レーザーオリジナル

レーザーヘテロダイン法による振動鏡のたわみ測定

末 元 好 郎*

(1984年9月6日 受理)

Measurement of Deflection of Vibrating Mirror by Laser Heterodyne Technique

Yoshiro SUEMOTO*

(Received September 6, 1984)

Measurement of deflection of vibrating mirrors by the laser heterodyne technique is described. The vibrating mirrors were driven by piezoelectric vibrators whose resonant frequencies were 16.5 and 11.6 kHz respectively. The laser heterodyne technique was used for a small vibration amplitude range (the deflection less than $0.13\mu\text{m}$). The results were compared with those results for a relatively large vibration amplitude range (the deflection about $1\mu\text{m}$ or less) which were measured by the laser interferometry method. It is shown that both results are consistent with each other and give information about the boundary conditions of the vibrating mirrors when compared with the theoretical deflection of a vibrating disk.

1. はじめに

反射鏡を piezo 素子で駆動するいわゆる振動鏡は、ファブリペロー干渉計の高速波長走査に用いられる^{1,2)}。この際反射鏡は振動のためたわみを受け、これが装置の性能を左右する。

たわみ量が多い場合、これを光波干渉法で測定することができる。そのたわみがファブリペロー干渉計の性能におよぼす影響についてはすでに報告した²⁾。装置の設計にはたわみの状況をつかむ必要がある。そのためには、測定結果を円板の振動の理論式と比較する必要がある。理論式は微小振動を仮定しているの、微小振

動におけるたわみ測定と比較することが望ましい。しかし従来微小振動の測定は困難であった。

本論文では、レーザーヘテロダイン法^{3,4)}を用いて微小振動たわみの測定を行った結果について報告する。この際、次の3項目を問題とした。

- (1) レーザーヘテロダイン法では、振幅の絶対値の校正が重要な問題である。そのため用いる校正法の妥当性を調べること。
- (2) レーザーヘテロダイン法には測定振幅に上限がある。より大きな振動振幅の領域では通常のレーザー干渉法を用いて測定し、それをレーザーヘテロダイン法による微小振動の測定結果と比較し、両測定結果が矛

* 鹿児島大学工学部工業物理講座 (〒890 鹿児島市郡元1-21-40)

* Applied Science Course, Faculty of Engineering, Kagoshima University (1-21-40, Korimoto, Kagoshima, 890)

盾していないことを確かめること。

- (3) 測定結果を円板の振動の理論式と比較し、振動鏡の振動円板としての境界条件を求め、たわみの定量値を確定し装置の設計の指針を得ること。

これらに関する実験方法、実験結果ならびに考察について以下述べる。

2. 実験方法

2.1 振動鏡

実験に用いた2種の振動鏡をFig. 1に示す。外径38mm、内径32mm、長さ113mm (a図)ならびに179mm (b図)の中空円筒形のチタン酸バリウム振動子(共振周波数16.5kHzならびに11.6kHz)に、オプティカル・フラット(厚さ9mm、直径45mm)をアラルダイトで接着したものである。円筒形振動子の内側と外側に電極が焼付けされており、それに電力増幅器により駆動振動電圧を加える。それにより、厚み振動が起り、円筒の半径方向に少し伸縮振動する。しかし振動子は長いので軸方向に大きく伸縮振動する。したがってオプティカルフラットはその表面に垂直方向に振動する。

オプティカル・フラットは、それを接着してある周辺部は振動子の振動に従うが、その中心部は慣性力のため周辺部より大きく振動する。すなわちオプティカル・フラットは周辺支持の振動円板のようなたわみを受ける。レーザービームを当て、その反射光を用いてこのたわみを

Fig. 1 Vibrating mirrors attached to cylindrical piezoelectric vibrators (BaTiO_3 ceramics). Resonant frequencies of these vibrators are (a) 16.5 kHz and (b) 11.6 kHz, respectively.

