速度が非ゼロになり、 $n_{\text{eff}} = 0$ のメタマテリアル中を電磁波が伝搬できるようになる。

本稿では、このようなディラックコーン形成の原理を解説する。

2. 時間反転対称性と分散関係の対称性

本稿では、周期構造体の中を伝搬する電磁波を考察するので、比誘電率(ϵ)は位置($\mathbf{r}$)の周期関数であると仮定

する。

$$\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{a}_i) = \epsilon(\mathbf{r}) \quad (1)$$

$\mathbf{a}_i$ は周期性を表す基本格子ベクトルで、試料構造の次元性に応じて i は1~3までの値を取る。磁性体は扱わないので比透磁率は1とする。

さて、マクスウェル方程式から電場を消去して、磁場($\mathbf{H}$)の満たす波動方程式を求めると次式を得る。

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \right] = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

この微分方程式は時間について2階なので、時間の向きを逆にしても(t を $-t$ にしても)方程式は不変である。したがって、電磁場の固有モードの波数ベクトルを $\mathbf{k}$ と記すと、 $\mathbf{k}$ 方向に進む波と、時間を逆転して $-\mathbf{k}$ 方向に進む波は同じ固有振動数をもつ。すなわち、

$$\omega(\mathbf{k}) = \omega(-\mathbf{k}) \quad (3)$$

つまり、 ω は $\mathbf{k}$ の偶関数である。それで、例えば x 軸の方向に周期的な構造物を考えて、 x 軸方向の波数を k_x と記し、原点の周りで ω をテイラー展開すれば、 k_x の奇数次の項は存在しない。

$$\omega(k_x) = \omega(0) + f_2 k_x^2 + f_4 k_x^4 + \cdots \quad (4)$$

したがって、原点のごく近くでは分散曲線は二次曲線であり、傾きは水平であると結論できる。実際、多くの場合にそのような分散曲線が観測される。(ただし、 $\omega = 0$ の場合を除く。)

しかし、厳密に言うところの議論は正しくない。Fig. 1に示すように、2本の分散曲線が原点上で交わる場合、両者の傾きの絶対値が等しく、符号が反対であれば、(3)式を満たしつつ、 k_x の一次の項が存在し得る。本稿の主たる目的は、このような線形の分散関係が生じる必要十分条件を見出すことである。

生成の条件の導出は第3節以降で行うこととして、ここではまず、そのような分散曲線が生じた場合に期待される、新奇な光学現象について考察してみよう。改めて波数を k と記し、交点の角振動数を ω_Γ 、傾きを v と記すと、

$$\omega - \omega_\Gamma = vk \quad (5)$$

の関係がある。 v は ω を k で微分したときの微係数だから群速度(波束の伝搬速度)である。他方、単位構造よりも十分大きなスケールで電磁場を粗視化したときに、系の電磁応答が実効屈折率 n_{eff} でよく記述できると仮定すると、一様な誘電体の分散関係と同じ形の関係式が満たされるべきであるから、

$$\omega = \frac{c}{n_{\text{eff}}} k \quad (6)$$

である。一見すると、(5)式と(6)式は両立しないように見えるが、実は、

$$n_{\text{eff}} = \frac{c}{\omega_\Gamma v} (\omega - \omega_\Gamma) \quad (7)$$

であれば、 $\omega = \omega_\Gamma$ の近くでは(5)式と(6)式が一致して、両立する。(7)式から、 ω が ω_Γ に近づくにつれて有効屈折率は小さくなり、 $\omega = \omega_\Gamma$ でゼロになる。

電磁波の位相 ϕ は、

$$\phi = \omega \left(t - \frac{n_{\text{eff}} x}{c} \right) \quad (8)$$

で与えられるので、 $k = 0$ では有限の群速度 v で電磁エネルギーが伝わっているにもかかわらず、空間的な位相変化が無いという奇妙な性質を示す。この性質を用いて、

Fig. 1 Linear dispersion relation at the origin.

