レーザー解説

液体窒素中でパルスレーザー照射により誘起・生成される
気泡のダイナミクス

佐藤 等*・小田川 衛**・Ch. PRAT***・前野 一夫†・本間 弘樹†

(1995年10月2日 受理)

The Dynamics of Pulse-Laser-Induced Bubble in Liquid Nitrogen

Hitoshi SATO*, Mamoru ODAGAWA**, Christophe PRAT***,
Kazuo MAENO† and Hiroki HONMA†

(Received October 2, 1995)

The behavior of bubbles in cryogenic liquids may differ from those in water or other normal temperature liquids, because the subcooled degree and their thermophysical properties are greatly different from normal ones. Experimental reports of laser-induced cryogenic bubbles, however, have been quite insufficient. This paper describes an investigation of the behavior of pulse-laser-induced vapor bubble in liquid nitrogen. The bubble is produced by pulsed irradiation of a ruby laser. The dynamics of laser-induced bubble is visualized by high-speed photography of an image-converter camera. The pressure signals from the bubble motion in the liquid nitrogen have been measured. For comparison with the experimental results, numerical study has also been performed on the dynamics of a single spherical bubble in liquid nitrogen with including the phase change effects.

Key Words: Laser-induced bubble, Cryogenic liquid, Cavitation, Bubble dynamics, Liquid nitrogen

1. はじめに

流れの中で液体圧力が局所的にその温度における飽和蒸気圧より低下すると、多くの場合、液体中には気泡あるいは気泡群が形成され、条件によっては激しい動的挙動を示す。この現象

はキャビテーション現象と呼ばれて、流体機器などの動作特性に重要な影響を及ぼすことが知られており、現在までに水などの常温液体に対して多数の実験的・理論的研究が報告されている¹⁾。また、液体中で粒子ビーム、レーザー、爆薬等により局所的にエネルギーを集中させる

*千葉大学大学院自然科学研究科 (〒263 千葉市稲毛区弥生町1-33)

**千葉大学大学院工学研究科 (〒263 千葉市稲毛区弥生町1-33)

***JSPS外国人特別研究員・千葉大学工学部 (CNRS- IMFM, Univ. d'Aix Marseille II, FRANCE)

†千葉大学工学部 (〒263 千葉市稲毛区弥生町1-33)

*Graduated School of Science and Technology, Chiba University (1-33 Yayoi, Inage-ku, Chiba 263)

**Graduated School of Engineering, Chiba University (1-33 Yayoi, Inage-ku, Chiba 263)

***JSPS Invited Researcher-Chiba Univ. (CNRS- IMFM, Univ. d'Aix Marseille II, FRANCE)

†Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chiba University (1-33 Yayoi, Inage-ku, Chiba 263)

と、液体のブレイクダウンおよび気泡が生成される。特にジャイアントパルスレーザーを液体中に照射・集光させ、焦点付近で生成される気泡の動的挙動について実験的に解明する手法は、流れ場をあまり乱すことがなく、設定された数の気泡の挙動を空間的、時間的に明確に捉えることができるため、1960年代後半より活発に研究が続けられているが²⁻⁴⁾、これらの実験的研究は主に常温以上の液体に関するものに限られてきた。一方、LNG液化プラントや宇宙科学技術などの分野で用いられる極低温流体においても、キャビテーション現象は、近年重要な研究対象となってきた^{5,6)}。例えば、繰り返し使用されるロケットの液体推進装置においては、長時間運転に伴うキャビテーション現象は装置の振動、騒音、エロージョンによる材料の損傷などを引き起こす可能性がある。

超伝導の分野では様々な原因で極低温液体中に高電圧によるブレイクダウンが起こる可能性があり、この時微細なブレイクダウン気泡がバルクブレイクダウン現象の発生機構に大きく関わっていると言われる⁷⁻¹⁰⁾。高周波変動の電場であるレーザー照射により誘起される液体の形態変化については、最近、興味ある体系的解説がなされている¹¹⁾。極低温液体は常温の液体と比較して一般に表面張力、粘性係数などの熱物性が異なっており、気泡現象は平衡沸点に近い温度範囲で起こることが多いので、従来の常温以上のサブクール度の大きな液体中、例えば水中のキャビテーション気泡挙動とは異なる可能性がある。

