レーザー資料

レーザー干渉を利用した動的微小変動計測[†]

大 塚 喜 弘*

Dynamic Measurements of Small
Vibrations by Laser Interferometry[†]

Yoshihiro OHTSUKA*

1. はじめに

光源としてのレーザーの特徴は、単色性、指向性、偏光性にすぐれ、エネルギーの大きい光を連続及びパルス光として利用できる点にある。このような各種特性を利用した広範囲の応用計測が、レーザー出現の初期の段階から現在に到るまで、活発に試みられ、多くの実用化がなされてきた。最近では、光ファイバーの持つ優れた特性と組み合わせられて、新しい応用計測の分野が開けつつある。

本稿では、レーザーによる微小変動計測に的を絞る、その方法、原理、特徴、及び応用について述べる。変動物体の非接触、微小変位測定に、光学干渉計を利用することは古くから知られているが、特に、気体レーザーの実用化に伴い、その精度が格段と改善され、近年、サブオングストローム領域までのダイナミックな超微小変動計測が可能となってきた。

通常のホログラフィックな方法を用いると、物体の空間的な変形量を知ることができるが、微小変位の測定限界は使用レーザー波長の $\lambda_0 \sim \lambda_{100}$ と言われている¹⁾。これに対して、ここで紹介する変動測定は、原理的には、振動面の一点

に関して、変動の垂直成分を計測しようとするもので、使用レーザー波長の λ_{100} 以下の測定までも可能にしている。また、細いレーザービームを物体面上で走査することにより、2次元的な微小変動も測定できるという報告もある^{2~4)}。さらに、レーザービームを走査せずに、検出器にイメージディセクターを用いて、検出器側で2次元走査をすることにより微小変動を可視化する方法もある⁵⁾。

ダイナミックな微小変動計測のためのレーザー干渉計について、以下にその概略をのべる。

1.1. 光学的ホモダイン干渉計

この干渉計は、通常のマイケルソン型干渉計である。この方式では、準単色光で周波数の等しい2光束を信号光と参照光として、2乗特性の光電検出器面上で重畳する。信号光の波面が注目している干渉計の一方の反射鏡で正弦的に位相変調をうけると、光電検出器から生ずる光電流の交流成分には、振動反射鏡の高調波成分も含まれる。これらの高調波成分の信号を利用することにより、振動振幅を測定することができる。また、振動鏡に印加する電気信号と光電検出した物体の振動信号との間の位相関係も調

* 北海道大学工学部数物系共通講座 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

* Department of Engineering Science, Faculty of Engineering, Hokkaido University (Kita-13, Nishi-8, Sapporo 060)

† 第10回レーザーセミナー (昭和58年7月14, 15日 於熱海市 レーザー学会主催) テキストより転載

ることができる。

光学的ホモダイン法は古くから知られている簡便な微小振動測定法であるが、信号処理の面で、搬送信号を得るためと信号対雑音比(S/N)を良くするために、振動モードが正弦波に限られるという難点がある。なお、検出方法としてはホモダイン法に入るが、光学配置としては、レーザー共振器と関連して、ファブリーペロー型の干渉計を使用する場合もある⁶⁻⁷⁾。

1.2. 光学的ヘテロダイン干渉計

この干渉計は、原理的には、マッハツェンダー型の干渉計である。ホモダイン法と異なる点は信号光と参照光の周波数が僅かに異なっていることであり、振動物体によって位相変調をうけた信号光と参照光を2乗特性の光検出器面上で重畳すると、位相変調をうけた検出光電流(ビート電流)を生ずる。ビート周波数は信号光と参照光の差周波数で与えられるが、振動物体の最大周波数より高い周波数で、電気回路処理の容易な周波数領域に選べばよい。

光の干渉計においては、信号光と参照光が互いに可干渉でなければならない。レーザー干渉計と言えども、実用的には、1本のレーザービームを半透鏡により分割して、それぞれを信号光と参照光として使用している。したがって、ヘテロダイン方式では、光の周波数を偏倚させるための周波数変調器を必要とする場合が多い。この目的のために、超音波光変調器などが実用に供されている。なお、ゼーマンレーザーを利用すれば、右周り偏光と左周り偏光の間に印加した磁界に比例した周波数差が生ずるので、適当な偏光板と組合せれば、光ヘテロダイン計測が可能となる^[8]。高いビート周波数を必要としない場合には、マイケルソン干渉計の一方の反射鏡を鋸歯状に駆動し、直線的に反射鏡が移動する部分を利用して、一定のドブラーシフトを得て、ヘテロダイン信号を発生する場合もある^{5, 9, 10)}。

光ヘテロダイン計測の最大の利点は、目的とする光電流がビート周波数の搬送信号を持っていることである。このために、振動物体等によ

り変調をうけたビート電流が得られ、この信号の位相復調または周波数弁別等により、目的とする微動変動計測が可能となる。また、ホモダイン計測と異なって、被測定物体の振動モードは正弦波に限ることなく、任意の振動モードでも、その振動振幅および位相を実時間で検出できる特徴がある。

