レーザーオリジナル

レーザー周波数制御用電歪素子
アッセンブリの周波数応答

秋 元 義 明*

(1987年10月15日 受理)

Frequency Response of Electro-Striction Assembly for Laser
Frequency Control

Yoshiaki AKIMOTO**

(Received October 15, 1987)

Dynamic response of an electro-striction assembly for laser frequency control has been measured by a simple method and been theoretically analyzed. The resonant phenomenon of the electro-striction assembly occurs at the rather lower frequency than its natural frequency of the electro-striction element. Its resonant frequency was given as a function of a laser mirror mass and a compliance of silicon glue which used to the assemble of parts such as electro-striction element, laser mirror and so on. The experimental results were in fairly well agreement with theoretical ones within a measurement error.

Key Words: Laser frequency stabilization, Servo system analysis, Electro-striction element, PZT response.

1. まえがき

気体レーザーの周波数安定化の研究は、研究開始時期には安定性の向上のために力が注がれ簡易安定化レーザーが提案された。その後安定化レーザーの周波数基準に原子や分子の吸収スペクトルが用いられるようになって以来、発振周波数の精度の高い高精度安定化レーザーの研究が進められた^{1,2)}。これら安定化レーザーのなかで高精度安定化レーザーの周波数安定性は 10^{-14} に到達し³⁾、さらに発振周波数の再現性は 10^{-11} を達成している。そして、メタンとヨウ素分子の飽和吸収スペクトルに安定化された

He-Ne レーザーなどは、波長・光周波数基準としてすでに活用されている⁴⁾。これらに代表されるように、安定化レーザーの長期安定性は向上し、実用化の道が開かれた。一方、安定性の向上の研究ではレーザーの発振スペクトルの狭帯域化と同時に進められ、 10^{-16} 代の周波数安定性が報告されている^{2,5)}。

気体レーザーによるレーザー分光や周波数安定化では電歪素子を用いて共振器を精度よく伸縮させることが不可欠である。また、高速分光や安定化レーザーの短期安定性を改善する場合には、電歪素子の応答周波数が影響することは、定性的に知られている。特に、レーザー周波数

*計量研究所(〒305 茨城県つくば市梅園1-1-4)

**National Research Laboratory of Metrology(1-1-4, Umezono, Tsukuba-shi, Ibaraki, 305)

の安定化では、電歪素子アセンブリの応答周波数が制御ループの遮断周波数を決定するため性能を左右することになる。しかし、電歪素子アセンブリの周波数応答特性の詳細な測定やその解析はなされていない。そこで本論文ではレーザーの周波数安定化に用いられている電歪素子アセンブリの動的応答特性を振動モデルを用いて理論的に解析した。そして、応答周波数を制限する共振特性が接着剤の諸定数とレーザー反射鏡の質量で与えられることを明らかにした。さらに、電歪素子アセンブリの周波数応答特性を実験的に求め、それらの結果を比較する。最後にこれらの結果をもとに、電歪素子アセンブリの応答特性の改善方法について述べる。

2. 応答特性の測定

レーザー周波数の制御に用いられている電歪素子の電気機械変換効率は性能の優れているものでも 8 nm/V 程度であり、電歪素子の周波数応答に相当する伸縮変化を干渉計測法を用いて短時間に測定することは比較的困難である。また、レーザーを2台用意して一方のレーザーを周波数変調し、ビート信号のスペクトル幅から電歪素子の振幅変化を測る方法があるが、この方法は装置が複雑になり好ましくない。これに対し、電歪素子をレーザー共振器に取り付けレーザー周波数を変調し最大周波数偏移から電歪素子の伸縮変化を推定することは容易である。この場合、レーザー出力が発振周波数に対して大きく変化する部分を光周波数弁別器として、周波数応答特性を測定する方法が最も簡便である。

Fig. 1 は、電歪素子アセンブリの周波数応答特性の測定原理図である。電歪素子アセンブリの伸縮変化は、 $3.39\text{ }\mu\text{m}$ 単一モードHe-Neレーザーに直流バイアスを加えてA点で発振するように調整し、この状態で電歪素子アセンブリに交流電圧を印加してレーザー出力変化を検出すれば正確に測定できる。この測定では、A点の変化を常時監視することによって測定精