ジャイアントパルスレーザー照射により生ずる極低温液体中の気泡現象に関する報告は現在まで極めて少ない¹²⁻¹⁵⁾。本論文は以上の背景をふまえ、クライオスタット内の液体窒素中にジャイアントパルスレーザーを照射・集光し、気泡の生成とその挙動に関して実験的研究を行い、報告するものである。熱的平衡条件に近い大気圧初期条件または1気圧程度加圧した若干のサブクール非平衡状態において実験を行い、気泡の挙動はイメージコンバータカメラ

を用いて、主に拡散光シャドウグラフ法で可視化を行う。また実験結果との比較のために、相変化の影響を考慮した液体窒素中の単一球状気泡の挙動に対して数値計算を行い、得られた実験、数値解析の両結果を比較検討する。

2. 実験装置と計測

本研究では液体窒素を実験対象としているため、Fig. 1に示すようなキャビテーション実験用に設計されたクライオスタット(ステンレス・銅製)を使用する^{12,13)}。このクライオスタットは、試験液体として窒素やアルゴン、水素などの極低温液体中のパルスレーザー照射によるキャビテーション実験が可能である。試験液体が保持される測定部は、内径38 mm、長さ150 mmであり、パルスレーザー光導入用と可視化用に開口部直径20 mmの石英ガラス光学窓が2対取り付けられており、外筒部にも4個のレーザー光導入用と可視化用の窓が設置されている。なお、試験液体をサブクール状態にするため、クライオスタットの加圧ラインから窒素ガスを注入可能な構造としている。レーザー光学系および可視化の系統図をFig. 2に示す。発泡用のレーザーはQスイッチ付きジャイアントパルスルビーレーザー(日本科学エンジニアリ

Fig. 1 Experimental apparatus (Cryostat for laser-cavitation experiment of liquid nitrogen).

Fig. 2 Schematic diagram of optical system for laser focusing and flow and flow visualization.

ング(株), NAL-707P1, パルス幅89 ns, 0.8 J)で、発振されたビームは凹レンズで一度拡大され、凸レンズで平行光線にされた後、2枚の凸レンズにより液体窒素中に集光される。なお、 f_1 と f_2 の間にアイリス絞りを取り付け、レーザー光量調整と収差除去を行っている。生成された気泡挙動の連続的可視化のために、フラッシュランプ (Hadland Photonics, HVC-SL) を光源としてイメージコンバータカメラ (Hadland Photonics, Imacon-790) を用いて主に拡散光シャドウグラフ撮影を行った。カメラへの結像は一枚の凸レンズによる。気泡の生成および生成後の気泡挙動に伴う液体の圧力変動波形は、照射されるパルスレーザー光と干渉を起こさないような観測部光学窓に設置したピエゾ圧力変換器 (PCB-102A11B) により検出されトランジェントコンバータに記録される。また、クライオスタット中の液温はシリコンダイオード温度計を用い、デジタルマルチメータにより読みとる。

3. 気泡挙動の数値解析

本研究では、実験結果との比較のために単一球気泡挙動に対する数値解析を行ったが、以下にその概略を説明する。無限体積の粘性液体窒素中に、レーザー照射によって生成された、飽和平衡蒸気が含まれる初期半径 R_0 の球形気

泡があると仮定する^{12,16)}。時刻ゼロで、気泡を取り巻く圧力が p_∞ に瞬間的に増加し、気泡壁を通じて相変化・物質移動を伴いながら気泡が崩壊を始める。液体と気泡の境界面においては、 p_∞ の増加により気泡の運動が始まる時点で熱的平衡ではなくると仮定する。この場合、気泡内部は一樣で、気泡は全過程で球形であり、重力、気体の拡散は無視して、かつ液体、気泡内部の蒸気の特性は、飽和蒸気圧以外、液体の温度によらず一定であると仮定して、解析を進める。用いる方程式は、まず非圧縮性液体中の気泡に対する運動方程式として、よく知られたRayleigh-Plesset方程式

$$R\ddot{R} + \frac{1}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_\infty} \left(p_v - p_\infty - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu \frac{R}{R} \right) \quad (1)$$