1.3. 2周波干渉計

この干渉計は、光ホモダイン法と光ヘテロダイン法が組合されたマイケルソン型干渉計である。2周波光はレーザーの2つの縦モードを利用しても良いが、安定な信号を得るためには、振幅を安定化したレーザー出力を振幅変調するのが簡便な方法である。この方法の特徴はホモダイン法とヘテロダイン法の特徴を利用できる点にある。なお、ヘテロダイン計測の項でのべたゼーマンレーザーも2周波光であるが、ここでのべた2周波光は同一の偏光状態にあり、本質的にゼーマンレーザーとは異なることに注意願いたい。

上記のホモダイン及びヘテロダイン計測は、最近、良く知れた計測技術となってきたので、本稿ではこれらの方法については比較的簡単に触れ、2周波光干渉を少し詳しくのべる。

2. 光ホモダイン干渉計¹¹⁻²³⁾

マイケルソン型干渉計の一例を図1に示す。 $H_e - N_e$ レーザーからの光ビームは、まず、最初のビームスプリッターB.S.1により分割され、分割された一方のビームは、モニターとして、レーザーの出力変動が出力信号に及ぼす影響を補償するために利用されている。他の光ビームは直進して、マイケルソン干渉計に入射する。第2のビームスプリッターB.S.2において、分割されてできる2つの光ビームは反射鏡 M_1 および M_2 で反射された後、再びB.S.2で重畳されて検出器に到る。鏡 M_1 はPZTに取り付けられた反射鏡で、目的とする信号によって微動変動をする。鏡 M_2 はボイスコイルに取り付けられ、光学系全体による出力信号に与えるドリフトを自動

図1 ホモダイン干渉計

的に補償するサーボ系によって制御されている。鏡 M_1 の微動変動信号はロックイン・アンプから取り出せる。このアンプに必要な参照信号は、信号発生器の一部から得ている。

さて、レーザー光の周波数と波数をそれぞれ ν_0 および k_0 とする。鏡 M_1 の光路に沿った微小変動量を $\Delta(t)$ とし、鏡 M_2 による光学系の補償量を $\delta(t)$ とする。したがって、信号光と参照光の検出器面上における電場 E_s および E_r は、定数項を省いて、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} E_s &= A_s \exp i[2\pi\nu_0 t - 2k_0\Delta(t)] \\ E_r &= A_r \exp i[2\pi\nu_0 t - 2k_0\delta(t)] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 A_s および A_r は複素量で、一般に、検出器面への光ビームの入射方向の関数となっている。式(1)で与えられる2光波の干渉強度変動を計算する。

$$\left. \begin{aligned} I_s &= |E_s|^2 \\ I_r &= |E_r|^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

とおけば、

$$I(t) = |E_s + E_r|^2 = I_s + I_r + 2\beta\sqrt{I_s I_r} \times \cos[2k_0\{\delta(t) - \Delta(t)\} + \phi] \quad (3)$$

となる。ただし、 $\phi = \arg(E_r E_s^*)$ で $*$ は複素共役を示す。 β は干渉効率を示し、 $0 \leq \beta \leq 1$ の範囲にある²⁴⁾。

さて、目的とする反射鏡 M_1 が、振幅 ξ 、角周波数 ω の単振動をしているとすれば、

$$\Delta(t) = \xi \cos(\omega t) \quad (4)$$

と書ける。また

$$\theta(t) = 2k_0\delta(t) + \phi \quad (5)$$

とおけば、式(3)は

$$\begin{aligned} I(t) &= I_s + I_r + 2\beta\sqrt{I_s I_r} \cos\{\theta(t) - 2k_0\xi \cos(\omega t)\} \\ &= I_s + I_r + 2\beta\sqrt{I_s I_r} \{J_0(2k_0\xi) - J_2(2k_0\xi) \cos(2\omega t) \\ &\quad + \cdots\} \cos\theta + 2\beta\sqrt{I_s I_r} \{J_1(2k_0\xi) \cos(\omega t) \\ &\quad - J_3(2k_0\xi) \cos(3\omega t) + \cdots\} \sin\theta \end{aligned} \quad (6)$$

と展開される。 $J_m(2k_0\xi)$ ($m=0, 1, 2, \dots$) は m 次の第1種ベッセル関数である。したがって、高調波成分 $n\omega$ ($n=1, 2, 3, \dots$) の振動成分をフィルターにより取り出すと、次の出力電圧が得られる。

$$V_n = 2\alpha\beta\sqrt{I_s I_r} \begin{pmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} J_n(2k_0\xi) \cos(n\omega t) \quad (7)$$

ここで、 α は定数で、 n が奇数または偶数にしたがって、 $\sin\theta$ または $\cos\theta$ をとる。この式を基礎にして、振動振幅 ξ を測定する方法を紹介する。