度の向上を図った。電歪素子アセンブリの振幅特性は、電歪素子アセンブリに一定振幅の交流信号を加え、レーザー出力に含まれる変調周波数成分の実効値から測定した。また、位相特性は、電歪素子の静電容量による位相変化を補正した交流信号を電歪素子アセンブリに加え、レーザー出力に含まれる変調周波数成分の位相変化を測定して求めた。

測定に用いた電歪素子アセンブリは、高精度安定化レーザーの周波数制御のアクチュエータとして最も多く用いられているL社製品であり電歪効率は $12\text{ }\mu\text{m}/1600\text{ V}$ である。Fig. 2 の●印は、実測した電歪素子アセンブリの共振

Fig. 1 A principle of optical frequency discrimination.

Fig. 2 An amplitude characteristics of an electrostriction assembly.
● : Experimental results, solid line: Theoretical results.

Fig.3 A phase characteristics of an electrostriction assembly.

● : Experimental results, solid line: Theoretical results.

特性である。電歪素子アセンブリの振幅特性は、図から明かなように約200 Hz まではほとんど変化せず一定であり約980 Hz で共振現象を示し、共振周波数を越えると急激に振幅は減少する。理論値と比較を行うためにFig.2には示さなかったが、実験では共振周波数の2倍波でも振幅の増加が観測され、電歪素子による高調波歪み成分が観測された。一方電歪素子アセンブリの位相特性は、Fig.3の●印で示したように共振周波数の前後で位相が反転する。したがって電歪素子アセンブリは、位相検波器を用いてレーザー周波数の安定化システムを構成する場合、周波数変調素子として使用することはできない。

3. 電歪素子アセンブリの応答特性

電歪素子の構造は、製造メーカーによって多少異なる。Fig.4は、L社製の電歪素子アセンブリの構造である。この電歪素子アセンブリは、一端がProtection Shieldに、他端はFront End Plateに接着されている。レーザー周波数を安定化する場合、Protection Shieldはレーザー共振器の端板に固定し、Front End Plateにはレーザー反射鏡が機械的に取り付けられている。Fig.5は、レーザー反射鏡を取り付けた電歪素子アセンブリの周波数応答特性を解析するためのモデルである。このモデルは、

レーザー反射鏡と電歪素子の運動を独立に解析するために、レーザー反射鏡と電歪素子の質量をそれぞれ m_1 , m_2 , 接着剤のコンプライアンス（ばね定数の逆数）と機械的抵抗をそれぞれ C_{m1} , C_{m2} , r_1 , r_2 と区別して表す。また、運動方程式の導出に際し、Protection Shieldはレーザー共振器の端板に固定されているため機械的インピーダンスを十分大きいと仮定した。電歪素子を一定速度 v_2 で励振したとき、電歪素子アセンブリの運動方程式は、次の微分方程式で与えられる。;

$$m_1 \frac{dv_1}{dt} + r_1(v_1 - v_2) + \frac{1}{C_{m1}} \int (v_1 - v_2) dt = 0 \quad (1)$$

Fig.4 A structure of an electrostriction assembly.

Fig.5 An analytical model of an electrostriction assembly with laser mirror.

$$m_2 \frac{dv_2}{dt} + r_2 v_2 + \frac{1}{C_{m_2}} \int v_2 dt + r_1 (v_2 - v_1) + \frac{1}{C_{m_1}} \int (v_2 - v_1) dt = F. \quad (2)$$

ここに、 v_1 と v_2 はそれぞれレーザー反射鏡と電歪素子の振動速度、 F は電歪素子に加わる力である。

質量、コンプライアンスおよび機械抵抗は、電気機械類推法の直接類推法を用い機械電気変換係数 K を介することによって、インダクタンス L 、電気容量 C 、電気抵抗 R に書き換えることができ次式で与えられる；

$$L = K^2 m, \quad C = C_m / K^2, \quad R = K^2 r \\ I = V / K, \quad E = F / K \quad (3)$$

ここに、 I と E はそれぞれ電流と電圧を表す。式(1)と(2)は、ラプラス変換したのちラプラス演算子を $j\omega$ と置換し、さらに式(3)の変換式を適用することにより、次式のように書き換えられる；

$$j\omega L_1 I_1 + \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) (I_1 - I_2) = 0, \quad (4) \\ \left(j\omega L_2 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) I_2 + \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \times (I_2 - I_1) = E. \quad (5)$$