を用いる¹⁷⁾。ここで、 σ , μ はそれぞれ液体の表面張力、粘性係数である。気泡内蒸気に関しては完全気体の状態方程式、

$$p_v = \rho_v \mathfrak{R}_v T_v \quad (2)$$

と、以下のエネルギー方程式 (熱力学第一法則) を立てる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_v \hat{U}_v \right) = -p_v \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) - 4\pi R^2 \Delta U_{v \rightarrow L} \quad (3)$$

ここで $\hat{U}_v$ は比内部エネルギーであり、 $\Delta U_{v \rightarrow L}$ は蒸気から液体への内部エネルギー流束を示す。気泡内蒸気に対する質量保存則は次式であるが、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_v \right) = 4\pi R^2 \dot{m} \quad (4)$$

ここで、 $\dot{m}$ は、単位面積・単位時間あたりに通過する正味の質量流量を示し、以下のように与えられる。

$$\dot{m} = \frac{\alpha_M}{\sqrt{2\pi} R_v} \left\{ \frac{p_L^*(T_L)}{\sqrt{T_L}} - \frac{p_v}{\sqrt{T_v}} \right\}, \quad (5)$$

α_M は蒸発・凝縮係数, つまり非平衡パラメータであり, $\dot{m}$ はこの α_M の値で大きく変化することになる。なお, $p_L^*(T_L)$ は液体温度 T_L での気泡表面の曲率半径を考慮した飽和蒸気圧力である¹⁶⁾。

以上の方程式系を連立させて, 与えられた初期条件から出発し, 気泡周囲の液体温度が無遠の温度と等しいとの仮定のもとで4次Runge-Kutta法により計算を進める。

なお本研究では, 非圧縮性液体に対する気泡の運動方程式(1)の代わりに液体の圧縮性を考慮した気泡の運動方程式としてKeller-Herring方程式¹⁹⁾

$$\begin{aligned} (1 - c_\infty^{-1} \dot{R}) R \ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3} c_\infty^{-1} \dot{R} \right) \dot{R}^2 \\ = \frac{1 + c_\infty^{-1} \dot{R}}{\rho_\infty} \left\{ p_v - \frac{1}{R} (2\sigma + 4\mu \dot{R}) - p_\infty \right\} \\ + \frac{R}{c_\infty \rho_\infty} \frac{d}{dt} \left\{ p_v - \frac{1}{R} (2\sigma + 4\mu \dot{R}) - p_\infty \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

も計算に用いて, 得られた結果との比較も行った。

4. 結果と考察

4.1 気泡の生成と圧力変動

一般に, 液体中にパルスレーザーを照射すると, まず液体中の焦点でブレイクダウンが生じ, プラズマが生成されることが知られている。そのブレイクダウンが起こるレーザーパワーのしきい値は, 実験に用いられる液体, 使用するパルスレーザーの種類・仕様などに依存する¹¹⁾。例えば, Vogelらの報告¹⁸⁾では, nsオーダーのパルス幅を持つNd:YAGレーザー水中照射実験から, ブレイクダウンおよびプラズマが生じるしきい値は200 μJ であると報告されている。本実験では, 実験液体として液体窒素を用いて

おり, 窒素の分子構造を考えると電離および解離をおこすしきい値は水と比較して高いため, 水よりもブレイクダウンは生じにくいと判断される。しかしながら液体窒素の実験条件は実験室温度でサブクール度の大きな水よりは平衡沸点に近いので, より蒸気泡を生じやすい条件下にある。さらに本実験に用いるジャイアントパルスルビーレーザーのパルス幅およびパワーは文献¹⁸⁾で用いられているレーザーより大きいので, 結果として本実験でも, 比較的容易に液体窒素のブレイクダウンが生じ, 生成されたプラズマの高温効果により, 引き続いて急激な膨張を示す蒸気気泡に転じる。また, 同時に気泡より衝撃波が形成される。