2.1. $J_{1\max}$ 法

式(7)において、基本振動 $n=1$ の場合に着目し式(5)を参照して、 $\sin\theta=1$ となるように、鏡 M_2 により $\delta(t)$ を調節すると、

$$V_1 = 2\alpha\beta\sqrt{I_s I_r} J_1(2k_0\xi) \cos(\omega t) \quad (8)$$

を得る。ここで、振動振幅 ξ を次第に増大して行くと、1次のベッセル関数の性質から、最初に極大となる値 $J_{1\max}=0.5819$ に達する。この時の出力電圧を $V_{1\max}$ とすると、比例関係により

$$V_1 = |V_{1\max}/0.5819| J_1(2k_0\xi)$$

が求められる。したがって、 V_1 と $V_{1\max}$ の比が測定できれば、ベッセル関数の表を利用して、 ξ を求めることができる。

2.2. $J_n(2k_0\xi)=0$ 法

式(7)において、振動振幅 ξ を増大して行くと $J_n(2k_0\xi)=0$ を与える ξ が存在し、この時出力

電圧は零となる。たとえば、 $J_1(2k_0\xi)=0$ の根として、He-Neレーザーの波長6328Åを使うと、 $\xi=1938\text{\AA}$ が得られる。したがって、この近傍では、PZTへの駆動電圧と鏡の変位量が比例すると仮定することによって、 ξ を求めることができる。

2.3. (J_1/J_2)および(J_1/J_3)法

(J_1/J_2)法では、式(7)において、参照光の調節により、 $\sin\theta=1$ とし、周波数 ω における出力電圧 V_1 を測定する。次に、 $\cos\theta=1$ となるように参照光を調節して、 2ω における電圧 V_2 を測定する。この2回の測定時間内で、 J_1 と J_2 の係数が等しいとみなせる時は、

$$V_1/V_2 = J_1(2k_0\xi)/J_2(2k_0\xi) \quad (10)$$

が求められる。したがって、ベッセル関数の表より、式(10)の関係式を満足する ξ を知ることができる。(J_1/J_3)法も同様の手順を利用するが、この場合は、 $\sin\theta=1$ の条件のみが必要で

$$V_1/V_3 = J_1(2k_0\xi)/J_3(2k_0\xi) \quad (11)$$

が利用される。

2.4. 漸化式法

第1種ベッセル関数について、次の漸化式が知られている。

$$2nJ_n(x) = x[J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)] \quad (n=1, 2, 3\cdots) \quad (12)$$

この関係から、 x に対して隣り合った3つの次数のベッセル関数の値が既知ならば、 x を知ることができる。このことから、 $(n-1)\omega, n\omega$, および $(n+1)\omega$ の高調波成分における出力電圧を測定すれば、 $x=2k_0\xi$ において、 ξ を求めることができる。奇数次または偶数次のみのベッセル関数を利用すれば、 $\sin\theta=1$ または $\cos\theta=1$ の1回の調節で済むことになる。このために式(12)の n を $(n+1)$ と $(n+2)$ で置き換えて

$$\left. \begin{aligned} 2(n+1)J_{n+1}(x) &= x[J_n(x) + J_{n+2}(x)] \\ 2(n+2)J_{n+2}(x) &= x[J_{n+1}(x) + J_{n+3}(x)] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

を得る。式(12)と連立させて、 $J_n(x)$ と $J_{n+2}(x)$ を消去し、たとえば $n=2$ とおくと、

$$\xi = \frac{1}{2k_0} \left\{ \frac{96V_3}{4V_1 + 6V_3 + 2V_5} \right\}^{1/2} \quad (14)$$

として、 V_1, V_3 , および V_5 の各出力電圧を測定すれば、 ξ を求めることができる。

以上、光ホモダイン計測による正弦振動振幅の測定法をのべたが、実際に、 $10^{-2}\text{\AA}$ 以下の振動振幅が測定されている。図2に、測定結果の一例を示しておく。これは J_{imax} 法によるものだが、周波数1kHzで、PZTへの印加電圧と変動振幅が直線関係にあることが示されている。この測定には、1mW程度のHe-Neレーザーを用い、検出器には光ダイオードを使用した。

図2. 印加電圧と微小変位量との関係
横軸は電圧(V)を示す。

3. 光ヘテロダイン干渉計^{25~35)}

この光学系としては、しばしば、マッハツェンダー型の干渉計が利用される。この干渉計には、周波数の異なった互いに可干渉な2光束を必要とする。このため、信号光または参照光のいずれか一方の周波数を一定量だけシフトさせる必要がある。今、参照光の周波数を ν だけシフトさせたとすれば、ホモダイン系の式(1)に対応して

$$\left. \begin{aligned} E_s &= A_s \exp i[2\pi\nu_0 t - 2k_0 \Delta(t)] \\ E_r &= A_r \exp i[2\pi(\nu_0 + \nu)t - 2k' \delta(t)] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

が得られる。ただし、 $\nu_0 \gg \nu$ の条件が一般に成り立っているので、 $k' \approx k_0$ とおいて差し支えない。したがって、これらの2光束による干渉強度変動は、

$$I(t) = I_s + I_r + 2\beta \sqrt{I_s I_r} \cos[2\pi\nu t - 2k_0 \{\Delta(t) - \delta(t)\} + \phi] \quad (16)$$