測定するため、オプティカル・フラットはその表面をAl蒸着し鏡面にしてある。

2.2 レーザーヘテロダイン法

2.2.1 原理

レーザーヘテロダイン法は、振動物体にレーザー光を当て、反射光の受ける位相変調度を検出して、振動を測定しようというものである。

いま、振動物体の変位を時間 t の関数 $x(t)$ で表わす。周波数 f_0 のレーザー光を $E_s \exp j(2\pi f_0 t)$ と表わすと、垂直入射の場合にはこれが振動物体に当たり反射した光(以下信号光と呼ぶ)の振幅 E_1 は

$$E_1 = E_s \exp j \left[2\pi f_0 t + \frac{4\pi}{\lambda} x(t) \right] \quad (1)$$

と表わせる。ここに λ はレーザー光の波長、 E_s は定数である。このように反射波は $x(t)$ に比例する位相変調を受けている。

反射光の位相変調度を検出するために、これに周波数偏移を受けた参照波を重ね、光電検知器で受光し混合する。周波数偏移 f_a を受けた参照光の振幅 E_2 を

$$E_2 = E_r \exp [2\pi(f_0 + f_a)t + \theta] \quad (2)$$

と表わせば (E_r , θ は定数), 光電検知器の出力 I' は(1), (2)式を用いて

$$\begin{aligned} I' &= K |E_1 + E_2|^2 \\ &= K \left\{ |E_s|^2 + |E_r|^2 + 2E_s E_r \times \right. \\ &\quad \left. \cos \left[2\pi f_a t - \frac{4\pi}{\lambda} x(t) + \theta \right] \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

となる。ここで K は光電変換の効率である。この式で、交流成分にだけ振動の情報が入っているので、これを I として

$$I = 2KE_s E_r \cos \left[2\pi f_a t - \frac{4\pi}{\lambda} x(t) + \theta \right] \quad (4)$$

がヘテロダイン信号として得られる。この信号を位相復調すれば $x(t)$ が得られる。

なお(4)式を(1)式と比べると、搬送周波数が変わっているのに符号は別として $(4\pi/\lambda)x(t)$ の

値がそのまま位相項に入ってきている。つまり振動による位相変調度が保存されている。

実際には、光電検知器の交流出力はこれを増幅する必要がある。そのため、信号電圧に局部発振器の電圧を混合して、電氣的なヘテロダインを行い周波数をさらに変えるが、 $(4\pi/\lambda)x(t)$ という位相項はやはり保存される。

2.2.2 測定系

実験に用いたレーザーヘテロダイン法による振動鏡のたわみ測定系をFig. 2に示す。振動子は、その重心付近をゴムで支持し移動台の上に乗せた。移動台の移動にともなう振動鏡表面の光入射位置が変わり、表面の各点の振動を測定できるようにした。これによって、表面の振動分布が測定でき、従って振動鏡のたわみが測定できる。

出力 5 mW, 波長 632.8nm の He-Ne レーザーの光は凹レンズと凸レンズの組合せ光学系に入る。この光学系は、レーザービームを集束して振動鏡表面に焦点を合わせるためのものである。

Fig. 2 Laser heterodyne system for measurement of deflection of vibrating mirror. PLL is an abbreviated expression for a phase locked loop.

これを通過したレーザー光は、10.1MHzの水晶

で駆動される超音波セル（媒質は水）を通り、ラマン・ナスの回折をする。

+1次の回折光は、半透鏡を通過後振動鏡表面に当り、その反射光（信号光）は半透鏡で反射し光電検知器に入る。一方-1次光は参照面で反射後、半透鏡を通過し、信号光と光電検知器上で混合される。このようにしてヘテロダイン信号が得られる。

±1次光は、レーザーの周波数より±10.1MHz周波数が偏移しているから、ビート信号の周波数は20.2MHzとなる。このように±1次光を用いることによって、ビート信号の増幅に際して超音波セル駆動の高周波電力増幅器の10.1MHzの妨害誘導の影響を軽減することができた。

光電検知器には応答の速いPINフォトダイオードを用いた。増幅部は、増幅度27dBの前置増幅器、22MHzの局部発振器をもつ周波数変換器（1.8MHzに変換される）、増幅度50dBの中間周波数増幅器よりなっている。

増幅後の信号はPLL(Phase locked loop)に入り、この出力をオシロスコープに表示する。PLLはさらに積分器を通してはじめて位相復調器となり、被測定振動物体の変位がオシロスコープ上に表示される。しかし、振動鏡の振動は正弦波振動なので、以下の校正法で述べるように、積分器を省いても振動振幅の絶対値が得られる。なお振動の振幅が小さく高周波の場合は、積分器を付加しない方が感度が高い。

