レーザー解説

レーザーの周波数制御と評価

秋 元 義 明*

(1986年10月13日 受理)

Laser Frequency Control Technique and Evaluation

Yoshiaki AKIMOTO*

(Received October 13, 1986)

1. まえがき

レーザーが出現してまもなく Rowley¹⁾によって最初にレーザー周波数の安定化が試みられて以来、いろいろな方法で周波数安定化の研究が進められてきた。この間、レーザー分光のための周波数掃引及び安定化レーザー評価のためのオフセットロックなどレーザー周波数制御技術の研究も進められた。そして、中心周波数変動の少ない原子や分子スペクトルが基準周波数として提案され、スペクトルの狭帯域化の研究が進歩し、気体レーザーに限らず色素レーザー及び半導体レーザーの安定化の研究成果として、高い安定度と優れた再現性が得られるようになってきている。

最近の周波数制御技術の研究は、波長・光周波数標準としての周波数安定化レーザーの開発は勿論のこと、超LSIなどの製造現場でも使用可能で実用的な精度の高い安定化レーザーあるいは光ヘテロダイン通信の基礎技術の開発が要請されている。これらのことをふまえ、本稿は

制御技術の立場からレーザー周波数の制御について気体レーザーを中心に概観する。

2. レーザー周波数の評価方法

周波数安定化レーザーは、安定化レーザーの研究が開始された当時からいろいろな方法で評価されていた。本稿では、安定化レーザーを安定度及び再現性を評価するので、この解説の執筆を機会に日本工業規格に記載されている用語を含め、安定化レーザーの性能評価の方法について紹介する。

2.1 周波数安定度の推定²⁾

自走状態のレーザー周波数変動は速くまた、安定化されたレーザーでも使用目的によっては広い周波数領域あるいは時間領域での評価が要求されることがある。このような理由により周波数安定度は、アラン分散とパワースペクトル密度で評価されることが多い。

2.1.1 アラン分散

* 計量研究所 (〒305 茨城県新治郡桜村梅園1-1-4)

* National Research Laboratory of Metrology (1-4, Umezono-1 Chome, Sakura-Mura, Niihari-Gun Ibaraki, 305.)

アラン分散は、1971年にIEEEの周波数安定度に関する小委員会が時間領域の周波数安定度の尺度として定義された。レーザーの周波数安定度は、2台のレーザーから得られるビート周波数変動を基にして推定するのが一般的である。発振周波数で規格化された τ 秒平均の k 番目の周波数変動 $\bar{y}(k)$ は、

$$\bar{y}(k) = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k + \tau} y(t) dt \quad (1)$$

で与えられ、アラン分散は次式であたえられる；

$$\sigma^2(2, \tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^{N-1} \frac{|\bar{y}(k+1) - \bar{y}(k)|^2}{2} \quad (2)$$

ただし、 N はデータ個数を表わす。アラン分散は、式(1)で与えられる $\bar{y}(k)$ を不感帯なしで計測することが条件付けられているため、平均時間が短い領域においてデータ収集が比較的困難であり $\tau > 0.1 \text{ ms} \sim 1 \text{ ms}$ の時間領域、すなわち長期安定度の推定に用いられている。

2.1.2. パワースペクトル密度

パワースペクトル密度は、周波数領域の安定度評価の尺度として定義されている。周波数変動の時系列 $\{\bar{y}(k); k=1, 2, \dots, N\}$ が定常時系列であるとき、 $\bar{y}(k)$ の自己共分散関数は次式で与えられる；

$$R_y(l) = \langle \bar{y}(k) \bar{y}(k+l) \rangle. \quad (3)$$

ここに l はラグ時間を表わす。周波数領域での周波数安定度の尺度は、 $R_y(l)$ をフーリエ変換することにより導かれるパワースペクトル密度であり次式で与えられる；

$$S_y(f) = 4 \int_0^{\infty} R_y(l) \cos(2\pi f l) dl. \quad (4)$$

ただし、 f はフーリエ周波数を表わす。式(4)は、片側パワースペクトル密度とよばれ、実験と結びつけることが容易であるために短期安定度推定に多く用いられる。

パワースペクトル密度は、次式によってアラン分散に変換できる；

$$\sigma^2(2, \tau) = 2 \int_0^{\infty} S_y(f) \frac{\sin^4 \pi f \tau}{(\pi f \tau)^2} df. \quad (5)$$

このような理由により、パワースペクトル密度は、数学的にはアラン分散より上位に置かれている。

2.2 安定化レーザーの精度評価³⁾

安定化レーザーの精度は、独立に安定化された2台の安定化レーザーのビート信号を基に、繰返し性及び再現性で評価される。繰返し性は、同一の安定化レーザーを、同じ条件で比較的短い時間に繰返し動作させた場合、個々の測定値が一致する度合を表わす。また、再現性は、同一の方法で同一の安定化レーザー装置を測定者、装置、測定場所、測定時間のすべて、又はいずれが異なった条件で測定した場合、個々の測定値が一致する度合を表わす。