クロッキング(透明マント)や鋭く曲がった屈曲導波路、任意形状のレンズなどを実現できることが数値シミュレーションで示された¹⁾。

3. 強結合近似による解析

ディラックコーンの生成条件を直感的に説明するために、まず、強結合近似による導出について述べる。例として、Fig. 2に示す1次元周期構造について考えてみよう。これはマイクロ波の漏れ波アンテナとして設計された構造で、 $k = 0$ で線形な分散関係が達成された²⁾。誘電体の板の上面にはFig. 2(b)に示すような形状の電極が周期的に並べてあり、裏面は薄い平板電極で一様に覆われている。

単位構造について電磁モードを数値計算で調べてみると、関係する周波数範囲にFig. 3に示すような、2つの共鳴モードが存在することが分かった³⁾。単位構造が C_{2v} (長方形と同じ)対称性をもつことを反映して、共鳴状態も一定の空間対称性をもつ。 A_1 モードは xz 面と yz 面での鏡映について対象であり、 B_1 モードは xz 面については対称、 yz 面については反対称である。

さて、2つの共鳴モードが単位構造に強く局在しているので、周期構造の分散関係の計算では、これら2つの共鳴状態を基底関数に用いた強束縛近似が良い近似解を与えると期待できる。

そこで、2つの共鳴状態の磁場関数 $H_0^{(1)}$ と $H_0^{(2)}$ を用いて、ブロッホの定理を満たす波数 k の固有モードの磁場を次のように表す。

$$H_k(r) = \frac{1}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} e^{ikna} \{ AH_0^{(1)}(r-na) + BH_0^{(2)}(r-na) \} \quad (9)$$

ここに、 k はブリルアンゾーン($[-\pi/a, \pi/a]$)内の波数、 a は基本格子ベクトル、 n は整数、 N は周期的境界条件を課す単位構造の総数で、偶数であるとした。さて、ここ

Fig. 2 (a) The structure of a leaky antenna that materializes a linear dispersion. (b) The shape of the metallic unit structure³⁾.

で H_k の対称性について考えてみよう。点群 C_{2v} に含まれる対称操作は、

- E 恒等変換
- C_2 z 軸周りの180度回転
- σ_x yz 面に関する鏡映
- σ_y xz 面に関する鏡映

の4つである。 $k \neq 0$ の場合⁴⁾、 C_2 と σ_x は k を $-k$ に変換するので、対称操作後の関数は波数 k の固有モードではなく、なってしまう。したがって、 H_k は C_2 と σ_x に関してはいかなる対称性も示さない。これに対して、 σ_y は k を不変に保つ。また、2つの基底関数も σ_y に関して一定の対称性をもつ(Fig. 3の例ではともに対称)。したがって、 H_k も σ_y に関して、また当然のことであるが恒等変換Eに対しても、一定の対称性をもつ。 $\{E, \sigma_y\}$ の2つの対称操作から成る点群を C_s と呼ぶ。上で述べた事情を群論の用語で言うと、 $H_{k \neq 0}$ は C_s の既約表現である。 $k = 0$ の場合は特殊である。 $k (= 0)$ は C_{2v} のすべての対称操作のもとで不変であるので、変換後の $H_{k=0}$ も C_{2v} のすべての対称操作に関して一定の対称性をもたなければならない。群論の用語で言えば、 $H_{k=0}$ は C_{2v} の既約表現である。

さて、(9)式に戻ろう。基底関数が2つあるので、(9)式を波動方程式(2)式)に代入してそれぞれの波数 k について固有値方程式を解けば、2つの固有値と固有関数が得られる。すなわち、2本の分散曲線が得られる(Fig. 4参照)。試料構造を調節することで、 Γ 点(波数空間の原点)の固有値を互いに一致させることができる³⁾。

Γ 点では、2つの基底関数の対称性が異なるので、固有モードの形成の際に両者は混じり合わない。すなわち、混じり合ってしまうと C_{2v} に固有な対称性をもたなくなってしまう。これに対して、 $k \neq 0$ については⁴⁾、2つの基底関数がともに σ_y に関して対称な関数なので、固有モードの形成の際に両者は混じり合うことができる。す

Fig. 3 H_z of two resonance modes in the unit structure³⁾.