2.2.3 校正法⁵⁾

周波数 f_v 、振幅 A の正弦波動の場合、変位は $x(t) = A \cos 2\pi f_v t$ であるから、ヘテロダイン信号は、(4)式より

$$I = 2KE_s E_r \cos \left[2\pi f_a t - \frac{4\pi A}{\lambda} \times \cos 2\pi f_v t + \theta \right] \quad (5)$$

となる。

この信号と同じ位相変調を受けたいわゆるシミュレート信号をVCO(電圧制御発振器 voltage controlled oscillator)で発生する。VCOは瞬

間周波数を入力電圧で変調する発振器である。VCOにおいて、中心周波数 f_a 、変調周波数 f_v ならびに最大周波数偏移 Δf を設定すると、VCOは(5)式と同じシミュレート信号を発生する。この場合、設定した Δf 、 f_v と(5)式のヘテロダイン信号の位相変調度 $4\pi A/\lambda$ とは

$$\frac{\Delta f}{f_v} = \frac{4\pi A}{\lambda} \quad (6)$$

の関係をもつ。このシミュレート信号をPLLに入れ、その出力電圧と振幅 A の関係をプロットすれば校正曲線が得られる。

2.3 レーザー干渉法

振動振幅の大きな場合のたわみは、通常のレーザー干渉法で測定したので、その原理について述べる。

Fig. 2で超音波回折セルを除き、参照波の周波数偏移を行わないと、光電検知器上に干渉縞ができる。振動鏡が $\lambda/2$ 変位するとこの干渉縞が1 fringe 動くので、光電検知器(受光面積 $0.5 \times 0.5 \text{ mm}^2$)の出力は、Fig. 3(a)に示すようなシンクロスコープ上の波形になる。このピークの数数を数えればおおよその振動振幅がわか

るが、精度をあげるため次のような測定方法をとった。

反射光の変位 $x(t)$ を 鏡

$$x(t) = A \sin 2\pi f t \quad (7)$$

と表わすと、Fig. 3(a)の波形を解析して得られるはずの振動波形 $x(t)$ をFig. 3(b)に示すと、その $t=0$ での接線の勾配は $2\pi f A$ だから、振動振幅が波長より大きい時には近似的に次の関係が得られる。

$$\frac{\lambda/2}{\Delta t} = 2\pi f A \quad (8)$$

ここで Δt はシンクロスコープに表示される波形の中心付近の周期である。(8)式より Δt と振動振幅 A の間には

$$\frac{(1/\Delta t)}{f} = \frac{4\pi A}{\lambda} \quad (9)$$

の関係があることがわかる。従って、 Δt を測定して A を求めることができる。

レーザー干渉法では振動振幅が小さくなると(8)式の近似がわるくなり測定困難となる。

3. 実験結果

3.1 校正曲線

2.2.3 で述べた校正法で得られた校正曲線をFig. 4に示す。横軸は振動振幅を、縦軸はPLLの出力電圧をプロットしたものである。校正曲線は振動周波数で異った勾配の直線になり、周波数が高い方が勾配が大きい。なお積分器をPLLに付加すると周波数に無関係に1本の校正曲線になる。この校正曲線によって、PLLの出力電圧を測定して振動振幅が得られる。

Fig. 4の校正曲線において、振動振幅が大きくなるとPLLの出力が飽和するが、このレベルはPLL回路の最大出力できる。一方振動振幅 $0.13 \mu\text{m}$ 付近にLimitと記してあるのは測定できる振動振幅の上限である。これはヘテロダイン信号を増幅するための増幅器のバンド幅できる。位相変調の場合振動振幅が大きく

Fig. 3 Principle of vibration measurement by laser interferometry. (a) Photo detector output displayed on the oscilloscope. (b) Mirror displacement to be obtained from analyzing (a). Δt corresponds to displacement $\lambda/2$ of vibrating mirror.

Fig. 4 Calibration curve for laser heterodyne vibration measurement. f is vibration frequency and "Limit" denotes upper limit of measurable vibration amplitude.

Fig. 6 Deflection of vibrating mirror measured by laser interferometry. (a) and (b) are figures for the vibrating mirrors whose vibration frequencies are 16.5kHz and 11.6kHz, respectively.

Fig. 5 Deflection of vibrating mirror measured by laser heterodyne method. (a) and (b) are the figures for the vibrating mirrors whose vibration frequencies are, 16.5kHz and 11.6kHz, respectively.