2.3 雑音の推定⁴⁾

周波数安定度は2台の安定化レーザーのビート周波数変動から推定されるため、安定化レーザー個々の動作状態を把握することは困難である。また、レーザー周波数は、いろいろな雑音によって変動することが知られているが、雑音と周波数変動の関係を定量的に推定することは比較的困難である。筆者はFig. 1に示す線形システムを仮定し、寄与率を推定することによりこれらの問題解決を試みた。

寄与率は、入力信号に $x(t)$ と雑音 $n(t)$ を仮定し、 $x(t)$ に対しコヒーレントに変化する出力信号 $z(t)$ と、観測者が直接観測可能な出力信号 $y(t)$ の二乗平均の比で与えられる；

$$\beta = \frac{\bar{z}^2(t)}{\bar{y}^2(t)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_{xx}(f)} df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{yy}(f) df} \quad (6)$$

Fig.1 A model for power contribution estimation.

Fig. 2 Laser frequency control techniques.
A: Frequency stabilization, B: Frequency offset-locking C: Frequency Scanning

Fig. 3 System model for a laser frequency stabilization.

ここに、 $S_{xx}(f)$ 、 $S_{yy}(f)$ はそれぞれ入力信号 $x(t)$ のパワースペクトル密度、可観測信号 $y(t)$ のパワースペクトル密度を、また $S_{xy}(f)$ は $x(t)$ 、 $y(t)$ 間の相互スペクトル密度を表わす。したがって安定化レーザー個々の動作状態は2台の安定化レーザーの制御偏差とビート信号から推定され、雑音の依存性は各種センサーで雑音を計測し推定すればよい。

3. レーザー周波数の制御理論

周波数制御技術は、Fig. 2 に示すように安定化技術と周波数掃引技術及び周波数オフセットロック技術に大別される。周波数安定化技術は特定の周波数基準にレーザー周波数を負帰還制御するものである。また、周波数オフセットロック技術は、周波数安定化レーザーの性能を変えずに、他のレーザー発振周波数に任意の周波数を加算し負帰還制御した安定化レーザーであり、周波数安定化と周波数掃引の双方の技術を併用したものと見える。これに対し周波数掃引技術は、レーザー周波数を正確にかつ高速掃引する技術であり、高速・高分解能分光の分野で発達している。本節では、上記の3方式に共

通なレーザー周波数の制御理論について紹介する。

制御理論では周波数安定化レーザーは、定値制御に分類され基準要素、検出要素、制御装置及び制御対象で構成され、基本的な制御モデルはFig. 3で示される。基準要素は安定化レーザーの周波数基準 ν_r を与え、検出要素 $G_d(s)$ は基準要素の周波数弁別特性を検出し周波数弁別感度を決定する。また制御装置 $G_c(s)$ は、制御ループの利得及びフィルタ特性を与え、制御対象 $G_l(s)$ はレーザー自身である。振幅雑音 n は、放電管から発生されるホワイト雑音系の放電雑音と電流雑音、光検出器からのショット雑音及びエレクトロニクス雑音などである。一方、周波数変動 ν_d としては、共振器内の平均屈折率に影響を及ぼす放電雑音、温度や気圧などの大気の状態変化及び地面振動、機械・音響的振動が挙げられる。

周波数偏差 ν_e と制御偏差 ν_e は、それぞれ次式で与えられる；

$$\nu_e = \nu_r - \nu_o, \quad (7)$$

$$\nu_e = G_d(s) G_c(s) \nu_e + n. \quad (8)$$

また、 ν_d を含めるとレーザー周波数は

$$\nu_o = G_l(s) \nu_e + \nu_d. \quad (9)$$

で与えられるから、 ν_o は式(7)~(9)から導かれ、

$$\begin{aligned} \nu_o &= \frac{G_d(s) G_c(s) G_l(s)}{1 + G_d(s) G_c(s) G_l(s)} \nu_r \\ &+ \frac{G_l(s)}{1 + G_d(s) G_c(s) G_l(s)} n \\ &+ \frac{1}{1 + G_d(s) G_c(s) G_l(s)} \nu_d \end{aligned} \quad (10)$$

で表わされる。一般に制御ループの総利得は、 $1 \ll G_d(s) G_c(s) G_l(s)$ のように設計されるので、 ν_o は近似的に次式になる；

$$\nu_o = \nu_r + \frac{n}{G_d(s) G_c(s)} + \frac{\nu_d}{G_d(s) G_c(s) G_l(s)} \quad (11)$$

上式から明らかなように、 ν_r の周波数変動は制御されることなく安定化レーザーの周波数変動として出力され、制御システムから発生する振幅雑音 n は $1 / G_a(s) G_c(s)$ に、また ν_d は前向き伝達関数の利得の 1 に制御される。