Fig. 3はレーザー照射による気泡生成時のストリーク写真である。撮影速度は50 ns/mmで, この写真より, レーザー照射によるブレイクダウン・気泡生成と気泡より放射される衝撃波が観測される。放射された衝撃波の平均速さは1187.5 m/s, マッハ数は1.26であった。この衝撃波により, 液体窒素中に強い圧力変動信号が伝播する。

Fig. 4は気泡生成位置より約26 mm離れた場所に置かれた圧力変換器により検出された圧力変動波形図である。気泡生成後, まず圧縮波が伝播して素子に到達し正方向の信号が生じる。その強さは26 mm離れた位置でも約10 kPaあり, 音波と比較して相当に強い変動信号である。その後, 自由表面である液面で圧縮波が反射す

Fig. 3 Streak shadowgraph of bubble formation and shock wave.

Fig. 4 Measured signal by pressure transducer (Atmospheric conditions).

ることによって発生する膨張波が負方向に現れ、さらに測定部内や気泡界面でそれら圧力波が乱反射し複雑な信号となっている。理論的には、周囲圧力を大きくした場合、液体窒素はわずかにサブクール条件つまり熱的非平衡条件となるため、生成される気泡は小さくなり崩壊も激しくなると予測される。

4.2 気泡の挙動

Fig. 5は液体窒素中でパルスレーザー照射により生成された気泡の膨張、収縮および再膨張(リバウンド)現象の拡散光による連続シャドウグラフである。撮影速度は 5×10^4 frames/secであり、パルスレーザー照射前 $5 \mu\text{s}$ から撮影を開始している。図中7コマ目まで気泡は急速に膨張し、その後12コマまで収縮、そして再膨張を始めている。一方、レーザー照射直前に98kPa加圧した場合と同じ撮影速度、遅延時間で撮影した結果をFig. 6に示す。Fig. 6においては、気泡は4コマ目まで急速に膨張し、7コマまで急速収縮、そして再膨張を始めている。つまり大気圧条件より加圧した非平衡状態の場合は気泡の運動周期が短く、激しい挙動を示していることがわかる。さらに、Fig. 6はFig. 5と比較

(50,000 frames/sec $-5 \mu\text{s}$ Delay from Laser Pulse)

Fig. 5 Diffusive shadowgraphs of the behavior of laser-induced bubble (Atmospheric conditions).

(50,000 frames/sec $-5 \mu\text{s}$ Delay from Laser Pulse)

Fig. 6 Diffusive shadowgraphs of the behavior of laser-induced bubble (Pressurized conditions, $\Delta p=98\text{kPa}$).

すると全コマを通じて気泡が小さいこともわかる。いずれの連続写真でも液体窒素中のパルスレーザー照射により生成された気泡のリバウンド現象が明らかにとらえられている。Fig. 5において、初生の気泡は後で述べるように短長径比 D_Y/D_X が0.4程度の回転楕円形であり、球形とは言い難いが、最大気泡到達後 $D_Y/D_X=0.7$ 程度の球形が維持できている。この球状気泡からのずれはクライオスタットの真空断熱を通し

(50,000 frames/sec 75 μ s Delay from Laser Pulse)

Fig. 7 Instability of bubble surface after the first rebound.

て液中にパルスレーザーが照射されるとき集光頂角が小さいため生じる。この写真では気泡生成時の衝撃波は観測されないが、それは拡散光シャドウグラフの可視化手法のためと、写真のフレームスピードが衝撃波の形成・伝播をとらえるには遅すぎるためである。

リバウンド後の気泡挙動の写真をFig. 7に示す。この結果もまたFig. 6と同じく、撮影速度は 5×10^4 frames/sec、液体窒素をレーザー照射直前に98 kPa加圧した条件で撮影されたシャドウグラフである。ただし、遅延時間はFig. 6と異なりレーザー照射後75 μ s後から撮影を開始している。Fig. 7において7コマ目から、気泡表面が不安定性を呈しているのがわかる。これは、比較的純粋な蒸気の相変化が支配的な極低温液体中の気泡挙動に起こる特徴的な現象である。本実験では液体窒素中に生成される気泡は、前述の通り球形ではなく横長回転楕円球形となっているが、気泡が最大半径を示してから最初のリバウンド後のRayleigh-Taylor不安定性が原因となり、流体の密度や表面張力などの熱物性の効果とも相まって、写真のような形状となったと考えられる。

4.3 単一気泡の数値計算結果の例

本研究では実験との比較のために、単一気泡

Fig. 8 Calculated time variation of bubble radius (Pressurized conditions, $\Delta p = 98$ kPa).