なると周波数スペクトルが広がり増幅器のバンド幅を越え、増幅後の出力波形が歪んでくるからである。なお振動振幅以外に振動周波数もこの Limit の位置に関係し、振動周波数が低いともっと大きな振幅まで出力波形が歪まず測定できる。

結局測定できる振動振幅はこの Limit 以下であるが、この部分を細かく測定しプロットしても直線上にのる。

3.2 振動鏡のたわみの測定結果

レーザーヘテロダイン法により、振動鏡面上の半径方向の各点の振動振幅を測定した結果を Fig. 5 に示す。振動子の振動電圧（電圧の振幅値 $V = 0.1 \sim 0.6$ V）をパラメーターにとってある。曲線は中心より半径方向への距離と振動振幅の関係を示すが、この形がそのまま振動鏡のたわみ形状を示している。このことは、各点の振動の位相が一致している時にいえることであるが、励振電圧波形に対する出力波形の位相や面全体の干渉模様²⁾により各点の位相は一致していると考えられる。たわみの範囲は $0.13 \mu\text{m}$ 以下で、微小な振幅範囲である。

周波数の高い振動鏡の方がたわみが大きくなっている。これは周波数が高い方が振動鏡がもどるとき慣性力が大きく、たわみも大きくなるからと考えられる。詳しくは、後の 4. 考察のところ述べる。

次に通常のレーザー干渉法で測定した結果を Fig. 6 に示す。駆動電圧 V は $1.5 \sim 4.5$ V と大きくなり、振動振幅も最大 $1.0 \mu\text{m}$ 近くになる。これはヘテロダイン法での測定振幅上限より 1 桁近く大きな値である。なお振動振幅が $0.25 \mu\text{m}$ 以下では、前述のように測定精度が急に落ち、測定は困難である。

Fig. 7 Vibration amplitude at the center of the mirror as a function of drive voltage for the vibrator. Experimental values denoted by square (□) and circle (○) were measured by laser heterodyne method and laser interferometry, respectively. (a) and (b) are figures for the vibrating mirrors whose vibration frequencies are 16.5kHz and 11.6kHz, respectively.

半径方向への距離と振動振幅の関係を示すこれらの曲線は、振幅の大きな場合のたわみを示すが、これをたわみの小さい場合 (Fig. 5) と比較してみると、周波数とたわみとの関係、たわみの形状ともに定性的に同じであることがわかる。定量的には 4. 考察の所で述べる。

次に、レーザーヘテロダイン法による測定結果とレーザー干渉法による測定結果を比較する。振動子の駆動電圧を変え、振動鏡の中心の振動振幅を両測定法で測定しプロットした結果を Fig. 7 に示す。両測定法の測定可能な振動振幅範囲が異なるが、駆動電圧に対して同一直線上にのっている (振動子の共振周波数 16.5kHz と 11.6kHz どちらの場合も)。

これにより駆動電圧と振動振幅したがってたわみ量が比例していることがわかる。またこの 2 種の測定法による測定結果が直線上にのことは、両測定結果が矛盾しないことを示すと同時にレーザーヘテロダインの校正法の妥当性も示している。

4. 考察

4.1 円板の振動の理論式

2.1 で述べたように、振動鏡はオプティカルフラットが振動子の端面に接着されたもので構成されている。したがって、円板が周辺を支持され、その支持部の振動により円板が振動するとして取扱えばよい。

いま、周辺を支持してある円板の振動を考える。その支持部が角周波数 ω 、振幅 a_0 で振動している場合、支持部の変位は、 $a_0 e^{j\omega t}$ で表される。それにとまう円板の表面の変位 $x(r)$ は半径方向の距離 r の関数として、次式で与えられる⁶⁾。

$$x(r) = a_0 \{ \alpha J_0(kr) + \beta I_0(kr) \} e^{j\omega t}$$

$$\text{ただし } k^4 = \frac{12\rho(1-\sigma^2)}{Ed^2} \omega^2 \quad (10)$$

d : 円板の厚さ

ω : 角振動数

σ : ポアソン比

ρ : 密度

E : ヤング率

この式で $e^{j\omega t}$ を除いた項を $a(r)$ とするとこれが振動振幅を示しており、3.2 の実験結果のたわみを示す曲線に相当する式である。なお、 α, β は円板の支持部での境界条件で決まる定数である。