4. 周波数安定化レーザー

レーザー周波数の安定化の周波数基準要素には、原子・分子のスペクトルあるいはファブリー・ペロー干渉計の透過スペクトルが用いられる。

4.1 制御対象

安定化レーザーの制御対象は、レーザー装置それ自身である。レーザー周波数の変動は、短期安定度と長期安定度に区別して取り扱われることが多い。レーザーの発振スペクトル線幅はレーザーの周波数ゆらぎに支配されるので、レーザー周波数の短期安定度に強く影響を与える。周波数変動が自然放光の雑音に支配される時レーザーのスペクトル線の形は、Lorentz形になり Modified Schawlow-Townes の式⁵⁾で与えられる；

$$\Delta \Gamma = \frac{h\nu}{8\pi P_0} \left(\frac{c}{nL} \right)^2 \left(\epsilon L + \ln \frac{1}{R} \right) \left(\ln \frac{1}{R} \right) \times \eta (1 + \beta^2) \quad (12)$$

ここに、 P_0 はレーザーの出力強度、 h はプランク定数、 ν はレーザー周波数、 n はレーザー媒質の平均屈折率、 L は共振器長、 c は光速、 ϵ は共振器内部の平均屈折率、 R はレーザー反射鏡の反射率、 η は自然放光係数、そして β はキャリア密度変動に伴う半導体レーザー媒質の複素屈折率の実数部と虚数部の比である。

気体レーザーの究極的な周波数変動は、自然放光が支配的になるため $\beta = 0$ であり、スペクトルと線幅は、可視及び赤外域の He-Ne レーザーでは 10 mHz 程度と推定される。しかし、スペクトルの線幅は、レーザー共振器のスペーサに使用する材料の熱振動に基づき次式で与え

られるようにさらに広がる⁶⁾；

$$\Delta \Gamma = \left(\frac{2kT}{YV} \right)^{1/2} \quad (13)$$

ここに、 Y はスペーサ材料のヤング率、 V はスペーサの体積、 k はボルツマン定数及び T は温度を表わす。よって、気体レーザーのスペクトル線は、熱雑音に基づき数 Hz 広げられる。また、3 節に述べたいろいろな雑音によって、スペクトル線幅は広がった状態で観測される。したがって、気体レーザーのスペクトル狭帯域化は、レーザー装置に防振対策を施し、さらに低雑音管を使用するのが一般的である。

一方、レーザー共振器は、熱膨脹により伸縮するため $10^{-6} \nu / K$ 程度変化する。したがって、自走状態で長期安定度の優れたレーザーを製作するには、共振器のスペーサに熱膨脹係数の小さいインバー ($\alpha = 1 \times 10^{-6} K^{-1}$) や、石英 ($\alpha = 0.4 \times 10^{-6} K^{-1}$) あるいはネオセラムなどの特殊なガラス ($\alpha = 10^{-7} \sim 10^{-8}$) などが用いられる。たとえば、溶融石英で製作された内部鏡型の 633 nm He-Ne レーザーを 0.01 °C に安定化した容器に納めることにより、 $\sigma(1s) = 4.2 \times 10^{-11}$ の周波数安定度を得ることも可能である。また、このレーザーの波長変動は、5 年間にわたって測定され $4.1 \times 10^{-8} \sim 1.1 \times 10^{-6}$ の報告がある⁷⁾。

4.2 基準要素

基準要素は安定化レーザーを設計する上で最も重要であり、その性能は安定化レーザーの繰返し性と再現性に強く影響を与える。したがって、基準要素は、装置の動作状態あるいは装置を設置する環境を把握し使用目的に合せ選ばれる。これは、式(11)から明らかなように基準要素の周波数変動は、安定化レーザーの周波数変動としてそのまま出力されるからである。安定化レーザーは、基準要素の中心周波数の変化の性能によって分類されることが多く、中心周波数変化の比較的大きい基準要素を使用した安定化レーザーを簡易安定化レーザー、これに対し基準要素の中心周波数変化が小さい安定化レーザ

Table I Laser frequency stabilization methods as practical system.

* : Stability estimation using Allan variance.