なわち、2つのバンドとも σ_y に関して対称な固有モードである(Fig. 4ではAと記した)。一般に、波動関数が混じり合うと固有値が互いに反発する性質があり、これを反交差と呼ぶ。

以上をまとめると、 Γ 点ではモードの対称性が異なるために基底関数が混じり合わず、固有値が互いをすり抜ける(交差する)。 Γ 点以外では対称性が等しいために基底関数が混じり合って、固有値が反交差する。この交差と反交差のバランスによって、 Γ 点の固有値が一致する場合には、 Γ 点近傍で線形の分散関係が得られる(Fig. 4(b)参照)³⁾。

つぎに、周期構造の次元を1つ上げて、2次元の場合を見てみよう。Fig. 5は正方形と同じ対称性(C_{4v})の電極を上にもつ2次元正方格子である。点群 C_{4v} は C_{2v} よりも対称性が高いので、その分、固有モードの空間対称性も多彩である。特に、 C_{2v} には見られなかった、2重縮退した

Fig. 4 Changes in the shapes of two dispersion curves for (a) positive, (b) zero, (c) negative, and (d) large negative band offset. The horizontal axis is the wave number in the Brillouin zone and the vertical axis is the frequency in GHz³⁾.

Fig. 5 (Right) The structure of a two-dimensional leaky antenna that consists of a regular square array of unit cells. (Left) The shape of the metallic unit structure⁵⁾.

Table 1 Symmetry of eigen modes on the Γ point.

C_{4v}	Basic	σ_y	σ_x	C_{6v}	Basic	σ_y	σ_x
A_1 :	$H^{(0)}$	+1	+1	E_1 :	$H^{(1)}$	+1	-1
E :	$H^{(1)}$	+1	-1		$H^{(2)}$	-1	+1
	$H^{(2)}$	-1	+1	E_2 :	$H^{(3)}$	-1	-1
					$H^{(4)}$	+1	+1

モード(Eモード)が存在する(Table. 1). これと全対称な A_1 モードが Γ 点上で固有周波数が一致する(以下では「縮退する」と記す)と線形で等方的な分散関係(ディラックコーン)が出現する(Fig. 6)⁵⁾. その事情を C_{2v} の場合にならって考えてみよう.

k_x 軸上では C_{2v} の場合と同様に σ_y 鏡映が定義される. A_1 モードとEモードの1つ目の固有関数が σ_y について対称なので, 固有値が近づくと波動関数が混じり合って両者は反交差する. Eモードの2つ目の固有関数は対称性が異なるので混じり合わず, 固有値は交差する(互いをすり抜ける). 一方, k_y 軸上では, σ_x 鏡映が定義されて, k_x 軸上とは逆の組合せで交差と反交差が生じる. いずれにしても, Eモードの固有関数の1つと A_1 モードとが混じり合うので, いずれの方向についても線形の分散関係が生じる. このようにして等方的で線形なディラックコーンが生じる.

正六角形と同じ対称性(C_{6v})をもつ単位構造を三角格子に配列した場合には, さらに面白い状況が生まれる. 点群 C_{6v} は C_{4v} よりもさらに多くの対称操作を含むので, 2種類の2次元表現(E_1 と E_2)が存在する(Table. 1). σ_y について見ると, 2組の固有関数が同じ対称性をもつ. σ_x についても組合せが異なるものの, やはり2組の固有関数が同じ対称性である. したがって, k_x 軸上, k_y 軸上のいずれにおいても, 2組のモードが互いに反交差するので, 全く同じ形状のディラックコーンが2組生成する⁶⁾. これを2重ディラックコーンと呼ぶことにする.