で与えられ、ホモダイン系の式(3)に対応する。光ビート電流は上式の干渉項に比例して得られる。

振動物体の静止位置で、ビート電流の位相を測定し、この位相角を常に一定に保つようにサーボ機構を働かせれば、 $\Delta(t)$ を安定して測定できる。また、周波数弁別回路により、 $\Delta\nu = \frac{d}{dt} |\Delta(t)|$ も知ることができる。光ホモダイン計測と比較してみると、以下のような特徴が挙げられる。(a)振動物体の平均的な位置または静止位置での位相角をあらかじめ設定する必要がない。(b) ν という搬送周波数を持っているので、 $\Delta(t)$ として、正弦波に限る必要がない。(c) ν を適当に選べば、ドリフトや低周波雑音、たとえば $(1/f)$ ノイズなどをさけて測定できる。

光ヘテロダイン検出の具体例を図3及び図4に示す。図3では、周波数 ν_1 と ν_2 の進行超音波を使う光変調器 ULM を並列に並べて光学系を簡単にし、信号光と参照光を接近させて空気のゆらぎ等の影響を取り除く工夫がなされている。レーザービームをこれらのULMに通すと、最初のULM₁により1次方向に回折される光ビームは ν_1 だけ周波数シフトを受け、これを参照ビームとして使用する。ULM₁ で変調を受けずに直進する零次成分は、第2のULM₂により回折され、その1次方向の成分は ν_2 だけ周波数シフトを受ける。これを信号光として使用し、振動鏡Sにより位相変調される。光電検出器Dより得られるビート電流を同調増幅器で取り出して位相計の入力信号とする。この位相計の参照信号には、2つのULMを駆動する正弦信号の発

図3 2台の超音波変調器を利用したヘテロダイン干渉計

図4 ゼーマンレーザーを利用したヘテロダイン干渉計

振器OSC₁とOSC₂の差信号が用いられている。

図4はゼーマン効果を利用して、 f_1 及び f_2 の2周波レーザーを作り、これをヘテロダイン計測に応用している例である。ビームスプリッターを通ったビームは、偏光ビームスプリッターにより、 f_2 成分と f_1 成分の光束に分離され、 f_2 成分が参照ビームとなり、また、 f_1 成分は信号光として、振動反射鏡により、ドブラーシフト Δf を受ける。参照信号光とビームスプリッターで再び重畳されて、 $(f_1 - f_2)$ を搬送ビート周波数とするヘテロダイン信号をうる。このビート信号は Δf の周波数変調をうけているので、参照信号との比較により、 Δf を検出することができる。この方式は、実用的にも微動変動計測の優れた手段を提供している。

4. 2周波光干渉計³⁶⁻³⁸⁾

同一偏光状態の2周波成分を持つレーザービームを分割して、再び重畳すると、ちょうど、

ホモダイン系とヘテロダイン系を組合せた干渉を生じ、特徴ある検出方式となる。ここでは、超音波ブラッグセルを利用して、2周波光を作る方法を紹介し、これによる微小変動計測の例をのべる。

音波と光の波長を Λ および λ とすると、ブラッグ回折の角度 θ は

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2\Lambda} \quad (17)$$

の関係を満す。音波の波面に対して、上方よりこの角度で平面光波を入射すると、よく知られているように、+1次回折光のみが現れる。回折せずに直進する光の電場を $E_0(t)$ 、1次回折光の電場を $E_{+1}(t)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} E_0(t) &= A(\cos v) \exp(i\omega t) \\ E_{+1}(t) &= A(\sin v) \exp[i(\omega + \Omega)t] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

の形に書ける。(付録を参照) ここで、 A は適当な複素量で時間 t に依存しない。 ω および Ω は光と音波の角周波数である。 v は音圧に比例するパラメーターである。音波の有無によらず観測できる零次光から2周波光を作るのが便利である。式(18)によれば、2成分のそれぞれは、音圧によって振幅変調されることを示している。そこで、音圧を鋸歯状に変化させ、直線的に変化する部分を利用すれば、 $v = \omega_M t$ の形に書ける。したがって、式(18)から

$$E_0(t) = (A/2) \{ \exp[i(\omega + \omega_M)t] + \exp[i(\omega - \omega_M)t] \} \quad (19)$$

が得られ、この電場は $(\omega \pm \omega_M)$ の2周波成分を持つことが判る。

4.1. タイプAによる方式

図5に実際に構成した干渉システムを示し、これをタイプAと呼ぶ。2ケの変調器(AOM)を使っているが、最初のAOM1は、安定化した1次回折光を利用する目的で用いられ、次のAOM2は上にのべた2周波光を作る目的で用いられている。後に明らかとなるが、この方式で