基 準 要 素	レーザ	波長 (μm)	安 定 度	安 定 化 の 方 法	文献	
	出力 特性	He-He	0.633	2×10^{-8}	レーザの出力特性の最大点に安定化。	(1)
レ ー ザ ー の 諸 特 性	ラムくぼみ	He-Ne	1.15	$\pm 6 \times 10^{-10}$	比較的強い励起状態で不均一幅の中央に現われる不均一幅のくぼみ (ラムくぼみ) の中心に安定化。	(8)
	分散 特性	He-Ne	3.39	$10^{-9}/h$	利得変調を行うことにより周波数弁別特性を得ることができるため無変調安定化が実現できる。	(9)
	縦ゼーマン スペクトル	He-He	0.633	2.5×10^{-11}	直線偏光と円偏光を分離して安定化する。	(10)
	横ゼーマン スペクトル	He-He	0.633	$3 \times 10^{-10}*$	縦モードの縮退を解きそのビート信号を利用。	(11)
	2 モード	He-He	0.633	$4 \times 10^{-11}*$	2 モードの強度が等しくなるように安定化。	(12)
外 部 基 準	Neの発光 スペクトル	He-He	0.633	1×10^{-9}	軸方向に磁界をかけゼーマン効果により遷移線を分離しその中心に安定化。	(13)
	光ガルパノ スペクトル	CO ₂	10.6	2×10^{-11}	光電場の照射により変化する放電インピーダンス変化を制御信号にして安定化。	(14)
	ファブリー・ ペロー干渉計	Nd: YAG		3×10^{-9}	温度制御されたエタロンの透過特性に安定化。	(15)
		HF	2.6— 2.9	2×10^{-10}	CH ₄ 安定化He-Neレーザに制御されたエタロンの透過特性に安定化。	(16)
		AlGaAs	0.83	$7 \times 10^{-10}/m$	透過特性の肩を周波数弁別器として安定化。	(17)
AlGaAs		0.82	2×10^{-11}	安定化 He-Ne レーザに制御されたエタロンの透過特性に安定化。	(18)	

ーを高精度安定化レーザーとよぶ。

簡易安定化レーザーの基準要素、安定度及び制御方法を Table I に示す。基準要素は、レーザーの諸特性、原子の発光スペクトルあるいはファブリー・ペロー干渉計の透過スペクトルなどである。しかし、レーザーの出力特性の中心は、励起電流、気体の封入圧力、レーザー媒質の種類によって変化する。また、発光スペクトルの中心周波数変動についても同様なことがいえる。一方、ファブリー・ペロー干渉計の透過スペクトルの中心周波数は、周囲の温度変化に強く影響される。このような理由により、簡易安定化レーザーに優れた繰返し性と再現性を望むことは難しい。

これに対し、高精度安定化レーザーの基準要素には、Table II に示すように分子の吸収スペクトルが用いられる。同表にはこれまでに得ら

れた周波数安定度と再現性を付記した。これらの分子の吸収スペクトルは、中心周波数が周囲温度は勿論のこと、電場や磁場の変動に対し強く影響されにくく再現性が優れていることが分かる。この他に、まだ精密な評価には至っていないが、より精度の優れた安定化レーザーの実現を目指し、飽和分散³⁶⁾、偏光分光³⁷⁾あるいは内部共振器形偏光分光法³⁶⁾などによって得られスペクトルを基準要素とした安定化レーザーの研究が進められている。

4.3 検出要素

安定化レーザーの検出要素は、レーザーの周波数変動を振幅変動に変換する光周波数弁別器であり、その感度は安定化レーザーの安定度を左右する。たとえば、中心周波数 ν_0 の飽和吸収スペクトル線を基準要素に選ぶと、そのスペク

Table II Laser frequency stabilization methods as precise system.
*: Stability estimation using Allan variance.

基準要素	分 子	レ ー ザ ー	波長 (μm)	安 定 度	再 現 性	文 献
線形吸収 スペクトル	CH ₄	He-Ne	3.39	0.25 kHz/M	—————	(19)
		PbSnTe	7.7	4.3×10 ⁻¹¹	—————	(20)
	H ₂	AlGaAs	0.824	1.1×10 ⁻¹¹	—————	(21)
	HF	InGaSaP	1.28	7.9×10 ⁻¹¹	—————	(22)
	NH ₃	InGaAsP	1.50	4.5×10 ⁻¹¹	—————	(23)
	⁸⁵ Rb-D ₂	AlGaAs	0.780	1.4×10 ⁻¹²	—————	(24)
飽和吸収 スペクトル	Cs-D ₂	AlGaAs	0.852	9×10 ⁻¹²	—————	(25)
	H ₂ CO	He-Xe	3.5	1.2×10 ⁻¹⁴	—————	(26)
			0.612	2.5×10 ⁻¹³ *	~10 ⁻¹¹	(27)
	I ₂	He-Ne	0.633	3×10 ⁻¹³ *	4×10 ⁻¹¹	(28)
			0.640	1.5×10 ⁻¹³ *	<10 ⁻¹⁰	(29)
		Ar ⁺	0.515	5×10 ⁻¹³ *	±4×10 ⁻¹¹	(30)
	CH ₄	He-Ne	3.39	3×10 ⁻¹³	—————	(31)
				8×10 ⁻¹⁴ *	2×10 ⁻¹¹	(32)
	CO ₂			2×10 ⁻¹² *	—————	(33)
	SF ₆	CO ₂	10.6	3×10 ⁻¹¹ *	—————	(34)
	OsO ₄			5×10 ⁻¹² *	—————	(35)