ここに、 ω は電歪素子の角振動周波数である。式(4)と(5)で表わされる電気回路に変換された運動方程式は、Fig. 6(A) の定電流源と LCR の直並列回路で書き表わされる。電歪素子は一定速度で励振されているため I_2 は定電流源で表わされるので、 L_2, R_2, C_2 の直列回路の効果を無視することができる。よって、Fig. 6(A) の等価回路は、 R_1 と C_1 の直列回路と L_1 の並列回路で表わすことができ同図(B)の回路と等価になる。Fig. 6(B) の等価回路の電流比は、次式で与えられる；

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1 + j \frac{1}{Q} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + j \frac{1}{Q} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)} \quad (6)$$

(A)

(B)

Fig. 6 (A) Electrical circuit description of an electro-striction assembly.
(B) Equivalent circuit of (A).

ここに、共振周波数は $\omega_0^2 = 1/(L_1 C_1)$ 、 Q 値は $Q = \omega_0 L_1 / R_1$ である。

電流比 I_1/I_2 は式(3)を用いると v_1/v_2 の機械系に逆変換できる。速度比は、振幅 A 、位相 ϕ を用い

$$\frac{v_1}{v_2} = A \exp(-\phi t) \quad (7)$$

で与えられる。ここに振幅と位相は、それぞれ式(6)から導かれ

$$A = \left[\frac{1 + \frac{1}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^2 + \frac{1}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (8)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right) - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) Q \right\} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_0}{\omega} Q \right) \quad (9)$$

で表わされる。また、機械系の共振周波数と Q

値は、電気系のそれらを表わす式から求められそれぞれ、

$$\omega_0^2 = \frac{1}{m_2 C_m} \quad (10)$$

$$Q = \frac{1}{r_1} \sqrt{\frac{m_1}{C_{m_1}}} \quad (11)$$

に書き換えられるのである。したがって、共振周波数は、レーザー反射鏡の質量とコンプライアンスの積の1/2乗に反比例し、 Q 値は機械的抵抗に反比例しレーザー反射鏡の質量の1/2乗に比例する。Fig. 2の実線は、式(8~11)を基に計算した電歪素子アセンブリの振幅特性である。理論的に推定した結果は、実験結果とよく一致している。また、Fig. 3の実線は、電歪素子アセンブリの位相特性を示す。位相特性は、共振周波数より高周波側で実験値が理論値から離れる傾向にある。これは共振周波数の2倍波成分が存在するためである。これらの結果より電歪素子アセンブリの応答速度を改善するには、式(10)より明らかなように軽いレーザー反射鏡とコンプライアンスの小さい接着剤を使用すればよいことが容易に分かる。さらに、顕著に現れる共振特性を避けるには、機械的抵抗を大きくし、 Q 値を下げればよいことが分る。

4. まとめ

レーザー周波数制御に用いられる電歪素子アセンブリの周波数応答特性を理論と実験の両

面から解析した。実験的には、レーザーの出力特性を光周波数弁別器として用いることによって、比較的容易に電歪素子アセンブリの周波数応答特性を測定することができることを示した。また、理論的には、振動モデルを考察することによって電歪素子アセンブリの周波数応答特性を解析的に求められることを明らかにした。この結果、電歪素子アセンブリは、接着剤の機械的抵抗、コンプライアンスおよび、レーザー反射鏡の質量によって電歪素子の固有振動数より低い周波数領域で共振現象を示すことが明らかになった。

これらの現象が解析的に明らかにされたことによって、安定化レーザーの設計の際にアクチュエータの伝達特性を伝達関数として与えることが可能になり、制御システムの解析が容易になる。この結果、電歪素子アセンブリの周波数応答特性の改善が容易になり、制御帯域の広帯域化が図られることが可能となり、安定化レーザーの短期安定性が向上することが期待できる。

参 考 文 献

- 1) 田幸, 秋元: レーザー研究, **15** (1987) 364.
- 2) 秋元義明: レーザー研究, **14** (1986) 935.
- 3) Y. Amkimoto: IEEE Trans Instrum Meas., **IM-36** (1987) 633.
- 4) BIPM: Metrologia, **19** (1984) 163.
- 5) J.L. Hall: Proceeding of the International Conference on Quantum Electronics (1986).