図5 2周波光干渉計

は、レーザー出力の安定化が本質的に必要で、この安定化の程度が微小変動計測の限界を左右する。

さて、AOM2を出た零次光成分 $E_0(t)$ はケスタープリズムで分割され、ボイスコイルに付けられた鏡で反射されたビームは参照光として働く。したがって、ボイスコイルによって調整できる位相量を δ_r 、信号光の位相変動量を $\phi_s(t)$ とすれば、検出器 D_2 におけるそれぞれの電場は

$$\left. \begin{aligned} V_s(t) &= V_{os} E_0(t) \exp[i\phi_s(t)] \\ V_r(t) &= V_{or} E_0(t) \exp[i\delta_r] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

で与えられる。ここで、 V_{os} 及び V_{or} は時間 t に依存しない複素振幅である。したがって、検出器 D_2 からの光電流は次式の強度に比例する。

$$\begin{aligned} I(t) &= |V_s(t) + V_r(t)|^2 \\ &= [I_{os} + I_{or} + 2\beta \sqrt{I_{os} I_{or}} \cos\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\}] \\ &\quad + [I_{os} + I_{oo} + 2\beta \sqrt{I_{os} I_{or}} \cos\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\}] \\ &\quad \times \cos(2\omega_M t) \end{aligned} \quad (21),$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} I_{os} &= |A V_{os}|^2 / 4 \\ I_{or} &= |A V_{or}|^2 / 4 \\ \phi_0 &= \arg(V_{os} V_{or}^*) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

とおいた。 β は干渉効率を意味し、*印は複素共役を表わす。式(21)において、最初の[.....]はホモダイン干渉による項を表わし、第2の[.....]はヘテロダイン干渉の項を表わしている。この

第2項に注目すると、搬送ビート周波数は、光波の振幅変調周波数 ω_M の2倍であり、搬送波には位相の項がないことが判る。このことは、安定したビート信号の発生に好都合である。また得たい情報量 $\phi_r(t)$ はその振幅変動として検出される。また、このビート信号の振幅の式が、第1項の[...]のホモダイン干渉項と同一であることも興味深い。

通常ホモダイン干渉による微小変動計測では、既にのべたように、低周波領域での計測には向かない。しかし、2周波光干渉では、上述のヘテロダイン項に着目すれば、ヘテロダイン干渉でのべた特徴が利用でき、低周波域での計測も可能である。ただし、通常のヘテロダイン干渉では、 $\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\}$ の項は、ビート信号の位相項として入っていたが、2周波光干渉のビート信号では、式(21)で明らかなように、その振幅に $\cos\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\}$ の形で入っている。このことは、微小変動検出の場合、その変動量をビート信号の振幅から検出することになり、検出方法が容易となる。

式(21)の導出に当って、その物理的な意味をはっきりさせるために、2周波光の干渉を考えた。しかしもう少し直感的に考えて、強度変調光の干渉と考えれば、式(21)は簡単に導出できる。すなわち、信号光と参照光が次の強度変調の式に従うとしよう。

$$\left. \begin{aligned} I_s(t) &= 2I_{os}\cos^2(\omega_M t) = I_{os}\{1 + \cos(2\omega_M t)\} \\ I_r(t) &= 2I_{or}\cos^2(\omega_M t) = I_{or}\{1 + \cos(2\omega_M t)\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

したがって、それぞれの光の振幅の大きさは

$$\left. \begin{aligned} |V_s(t)| &= \sqrt{I_s(t)} \\ |V_r(t)| &= \sqrt{I_r(t)} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

で与えられ、これらの2光束による干渉は

$$\begin{aligned} I(t) &= I_s(t) + I_r(t) + 2\beta \sqrt{I_s(t)I_r(t)} \\ &\quad \cos\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\} \end{aligned} \quad (25)$$

で表現できる。式(23)を代入すれば、式(21)を直ちに得ることができる。

4.2. タイプBによる方式

図5において、AOM2をケスタープリズム(ビームスプリッター)とボイスコイルの間に移し参照光のみをAOM2で2回変調する方式をタイプBと呼ぶ。この2回変調効果により、参照光は式(23)を参照して、

$$\begin{aligned} I_r(t) &= I_{or}\{2\cos^2(\omega_M t)\}^2 \\ &= I_{or}\{1 + \cos(2\omega_M t)\}^2 \end{aligned} \quad (26)$$

と書ける。一方信号光は振動鏡によって位相変調のみをうけると考えられるので、その強度は一定であり、 $I_s = I_{os}$ (一定) とおける。したがって、検出器において2光束干渉は

$$\begin{aligned} I(t) &= I_{os} + I_r(t) + 2\beta \sqrt{I_{os}I_r(t)} \\ &\quad \cos\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\} \end{aligned} \quad (27)$$

と表わされる。式(26)を代入すると

$$\begin{aligned} I(t) &= [I_{os} + 3I_{or}/2 + 2\beta \sqrt{I_{os}I_{or}} \\ &\quad \cos\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\}] + 2[I_{or} + \beta \sqrt{I_{os}I_{or}} \\ &\quad \cos\{\phi_s(t) - \delta_r - \phi_0\}] \cos(2\omega_M t) \\ &\quad + (I_{or}/2) \cos(4\omega_M t) \end{aligned} \quad (28)$$