立方体と同じ対称性(O_h)をもつ周期構造についても上記と同様の解析が可能で, ディラックコーンの存在が示された⁵⁾. このように, 強結合近似を用いることで比較的容易にディラックコーンの生成を示すことができ, 直感的に分かり易い説明が可能である. しかし, 2次元系や3次元系の場合, 強結合近似による解析計算は単純ではあるが, 計算量が膨大になる場合もあり, 解析計算だけではすべてのモードの対称性を検討し尽くすことができない. また, 誘電体から成るフォトニック結晶のように, 明瞭な共鳴状態が存在しない系を取り扱うこともできない. そこで, 次節では共鳴状態を仮定しない, さらに一般的で汎用性の高い解析方法について述べる.

Fig. 6 (Left) Dirac cone with an auxiliary dispersion surface and (right) double Dirac cone.

4. $k \cdot p$ 摂動法による解析⁷⁾

固有値問題を解く都合から, 誘電率 $\varepsilon(\mathbf{r})$ は実数と仮定する. また, 対象とする構造は点群 G のもとで不変であると仮定する. 磁場の固有値方程式は,

$$L\mathbf{H}_{\mathbf{k}n} \equiv \nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}_{\mathbf{k}n} \right] = \lambda_{\mathbf{k}n} \mathbf{H}_{\mathbf{k}n} \quad (10)$$

で与えられ, 固有値は

$$\lambda_{\mathbf{k}n} = \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^2}{c^2} \quad (11)$$

である. 演算子 L は(10)式の1つ目の等号で定義される. 扱う系の周期性から固有関数はブロッホ関数である.

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) \quad (13)$$

さて, $\mathbf{k}$ 毎に新しい演算子 $L_{\mathbf{k}}$ を次式で定義する.

$$L_{\mathbf{k}} \equiv e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} L e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = (\nabla + i\mathbf{k}) \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} (\nabla + i\mathbf{k}) \times \right] \quad (14)$$

$L_{\mathbf{k}}$ はエルミート演算子で, L と同じく固有値は $\lambda_{\mathbf{k}n}$ である.

$$L_{\mathbf{k}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}n} = \lambda_{\mathbf{k}n} \mathbf{u}_{\mathbf{k}n} \quad (15)$$

我々に興味があるのは Γ 点 ($\mathbf{k} = 0$) 近傍の分散関係の形状だから, 固有値問題を $\mathbf{k}$ に関する摂動計算で解く. そこで, $\mathbf{k}$ の1次までの摂動演算子 $\Delta L_{\mathbf{k}}$ を導入して,

$$\Delta L_{\mathbf{k}} \equiv L_{\mathbf{k}} - L_0 \approx \Delta L_{\mathbf{k}}^{(1)} + \Delta L_{\mathbf{k}}^{(2)} \quad (16)$$

$$\Delta L_{\mathbf{k}}^{(1)} = i\mathbf{k} \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \right] \quad (17)$$

$$\Delta L_{\mathbf{k}}^{(2)} = \nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} i\mathbf{k} \times \right] \quad (18)$$

その固有値を調べることにする. 我々は2つのバンドが偶然縮退する状況を考えるので, 縮退摂動論を用いる必要がある. すなわち, Γ 点上の M 個の固有関数 $\{\mathbf{u}_{0i} \mid i = 1 \sim M\}$ が同じ固有値 λ_0 をもつとして, 次の行列

$$C_{ij}^{(\mathbf{k})} = \langle \mathbf{u}_{0i} | \Delta L_{\mathbf{k}} | \mathbf{u}_{0j} \rangle_0 = i\mathbf{k} \cdot (-\mathbf{P}_{ij} + \mathbf{P}_{ij}^*) \quad (19)$$

の固有値を $\mathbf{k}$ の関数として計算すれば, Γ 点近傍の分散関係が求まる. $\mathbf{u}_{0i}$ が点群 G の既約表現であることを用いると,

$$\begin{aligned}
\mathbf{k} \cdot \mathbf{P}_{ij} &= \frac{1}{V_0} \mathbf{k} \cdot \int_{V_0} d\mathbf{r} \mathbf{u}_{0i}^*(\mathbf{r}) \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{u}_{0j}(\mathbf{r}) \right] \\
&\equiv \mathbf{k} \cdot \langle \mathbf{u}_{0i} | \Delta L | \mathbf{u}_{0j} \rangle_0 \\
&= (R\mathbf{k}) \cdot \langle R\mathbf{u}_{0i} | \Delta L | R\mathbf{u}_{0j} \rangle_0
\end{aligned} \quad (20)$$