(10)式を用いて理論的なたわみを求める。円板の材質がクラウンガラスなので $E = 7.13 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ 、 $\sigma = 0.22$ 、 $\rho = 3.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $d = 9 \times 10^{-3} \text{ m}$ とすると、振動子周波数 16.5kHz の場合 $k = 0.894 \text{ cm}^{-1}$ 、11.6kHz の場合 $k = 0.749 \text{ cm}^{-1}$ となる。オプティカル・フラットは振動子の端面に接着されているので、境界条件として $da(r_0)/dr = 0$ 、 $a(r_0) = a_0$ ($r_0 = 2.2 \text{ cm}$) とすると、振動振幅 $a(r)$ すなわちたわみは 16.5kHz の場合

$$a(r) = a_0 \{ 0.933 J_0(0.894r) + 0.347 \times I_0(0.894r) \} \quad (11)$$

Fig. 8 (a) and (b) are theoretical deflection curves of the vibrating mirrors. (c) and (d) are experimental deflection curves obtained from Fig. 9. T.L. denotes the tangential line at $r = 2.2$ cm.

Fig. 9 Curve fitting for the experimental values. (a), (b), (c) and (d) correspond to Fig. 5 (a), Fig. 5 (b), Fig. 6 (a) and Fig. 6 (b), respectively.

11.6 kHz の場合

$$a(r) = a_0 \{ 0.736 J_0(0.749r) + 0.379 \times I_0(0.749r) \} \quad (12)$$

となる。ここで r の単位は cm である。

(11) (12) 式の $a(r)$ を計算した曲線を Fig. 8 (a) (b) に示す。これにより振動の周波数が高い方のたわみが大きくなる様子が分る。

4.2 実験値と理論式の比較

実験値と理論式の比較を定量的に行うため、curve fitting の手法を用いた。すなわち、(10) 式によりたわみの理論曲線をえがき、3.2 で述べた Fig. 5, Fig. 6 のたわみの実験値との差の絶対値の総和が最も小さくなるようにする。この場合選ぶべきパラメーターは α, β である。その結果 16.5 kHz の場合

$$a(r) = a_0 \{ 1.05 J_0(0.894r) + 0.337 \times I_0(0.894r) \} \quad (13)$$

11.6 kHz の場合

$$a(r) = a_0 \{ 0.818 J_0(0.749r) + 0.363 \times I_0(0.749r) \} \quad (14)$$

が最も実験値によく fit する式であることが分った。

(13), (14) 式の curve と実験値との fitting の様子を Fig. 9 (a), (b), (c), (d) に示す。端付近での fitting が少しよくないように見えるが平均的には上式でよく fitting している。

理論的な境界条件より得られた (11), (12) 式 (Fig. 8 (a), (b)) と比べるため、実験値より得られた (13), (14) 式を Fig. 8 (c), (d) に示す。これを見ると実験で得られたたわみは少し大きいことが分る。

実験値と理論式の相違をみるため、(13), (14) 式の $r = r_0 (= 2.2 \text{ cm})$ での微係数を計算すると、16.5 kHz では $da(r_0)/dr = -0.076a_0$ 、11.6 kHz では $da(r_0)/dr = -0.048a_0$ となり、これを $r = r_0$ での接線として Fig. 8 に示す。これにより実験値のたわみが少し大きいのは境界条件が完全に固定端 $[da(r_0)/dr = 0]$ でないことの相違によることが分る。

5. おわりに

振動鏡の振動状態を実験的ならびに理論的に確定でき、振動鏡を組込んだ装置の設計の指針が得られた。

またこの種振動たわみの測定には、微小な振幅域 (たわみ $0.13 \mu\text{m}$ 以下) ではレーザーヘテロダイン法を用い、大きな振幅域 (たわみ $0.3 \sim 1 \mu\text{m}$) では干渉法を適宜用いるとよ

いことが分った。

最後に実験にご協力を得た永福裕二君，笹田修平君，肥後勉君に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) J. Cooper and J. R. Greig: J. Sci. Instrum. **40** (1963) 433.
- 2) 末元，大西，藤田：応用物理 **37** (1968) 1014
- 3) F. J. Eberhardt and F. A. Andrew: J. Acoust. Soc. Am. **48** (1970) 603.
- 4) B. C. Hill, E. D. Schubert, M. A. Nokes and R. P. Michelson: Science **196** (1977) 426.
- 5) 末元：レーザー研究 **11** (1983) 138.
- 6) 早坂，吉川：音響振動論（丸善，1974）p. 434.