が得られる。

式(21)と比べると、 $4\omega_M$ 成分がさらに加ったことが判る。このことは、微小変動計測において出力強度の安定性が、この成分をモニターしてできることになり好都合である。

4.3. 微小変動計測の感度

上にのべたタイプAおよびタイプBの検出感度を考える。通常、 $\cos X$ の場合、 X の微小変化に対して、 $\cos X$ の変化は鈍感である。

$$\delta_r + \phi_0 = (2n-1)\pi/2 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (29)$$

を満足するように、参照光光路長を調整すれば、ヘテロダイン成分の変動振幅は $\sin|\phi_s(t)|$ に比例するようになり、 $\phi_s(t)$ の微小変動に対しても $\sin|\phi_s(t)|$ の変動は敏感になる。

今 $\delta(t)$ を光の波長以下の微小振動振幅としよう。これが信号光を位相変調するとすれば、式

(29)の条件で

$$\begin{aligned} \cos|\phi_s(t) - \phi_r - \phi_0| &= \sin \phi_s(t) \\ &\simeq \phi_s(t) = (4\pi/\lambda) \xi(t) \end{aligned} \quad (30)$$

とおける。したがって、タイプAのヘテロダイン成分は式(21)より

$$\begin{aligned} I_h(t) &= [I_{os} + I_{or} + 2\beta\sqrt{I_{os}I_{or}}(4\pi/\lambda)\xi(t)] \\ &\quad \times \cos(2\omega_M t) \end{aligned} \quad (31)$$

で与えられ、また、タイプBのヘテロダイン成分は式(28)より

$$\begin{aligned} I_h(t) &= 2[I_{or} + \beta\sqrt{I_{os}I_{or}}(4\pi/\lambda)\xi(t)] \\ &\quad \times \cos(2\omega_M t) \end{aligned} \quad (32)$$

で与えられる。これらの結果から明らかなように、式(30)の条件を満たすような微小変動計測では、変位量 $\xi(t)$ が直接ビート成分の振幅変動に比例している。したがって、振動の最大周波数がビート周波数より十分低ければ、振動モードは正弦波に限ることなく、どんな振動モードでも、 $\xi(t)$ を測定できる。

ここでは、簡単のために、 $\beta=1$ として、正弦波振動の場合の振幅測定と測定感度について考えてみる。一定振動振幅 ξ_0 、角周波数 Ω の振動

$$\xi(t) = \xi_0 \cos(\Omega t) \quad (33)$$

を考えると、タイプAのヘテロダイン成分は、式(31)より

$$\begin{aligned} I_h(t) &= (I_{os} + I_{or})\cos(2\omega_M t) \\ &\quad + 2\sqrt{I_{os}I_{or}}(2\pi/\lambda)\xi_0\{\cos(2\omega_M - \Omega)t \\ &\quad + \cos(2\omega_M + \Omega)t\} \end{aligned} \quad (34)$$

と書ける。この式より、 $(2\omega_M - \Omega)$ または $(2\omega_M + \Omega)$ 成分の側帯波の振幅と、 $2\omega_M$ 成分の振幅の比を測定すれば ξ_0 が求められる。ただし、 (I_{os}/I_{or}) をあらかじめ求めておく必要がある。

次に、最小検出感度 $\xi_0 = \xi_{min}$ は、rms信号光電流 i_s がショット雑音電流 i_n に等しい場合に得

られると仮定する。これは、ショット雑音が支配的な検出器を用いることを意味する。式(34)の一方の側帯波より

$$i_s = \sqrt{2I_{os}I_{or}}(2\pi/\lambda)\xi_0 \quad (35)$$

また定義により、直流成分より、

$$i_n = \sqrt{2e(I_{os} + I_{or})B} \quad (36)$$

を得る。 e は電子の電荷、 B は測定回路の帯域幅である。したがって $i_s = i_n$ の条件より、

$$\xi_{min} = (\lambda/2\pi) \{eB(I_{os} + I_{or})/I_{os}I_{or}\}^{1/2} \quad (37)$$

を得る。これは、 $I_{os} = I_{or} = (\lambda\eta eP/2hc)$ (38)

のとき極小となり

$$\xi_{sm} = (hc\lambda B/\pi^2\eta P)^{1/2} \quad (39)$$

を得る。ここで、 h はプランク定数、 c は光速、 η は量子効率、 P はレーザーのパワーである。

ちなみに、 $P=10^{-4}W$ 、 $B=1Hz$ 、 $\eta=0.5$ 、 $\lambda=6328\text{\AA}$ ($He-N_e$ レーザー)では

$$\xi_{sm} = 2 \times 10^{-4}\text{\AA} \quad (40)$$

程度となる。

同様に、タイプBの場合も計算できるが、この場合

$$i_n = \sqrt{2eB(I_{os} + 3I_{or}/2)} \quad (41)$$

であることに注意して、

$$\xi_{sm} = \left\{ \frac{\lambda hc B (4 + \sqrt{6})}{8\pi^2\eta P (5\sqrt{6} - 12)} \right\}^{1/2} \quad (42)$$