トル線の形は Lorentz 形になり次式で表わされる;

$$f(\nu) = \frac{1}{1 + \frac{(\nu - \nu_0)^2}{\Gamma^2}} \quad (14)$$

ここに、 Γ は吸収スペクトル線幅を表わす。周波数弁別感度 S は、式(14)を奇数回微分し $\nu = \nu_0$ から得られる傾きで表わされ、たとえば一次微分の時には次式になる;

$$S = -\frac{2}{\Gamma^2} \quad (15)$$

よって、光周波数弁別感度は、線幅の狭いスペクトル線の方が優れていることが分かる。したがって、圧力幅で 1 MHz 程度広がっている飽和吸収スペクトルの線幅は、ドップラ効果によって数 100 MHz に広がっている線形吸収スペクトルに比較して狭く、感度の高い光周波数弁別特性が得られる。Table II から明らかなように、

線形吸収スペクトルを基準とした安定化レーザーより、飽和吸収スペクトルを基準要素とした安定化レーザーの周波数安定度の方が優れているのはこのためである。現在、高い周波数弁別感度の実現を目指し、光ラムゼーなどの研究も進められており、Ca 原子で得られたスペクトルの全幅は 1 kHz 以下に達している。近い将来、安定度と再現性がより優れた安定化レーザーの実現が期待できる。

周波数弁別特性の検出は、レーザー周波数変調と、無変調の両方式で行なうことができる。このうち前者は、レーザー共振器の間隔を正弦波で微小伸縮する直接変調方式とレーザー出力をたとえばドップラビート法³⁹⁾などで変調する外部変調方式に大別される。周波数変調によって得られる n 次の光周波数弁別特性は、変調の深さを $m' = m/\Gamma$ 、周波数偏差を $x = (\nu - \nu_0)/\Gamma$ と置くと、次式で表わされる⁴⁰⁾;

$$S_n(x) = \frac{\varepsilon_n i^n \{M^{1/2} - (1 - ix)\}^n}{2 m'^n M^{1/2}} + cc \quad (16)$$

ただし、周波数 Ω で周波数変調されているレーザー周波数は $x = x + m' \cos \Omega t$ 、 M は $M = (1 - ix)^2 + m'^2$ である。式(16)から導かれる一次微分信号の周波数弁別特性の最大値は次式で与えられる；

$$S_1(x_{\max}) = \frac{3^{1/2} (4 + m'^2)^{1/2} - 2}{2 m' [(4 + 3 m'^2)^{1/2} - 1]^{1/2}} \quad (17)$$

また、変調時に観測されるスペクトル線幅は、

$$\Delta \Gamma = m' \left(\frac{[-1 + 5 M_1^{1/2}][1 + M_1^{1/2}]}{[-2 + M_1^{1/2}][6 + 2 M_1^{1/2}]} \right)^{1/2} \quad (18)$$

になり、変調の深さの関数となる。ただし、 $M_1 = 1 + m'^2$ を表わす。したがって、周波数変調方式によりレーザー周波数を安定化する場合には、変調振幅に十分注意を払い、周波数弁別感度の最適化を図ることが必要である。

一方、無変調安定化レーザーでは基準要素にファブリー・ペロー干渉計の透過スペクトルを活用することが多い。この中で最も簡便なのは、透過スペクトルの肩の部分（shoulder）を光周波数弁別特性として使用する方法である。ファブリー・ペロー干渉計を用いる方法は、弁別感度を容易に改善することが可能であるが、透過スペクトルの中心周波数が変化し易いため高い安定度を望むことはできない。

ファブリー・ペロー干渉計を活用し短期安定度の向上を図りつつ無変調安定化を実現するために、ファブリー・ペロー干渉計を分子の飽和吸収スペクトルに安定化されているレーザーに安定化し、その透過スペクトルを光周波数弁別器として使用することもある。また、ファブリー・ペロー干渉計の透過光と反射光及びそれらの偏光特性を活用する方法⁴¹⁾と、マイクロ波領域の技術を活用し周波数変調と復調による反射光の位相遅れを活用した方法⁴²⁾が提案され、光周波数弁別特性の感度化が図られている。

Fig. 4 Frequency response of an electrostriction assembly.

4.4 制御装置

制御装置は、利得調整の増幅器と制御ループのフィルタで構成される。一方、周波数制御のアクチュエータには、電歪素子あるいは電気-光学素子（EO素子）などが用いられる。電歪素子は、電気-歪み効率の向上を図るため積層形にして使用される。レーザーの周波数制御に用いられる電歪素子は、横方向への伸びが軸方向への歪みとして現われることを避けるために、比較的軟らかい接着剤でハウジングに取り付けられており、応答特性は比較的悪くなる。Fig. 4は、レーザーの出力特性の肩部分を周波数弁別器として用い測定した電歪素子の周波数応答特性である。図から明らかなように、ハウジング取り付けられた電歪素子は、980 Hz程度の低い周波数で共振することが分かる。共振周波数の前後では位相が反転するため制御システムのアクチュエータとして使用することはできず、制御帯域が900 Hz以下に制限されてくる。これに対しEO素子は、応答速度が速くレーザー周波数の高速制御すなわち短期安定化のアクチュエータとしては適しているが反面、周波数制御のダイナミックレンジを広く確保することが困難である。