が証明できる。ここで、 R は点群 G に属する対称操作であり、 R は R の行列表現である。(20)式を見ると、 $\mathbf{k}$ 、 $\mathbf{u}_{0i}$ 、 $\mathbf{u}_{0j}$ の積がすべての対称操作 R のもとで不変であること、すなわち、 G の全対称表現でなければならないことが分かる。不変でない場合は、最右辺は恒等的にゼロでなければならない、摂動行列 C がゼロ行列となることから固有値もゼロである。したがって、 Γ 点近傍の分散関係には波数 $\mathbf{k}$ に比例する成分が存在しないので、ディラックコーンも存在しない。よって、(20)式の最右辺が全対称表現を含むことが、ディラックコーンが存在するための必要条件である。この判別は群論の標準的な問題であり、どのような対称性の $\mathbf{u}_{0i}$ と $\mathbf{u}_{0j}$ の組合せが全対称表現を与えるかは、いわゆる簡約の手法を用いて調べることができる。さらに、(20)式は行列 C の異なる要素間に多くの関係式を与えるので、以下で例を示すように、行列 C の形をほとんど一意的に決定する。このことを利用して、ディラックコーンの生成の有無を解析計算だけで完全に判別することができる。

【例1】 C_{4v} 対称な2次元正方格子

Table. 2に偶然縮退する2つのモードの対称性と生成する分散曲線の形状をまとめた。Eモードと A_1 、 A_2 、 B_1 、または、 B_2 モードの組合せだけが非ゼロの行列 C を与え、その他の組合せでは C はゼロ行列である。

例えば、Eモードと A_1 モードの組合せの場合、(20)式を用いることで行列 C が以下の構造をもつことが証明できる。

$$C_{\mathbf{k}}^{(EA_1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & bk_x \\ 0 & 0 & bk_y \\ b^*k_x & b^*k_y & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

ここに b は(20)式に現れた ΔL の行列要素である。この表式から分かるように、非対角項は $\mathbf{k} \neq 0$ のときだけ非ゼロである。したがって、 Γ 点ではEモードと A_1 モードは混じり合わず、 Γ 点以外では両者が混じり合って反交差が生じる。(21)式を対角化して固有値を求めると、

Table 2 Mode symmetries and shapes of dispersion curves for a two-dimensional square lattice of C_{4v} symmetry. D: Dirac cone, Q: quadratic dispersion surface.⁷⁾

Model1	Mode2	Dispersion
E	A_1, A_2, B_1, B_2	D + Q
A_1, A_2, B_1, B_2	A_1, A_2, B_1, B_2	2Q
E	E	4Q

Table 3 Mode symmetries and shapes of dispersion curves for a two-dimensional triangular lattice of C_{6v} symmetry. DD: double Dirac cone.⁷⁾

Model1	Mode2	Dispersion
E_1	E_2	DD
E_1	E_1	4Q
E_2	E_2	4Q
E_1	A_1, A_2	D + Q
E_2	B_1, B_2	D + Q
E_2	A_1, A_2	3Q
E_1	B_1, B_2	3Q
A_1, A_2, B_1, B_2	A_1, A_2, B_1, B_2	2Q

$$\Delta\lambda = 0, \pm|b|k, k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad (22)$$