である。ただし

$$\begin{aligned} I_{os} &= (\lambda\eta eP/hc)(3 - \sqrt{6}) \\ I_{or} &= (\lambda\eta eP/hc)(\sqrt{6} - 2) \end{aligned} \quad (43)$$

の条件が必要である。式(39)と式(42)のパラメータが全部同一であるならば、タイプBの最小検出感度はタイプAのそれより1.8倍大きいと計算される。

図6はタイプAによるオシロスコープの写

図6. 出力波形の例

図7 正弦振動の出力スペクトル

真で、ビートの振幅が3種類の波形で変調されている。すなわち、鏡の振動モードが正弦波に限る必要のないことが示されている。図7は、正弦振動の場合、期待通り、中心のビート成分の両側にスペクトルが対称に現れることが示されている。この図は、強度が対数軸で表示されている。中心スペクトルと1つの側帯波スペクトルの比から、一定振動振幅 ξ_0 が求められる。その結果を、タイプAおよびタイプBについて、図8に示してある。

5. まとめ

本稿で紹介したダイナミックな微動振動計測

図8 印加電圧と変位量の関係

は、振動面に垂直な成分の変位に関する方法であったが、粗面の面内微動振動も2光束を粗面上で交叉させその散乱光の測定から振動のダイナミックな様子をを知ることができる。これについては、いわゆるレーザードプラー速度計として多くの研究がなされているが、原理的には、ここでのベタホモダインまたはヘテロダイン検出に依存している。

微小変動計測は、微小音圧を検出したいという要求から、音響学の分野で利用されているようである。干渉計測を利用している点を考えると、微小屈折率変動の計測も可能な訳で、この方面への応用計測も期待される。さらに、最近の光ファイバセンサー³⁹⁾と微小変動計測を組合せれば、高感度計測が期待できる。精密計測、精密制御等への積極的な利用を期待して、本講

のまとめとしたい。

付 録

音波の性質から、音波の伝搬媒体の誘電率は時間 t および空間座標 x の関数として周期的に変化する。

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \sin(\Omega t - Kx - \phi) \quad (\text{A} \cdot 1)$$

ここで、 ε_0 は平均誘電率、 ε_1 は ε_0 からの最大変動を表わす振幅、 Ω および K は進行音波の角周波数および波数、 ϕ は任意位相定数であるこの媒体に光が入射すると、光と音波の相互作用の結果、入射光波も時空間について周期的に変化すると考えて良い。この周期性を考慮すれば、 z 方向に伝搬する光の波動場は、フーリエ級数に展開できて、

$$E(x, z; t) = A \sum_{p=-\infty}^{+\infty} U_p(z) \exp[i\{(\omega + p\Omega)t - (kx \sin \theta - pKx) + kz \cos \theta\}] \quad (\text{A} \cdot 2)$$

と表現できる。ここで、 $U_p(z)$ は回折光のうちの p 成分の振幅の意味を持つ。 ω および k は入射光の角周波数と波数、 θ は図に示した入射角である。式 A・1 と A・2 を次の波動方程式に代入する。

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\varepsilon E)}{\partial t^2}, \quad (\text{A} \cdot 3)$$

c は真空中の光速である。 $U_p(z)$ の z に関する 2 階微分が無視できる程の滑かな $U_p(z)$ を考えれば、

$$\begin{aligned} \frac{dU_p(z)}{dz} + (k\varepsilon_1/4\varepsilon_0 \cos \theta) [U_{p-1}(z) \exp(i\phi) - U_{p+1}(z) \exp(-i\phi)] \\ = (ipK^2/2k \cos \theta) [p - (2k/K) \sin \theta] U_p(z) \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 4)$$

を得る。良く知られているように、Bragg 回折の条件は

$$\theta = \Theta = \sin^{-1}(K/2k) \quad (\text{A} \cdot 5)$$

で与えられ、この条件下では零次および 1 次回折光のみが表われる。式 A・4 で $p=0$ および、 $p=1$ とおくと、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_0(z)}{dz} - a U_1(z) \exp(-i\phi) &= 0 \\ \frac{dU_1(z)}{dz} + a U_0(z) \exp(i\phi) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 6)$$

なる連立微分方程式が得られる。ただし、

$$a = k\varepsilon_1/4\varepsilon_0 \cos \Theta \quad (\text{A} \cdot 7)$$

境界条件

$$\left. \begin{aligned} U_1(z=0) &= 0 \\ U_0(z=0) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 8)$$

を用いて、式 A・6 を解くと

$$\left. \begin{aligned} U_0(z) &= \sin(az) \exp[i(\pi + \phi)] \\ U_1(z) &= \cos(az) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 9)$$