式(11)の3項は、外乱 ν_d に伴う安定化レーザーの周波数変動を表わす。検出要素と制御対象の周波数応答特性が十分短くできると仮定し、外乱に基づく周波数変動をラプラス変換すると式(11)の3項は

$$U_o(s) = \frac{\nu_d(s)}{G_d G_1 G_c(s)} \quad (19)$$

で表わされる。制御装置を比例要素 P で構成すると、制御装置の伝達関数は $G_c(s) = G_c$ になり周波数変動は $1 / G_d G_1 G_c$ に制御される。しかし、4.1 で述べたように自走状態のレーザー周波数変動は、共振器が熱膨張するためにドリフト状の周波数変動が支配的になる。時間の1次関数で表わされるドリフト状の変化は、ラプラス変換すると $\nu_d(s) = 1/s^2$ になる。制御誤差はラプラス変換の最終値の定理;

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s U_o(s) \quad (20)$$

から導びかれ、 $\nu_d = 1/s^2$ のとき

e_{ss} は発散し制御不可能になる。

ドリフト状の周波数変動の効果的な制御は、制御装置を積分要素で構成する。これは、制御装置の伝達関数が $G_c(s) = 1/s$ で与えられ、制御誤差 e_{ss} が $1/G_d G_1$ に制御されてからである。さらにドリフト状の周波数変動を完全に制御する時には、制御装置をII型制御系すなわち2重積分方式で構成³²⁾することもある。

積分要素を制御装置に取り入れると制御ループに遅れが生じ制御系が不安定になる。このような時、制御装置をラグリードフィルタで構成しPI制御を行ない、制御系のダンピング調整を行なう。また場合によっては、制御装置を積分要素と微分要素で構成し、ID制御で位相遅れを補償することもある。半導体レーザーの周波数制御の前処理としてレーザー素子の温度制御を行なう。この例のように応答が遅い制御対象にはIPD制御を施すのが一般的であるIPD制御のように複雑な制御装置を用いる時、パラメータは限界感度法などで定めるとよい。

Fig. 5 Block diagram of an offset-locked laser system.

5. オフセットロックレーザー

レーザー周波数のオフセットロックは、Fig. 5に示すように2台のレーザーから得られるビート信号を検出し、レーザー(1)の周波数 ν_0 を基準にし、レーザー(2)の周波数に局部発振器の出力周波数 f を加算し、レーザー(2)の周波数を $\nu_0 \pm f$ に保ちつつ、常時レーザー(1)に追従させる安定化の手法である。オフセットロックレーザーの基準要素は、一般に周波数安定化レーザーが用いられる。そして検出要素は、周波数弁別と位相比較のいずれかの方式が採用される。

周波数弁別方式⁴³⁾は、ビート信号と局部発振器の出力信号を混合しビート信号を中間周波数に変換した後、フォスターシー形周波数弁別器に導き周波数変動成分をアナログ信号に変換する方法である。この方式は、レーザー出力が小さいためにビート信号の S/N を十分に確保できない場合や、自走時の周波数安定度の改善が望めないレーザーのオフセットロック方式として適している。しかしこの方式は、装置の構成が複雑であり、かつ周波数弁別特性が回路を構成する抵抗やコンデンサの性能に強く影響されるため、温度変化の影響を受け易い。このため、優れた周波数追従特性を期待することはできず周波数変動は $\sigma(1000s) = 1.2 \times 10^{-13}$ 程度である⁴³⁾。

これに対し位相比較方式⁴⁴⁾は、ビート信号と局部発振器の出力信号の位相を直接比較する方式であり周波数弁別感度がよく、周波数弁別特性を左右する問題が少なく装置の信頼性が高い。また、回路構成が簡単であり小型化することも可能である。

Fig. 6 A control model of an offset-locked laser system by using phase comparison technique with a frequency divider. $1/N$: Frequency divider, $K\alpha$: Gain of a phase comparator, $F(s)$: Transfer function of a filter, K_0/s : Transfer function of a laser, K'_0/s : Transfer function of a reference laser,

基準レーザーが変調されている場合、Fig. 6 に示した制御モデルのように分周器を導入し制御システムを構成すればよい。Fig. 6 に示した制御モデルの周波数応答関数は、次式で与えられる；

$$H(i\omega) = \frac{i2 \frac{\omega_n \zeta}{N} \omega + \frac{\omega_n^2}{N}}{\frac{\omega_n}{N} - \omega^2 + i2 \frac{\omega_n \zeta}{N} \omega} \quad (21)$$