である。 λ と ω の関係は(11)式で与えられるが、 ω_0 の周りでテイラー展開すれば、

$$\omega_k \approx \omega_0 \pm \frac{|b|c^2k}{2\omega_0} \quad (23)$$

であり、等方的なディラックコーンが生じることが分かる。

【例2】 C_{6v} 対称な2次元三角格子

Table. 3にモードの対称性と分散曲線の形状を示す。前述のように E_1 モードと E_2 モードの組合せで2重ディラックコーンが生じる。この場合の摂動行列を記すと

$$C_{\mathbf{k}}^{(E_1E_2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -bk_y & -bk_x \\ 0 & 0 & -bk_x & bk_y \\ -b^*k_y & -b^*k_x & 0 & 0 \\ -b^*k_x & b^*k_y & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

であり、固有値は

$$\Delta\lambda = \pm|b|k \text{ (double roots)} \quad (25)$$

であることが容易に分かる。

以上の例からもわかるように、摂動行列 C は比較的簡単な構造をもち、多くの行列要素がゼロである。このことから、3次元系の解析も比較的容易であり、例えば O_h 対称な単純立方格子について、ディラックコーンの生成条件が完全に判別できた⁷⁾。

これまでの例では、等方的なディラックコーンが生成する場合だけを紹介したが、偶然縮退する2つのモードの対称性の組み合わせや試料構造の対称性によっては、異方的なディラックコーンが生成する場合もある。文献7ではそのような例も扱った。

5. おわりに

これまで述べてきたように、対称性の適切な組合せによって、2つの固有モードの偶然縮退を用いたディラッ

クコーンの形成が可能である。 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ 摂動による解析を見れば分かるように、ディラックコーンの生成では構造の周期性と固有モードの対称性が本質的である。したがって、ディラックコーンの生成は電磁波に限らず、周期構造中の波動一般に共通した性質である。その例として、厚みを周期的に変調した半導体量子井戸について、 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ 摂動法による解析計算と有限要素法による数値計算で調べたところ、電子波のディラックコーンの形成が証明できた⁸⁾。フォノン、ポラリトン、マグノン等についてもディラックコーンの形成が期待できる。

歴史的には、 Γ 点の光ディラックコーンはマイクロ波の伝送線路理論を用いて発見され、CRLH(Composite right-/left-handed)伝送線路と命名された⁹⁻¹²⁾。その後、一般の場合が文献7で証明された。光ディラックコーンの応用として文献1に示されたクロッキングや屈曲導波路などに加えて、光子のジグザグ運動(Zitterbewegung)¹³⁾や拡散的な光透過^{14,15)}などの新現象も予想されている。

光波ディラックコーンの実証研究については、フォトリック結晶スラブを用いた試料作製が複数のグループで進行中であり、近い将来に実証データが得られるものと期待される。

参考文献

- 1) X. Huang, Y. Lai, Z. H. Hang, H. Zheng, and C. T. Chan: Nature Mater. **10** (2011) 582.
- 2) S. Matsuzawa, K. Sato, Y. Inoue, and T. Nomura: IEICE Trans. Electron. **E89-C** (2006) 1337.
- 3) K. Sakoda and H-F. Zhou: Opt. Express **18** (2010) 27371.
- 4) 厳密に言うと、 $k \neq 0$ 、かつ、 $k \neq \pm\pi/|a|$ の場合。
- 5) K. Sakoda: Opt. Express **20** (2012) 3898.
- 6) K. Sakoda: Opt. Express **20** (2012) 9925.
- 7) K. Sakoda: Opt. Express **20** (2012) 25181.
- 8) Y. Yao and K. Sakoda: to be published.
- 9) A. Sanada, C. Caloz, and T. Itoh: IEEE Microwave and Wireless Components Letters **14** (2004) 68.
- 10) A. Sanada, C. Caloz, and T. Itoh: IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques **52** (2004) 1252.
- 11) A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh: IEEE Microwave Magazine **5** (2004) 34.
- 12) C. Caloz and T. Itoh: Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications (Wiley, 2005).
- 13) X. Zhang: Phys. Rev. Lett. **100** (2008) 113903.
- 14) R. A. Sepkhanov, Y. B. Bazaliy, and C. W. J. Beenakker: Phys. Rev. A **75** (2007) 063813.
- 15) M. Diem, T. Koschny, and C. M. Soukoulis: Physica B **405** (2010) 2990.