したがって、音場の光の出射面 $z=L$ における光の電場は

零次光に対して、

$$E_0(x, L; t) = A(\cos v) \times \exp[i(\omega t - Kx/2 + kL \cos \Theta)] \quad (\text{A} \cdot 10)$$

1 次回折光に対して

$$E_{+1}(x, L; t) = A(\sin v) \times \exp[i\{(\omega + \Omega)t + Kx/2 + kL \cos \Theta + \pi + \phi\}] \quad (\text{A} \cdot 11)$$

で与えられる。ただし

$$v = aL = k\varepsilon_1 L / 4\varepsilon_0 \cos \Theta \quad (\text{A} \cdot 12)$$

参 考 文 献

- 1) C. C. Aleksoff: Appl. Optics **10** (1971) 1329.
- 2) R. L. Whitman and A. Korpel: Appl. Optics (1969) 1567.
- 3) R. Mezrich, D. Vilkomerson and K. Etzold: Appl. Optics **15** (1976) 1494.
- 4) D. Vilkomerson, R. Mezrich and K. Etzold: *Acoustical Holography*, Vol. 7, ed. by L. Kessler, (New York, Plenum, 1977) p. 87.
- 5) P. S. Green, A. Macovski and S. D. Ramsey: Appl. Phys. Lett. **16** (1970) 265.
- 6) G. Herziger and H. Lindner: Phys. Lett. **24** (1967) 684.
- 7) D. E. Bruins and C. W. Garland: Rev. Sci. Instrum. **45** (1975) 1167.
- 8) S. Terent'eff: *Coherent Optical Engineering*, ed. by F. T. Arecchi and V. Degiorgio, (North-Holland, 1977).
- 9) R. Foord, A. F. Harvey, E. R. Pike and J. M. Vaughan: J. Phys. D: Appl. Phys. **7** (1974) L36.
- 10) H. E. Sontag: Optics Commun. **18** (1976) 546.
- 11) V. A. Schmidt, S. Edelman, E. R. Smith and E. Jones: J. Acoust. Soc. Am. **33** (1961) 758, 748, 78.
- 12) P. Rabinowitz, S. Jacobs, R. Targ and G. Gould: Proc. IRE (Correspondence) **50** (1962) 2365.
- 13) W. R. C. Rowley: IEEE **IM-15** (1966) 146.
- 14) H. A. Deferrari and F. A. Andrews: J. Opt. Soc. Am. **39** (1966) 979.
- 15) H. A. Deferrari, R. A. Darby and F. A. Andrews: J. Acoust. Soc. Am. **42** (1967) 982.
- 16) S. M. Khanna, J. Tonndorf and W. W. Walcott: J. Acoust. Soc. Am. **44** (1968) 1555.
- 17) S. Sizgoric and A. A. Gundjian: Proc. IEEE **57** (1969) 1313.
- 18) C. R. Brown, G. R. Brown and D. H. Niblett: J. Phys. E: Sci. Instrum. **5** (1972) 966.
- 19) B. J. Pernick and M. Kesselman: Rev. Sci. Instrum. **43** (1972) 579.
- 20) B. J. Pernick: Appl. Optics **12** (1974) 39.
- 21) T. Kwaaitaal: Rev. Sci. Instrum. **45** (1974) 39.
- 22) W. M. J. Haessen and T. Kwaaitaal: Rev. Sci. Instrum. **47** (1976) 434.
- 23) R. A. Bruce and G. L. Fitzparick: Appl. Optics **14** (1975) 1621.
- 24) J. W. Foreman, Jr.: Appl. Optics **6** (1967) 821.
- 25) G. A. Massey: Proc. IEEE **56** (1968) 2157.
- 26) F. J. Eberhardt and F. A. Andrews: J. Acoust. Soc. Am. **48** (1970) 603.
- 27) Y. Ohtsuka: Optics Commun. **7** (1973) 244.
- 28) Y. Ohtsuka and I. Sasaki: Optics Commun. **10** (1974) 362.
- 29) S. Ueda, K. Shiota, T. Okada and J. Tsujiuchi: Optics Commun. **10** (1974) 88.
- 30) W. Pushert: Optics Commun. **10** (1974) 357.
- 31) Y. Ohtsuka and T. Ozawa: Jpn. J. Appl. Phys. Suppl. 14-1 (1975).
- 32) K. Tanaka and Y. Ohtsuka: J. Optics (Paris) **8** (1977) 37.
- 33) M. A. Nokes: Rev. Sci. Instrum. **49** (1978) 722.
- 34) R. A. Cookson and P. Bandyopadhyay: Opt. and Laser Technol. **10** (1978) 33.
- 35) F. J. Frodyma and F. A. Andrews: J. Acoust. Soc. Am. **52** (1972) 1.
- 35) Y. Ohtsuka and I. Sasaki: Optics Commun. **22** (1977) 211.
- 37) 佐々木, 大塚: 光学 **6** (1977) 149.
- 38) Y. Ohtsuka and K. Itoh: Appl. Optics **18** (1979) 219.
- 39) T. G. Giallorenzi: Opt. and Laser Technol. **13** (1981) 73.