ここに ω_n と ζ は、分周器を含まない場合の自然周波数とダンピングファクタを表わし、次式で与えられる；

$$\omega_n = (K/\tau_1)^{1/2}, \quad (22)$$

$$\zeta = \tau_2 \omega_n / 2. \quad (23)$$

ただし τ_1 と τ_2 は、制御装置に用いたラグリードフィルタの時定数である。制御装置とアクチュエータは、4.4 に示した安定化レーザーと同様に考えればよい。位相比較方式と分周器を併用し、アクチュエータに電歪素子を用い、 $3.39 \mu\text{m}$ メタン安定化レーザーを基準要素にしてオフセットロック方式により周波数制御を図り、スペクトル線幅を約 20 kHz に、また周波数変動を $\sigma(1000s) = 8 \times 10^{-16}$ 以内に制御することが可能である⁴⁴⁾。

安定化レーザーを基準要素としたオフセットロックレーザーと類似したレーザーの周波数制御方式として注入同期や光位相同期がある。注

入同期は、周波数 ν_1 のレーザー光束を周波数 ν_2 のレーザーに導き $\nu_1 - \nu_2 \approx 0$ にする周波数制御方式であり、レーザーの外部に検出要素をはじめ制御装置とアクチュエータを設ける必要がなく、装置の構成が最も単純である。この種の実験は、これまでに気体レーザーで行なわれた。

一方、光位相同期方式による周波数制御は、2 台のレーザーを光混合した時に得られるビート信号に含まれる位相差成分をレーザーに負帰還する方式であり、レーザーの外部に制御装置を設けるだけでシステムが構成される。この種の研究は、これまで気体レーザー⁴⁵⁾と導体レーザー⁴⁶⁾を用いて行なわれている。

6. 周波数掃引

レーザー分光あるいはFSK（周波数シフトキーイング）を行なう場合、レーザー周波数を外部信号によって制御することが必要になる。レーザー周波数を外部信号で順次変える周波数掃引は、自走状態のレーザー周波数をランプ信号による直接掃引、音響—光学素子（AO素子）による周波数シフト、あるいは5節で述べたようなオフセットロック方式がとられる。自走レーザーの周波数掃引は、レーザーの発振領域をアクチュエータを介しランプ信号で掃引する方法で、装置の構成は簡単であるが優れた再現性と約 1 MHz より優れた分解能を望むことはできない。

AO素子による周波数掃引は、安定化されたレーザー周波数 ν_0 に外部発振器で変調されているAO素子の周波数 f を加算して $\nu_0 + f$ の周波数を得る方法であり、レーザーの発振周波数領域から外れた周波数領域でも信号を得ることができる。したがって、発振周波数領域の狭いレーザーの掃引幅の広帯域化に適している。

オフセットロック方式は、局部発振周波数を順次変えレーザー周波数を掃引する方法である。スレーブレーザー発振周波数を局部周波数に追従させる実験では、標準偏差が 25 Hz ⁴⁴⁾の報告がある。この方法は、前述の2方式に比較して装置が比較的複雑になるが、スレーブレーザーの

出力などレーザーの動作状態を任意に変えることが可能であり精密な分光測定に適している。また、計算機を導入により分光の自動化が可能になる。

7. まとめ

レーザーの周波数制御に関し制御技術の立場から気体レーザーを中心に概観した。気体レーザーの周波数制御は、安定化では 10^{-14} よりよい安定度と、 10^{-11} より優れた再現性が得られるようになった。しかし、アクチュエータの応答速度に制限され高速制御ができにくく短期安定度の向上に限界が見いだされ、究極的な短期安定度を実現されていない。また、色素レーザーの周波数制御では、電気-光学素子などを駆使して短期安定化すなわちスペクトル幅の狭帯域化の研究が進められ、数10mHz程度のスペクトル幅が実現されている。一方、半導体レーザーの周波数制御の研究は、歴史の古い気体レーザーの制御方式を採用しながら進められているのが現状である。光通信の分野で周波数安定化半導体レーザーを活用するには安定化方式にブレイクスルーを見いだす必要があろう。

参 考 文 献

- 1) W.R.C. Rowley and D.C. Wilson: *Nature*, **200** (1963) 745.
- 2) P. Kartaschoff: 著, 福与, 大浦, 倉持 訳: 時と周波数 (講談社, 東京, 昭和55年).
- 3) 日本工業規格. : (JIS Z 8103).
- 4) 秋元: 応用物理, **47** (1978) 425,
- 5) D. Welford and A. Mooradian: *Appl. Phys. Lett.*, **40** (1982) 865.
- 6) T.S. Jaseja., A. Javan, and C.H. Townes: *Phys. Rev. Lett.*, **10** (1963) 165.
- 7) P.E. Ciddor and C. Bruce: *Metrologia*, **17** (1981) 17.
- 8) K. Shimada and A. Javan: *J. Appl. Phys.* **36** (1965) 718.
- 9) J.T. Latorrette., P. Rabinowitz, S. Jacobs and G. Gould: *IEEE J. Quant. Elect.*, **QE-2** (1966) 38.
- 10) J. Tobias, M. L. Skolnick, R.A. Wallace and T.G. Polanyi: *Appl. Phys. Lett.*, **6** (1965) 198.
- 11) N. Umeda, M. Tsukiji and H. Takasaki: *Appl. Opt.* **19** (1980) 442.
- 12) P.E. Ciddor and R.M. Duffy: *J. Phys. E; Sci. Inst.* **16** (1983) 1223.
- 13) A.D. White, E.I. Gordon and E.F. Labuba: *Appl. Phys. Lett.* **15** (1964) 97.
- 14) W.H. Thomason and D.C. Elber: *Rev. Sci. Inst.*, **46** (1975) 409.
- 15) H.G. Danielmeyer: *IEEE J. Quant. Elect.*, **QE-6** (1970) 101.
- 16) J. Munch, M.A. Kolpin and J. Levine: *IEEE J. Quant. Elect.*, **QE-14** (1978) 17.
- 17) T. Okoshi and K. Kikuchi: *Electron. Lett.*, **16** (1980) 179.
- 18) H. Tsuchida, M. Ohtsu and T. Tako: *Jpn. J. Appl. Phys.* **20** (1981) L403.
- 19) T. Tako, M. Ohi, Y. Akimoto, A. Sugiyama and K. Shimoda: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **9** (1970) 1535
- 20) M. Ohi: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **19** (1980) L541.
- 21) H. Tsuchida, M. Ohtsu and T. Tako: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **21** (1982) L1.
- 22) S. Yamaguchi and M. Suzuki: *Appl. Phys. Lett.*, **41** (1982) 1034.
- 23) 田川, 小谷, 大津: 第30回応用物理学関係連合講演会予稿集 (1983) p.190.
- 24) H. Tsuchida, M. Ohtsu and T. Tako: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **21** (1982) L561.
- 25) H. Hiro, Y. Kitayama, M. Kitano, T. Yabusaki and T. Ogawa: *IEEE J. Quant. Elect.*, **QE-19** (1983) 169
- 26) M. Ohtsu and T. Tako: *Jpn. J. Appl. Phys.* **17** (1987) 2169.
- 27) P. Cerez, A. Brillet, C.N. Man-Pichot and R. Felder: *IEEE Trans. Inst. Meas.*, **IM-23** (1974) 352
- 28) たとえば H. Laver: *IEEE Trans. Inst. Meas.*, **IM-29** (1980) 358.
- 29) K.G. Zhao, J. Blabla and J. Helmcke: *IEEE Trans. Inst. Meas.* **IM-34** (1985) 252.
- 30) F. Spieweck: *IEEE Trans. Inst. Meas.* **IM-27** (1978) 398.
- 31) M. Ohtsu and T. Tako: *Jpn. J. Appl. Phys.*, **21** (1982) 722.
- 32) Y. Akimoto: *IEEE Trans. Inst. Meas.*, 投稿中.
- 33) K.L. Soohoo, C. Freed, J.E. Thomas and H.A. Haus: *IEEE J. Quantum Elect.* **QE-21** (1985) 1459.
- 34) M. Ouhayoun and C.J. Borde: *Metrologia*, **13** (1977) 149.
- 35) O.N. Kompanets, A.R. Kukudzhinov, V.S. Letokho and E.L. Michailov: *Freq. Stand. and Metrology Symposium, Copper Mountain Colorado* (1976)
- 36) G. Kramer, C.O. Weiss and J. Helmcke: *Z. Naturforsch.*, **30a** (1975) 1128.
- 37) Ch.J. Borde, G. Camy, B. Decomps and J.P. Descoubes: *J. Physique.*, **42** (1981) 1393.
- 38) M. Ohtsu, S. Ohta and T. Tako: *Jpn. J. Appl. Phys.* **20** (1981) 1701.
- 39) K. Tanaka: *J. Opt. Soc. Amer.*, **62** (1972) 24.
- 40) R. Arndt: *J. Appl. Phys.*, **36** (1965) 2522.
- 41) T.W. Hansch and B. Couill and: *Opt. Commun.*, **35** (1980) 441.
- 42) J.L. Hall, L. Hollberg, Ma Long-sheng, T. Baer, and H.G. Robinson: *Proceeding of Third Sympo-*

- sium on Frequency Standard and Metrology, J. de Physique Colloque C-8, supplement au no 12, pC8-73, (1981).
- 43) Y. Akimoto and M. Ohi: Bull of NRLM, No41 (1980) 3.
- 44) 秋元：レーザー研究 投稿予定。
- 45) V.G. Gol'dort, V.F. Zakhar'yash and B.A. Kurnevich: Inst. and Exp. Tech. (USA), **22** (1979) 557.
- 46) G. Wenke and S. Saito: Jpn. J. Appl. Phys, **24** (1985) L908.