挙動に関する数値計算を行ったが、その例をFig. 8に示す。計算条件は単一気泡半径($R_0 = 1.31$ mm)の気泡に対し、周囲圧力を時刻 $t = 0$ で平衡状態から99 kPa加圧したもので、半径の時間変化を示している。非圧縮性を考慮した液体の運動方程式(1)による結果を実線で、圧縮性を考慮した式(6)による結果を破線で示している。また非平衡パラメータ(蒸発・凝縮係数) α_M を0.0(断熱変化)から1.0(等温変化)まで変化させた場合の計算結果が示されている。図において $\alpha_M = 0 \sim 0.1$ までは気泡は振動を示しているが、 $\alpha_M = 1.0$ の場合は単調に減少している。 $\alpha_M = 0.0 \sim 0.1$ と小さい値のとき、気泡内の蒸気量は、収縮の最終段階まで凝縮をさほど起こさずに保たれる。一方、 $\alpha_M = 1.0$ では、蒸気の大部分が凝縮を起こし、収縮の最終段階でさらに急激に収縮すると考えて良い。

なお、圧縮性を考慮した結果と非圧縮性液体の結果の差は、図に示すようにそれほど大きなものではなく、液体窒素中のレーザー照射後に生成された気泡の挙動は、主として気泡-液体界面での相変化とエネルギー移動現象により支配されることがわかる。つまりFig. 8は平衡状態から99 kPa加圧した条件で6.28度程度(大気

圧沸点に対し8.12%)の比較的低いサブクール度(未飽和度)の結果であるが、大気圧平衡に近い条件の気泡に対する計算結果が $\alpha_M = 0.1$ に対し、300 μs 後でも $R/R_0 \approx 0.94$ と変動が少ないことを考慮すると凝縮係数 α_M の影響が大きいことを示している。これはサブクール度の大きな(沸点を大きく下まわる)常温付近の水に対する結果とは大きく異なる点であり、いわゆる熱的に支配される気泡挙動の典型例ともいえる。

4.4 実験結果と解析解との比較

本研究ではFig. 5などの連続写真から、レーザー照射により生成された気泡の形状を回転楕円体とみなし、同体積を持つ球形気泡の等価半径を推定し、データ整理を行った。Fig. 9は初期気泡等価半径0.86~1.10 mmの蒸気泡に対して得られた無次元半径 R/R_0 の時間挙動観測例と、第3章で述べた数値解析の結果を示したものである。さらに破線で示されているのが、流体の慣性のみを考慮し熱的效果を全く無視した場合のRayleigh方程式²⁰⁾、

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho_\infty}(p_v - p_\infty) \quad (7)$$

において空洞気泡の場合($p_v = 0$)の気泡崩壊過程を数値的に計算したRayleigh解であり、さらにその最大気泡半径で折り返した曲線も破線で記入してある。Fig. 9において気泡の生成段階では、実験値はほぼRayleigh解の折り返し曲線に従う。つまり生成気泡は液体-気泡間で主として慣性が支配的な膨張を示している。しかし、最大気泡半径から崩壊過程に転じた後、実験値のRayleigh解からの逸脱がみられる。以上の結果をふまえて、最大気泡半径つまりRayleigh解の頂点から、非圧縮性のRayleigh-Plesset方程式および圧縮性のKeller-Herring方程式を、凝縮係数 $\alpha_M = 0.0, 0.01$ のもとで、周囲圧力を $\Delta p = 60 \text{ kPa}$ 加圧した場合に解いた計算結果を示した。これらは、実験値の最初のリバウンド最小径に合致するように周囲圧力を変化させて

Fig. 9 Comparison of measured data on bubble radius with numerical calculation.

計算を行った複数の結果から選定した。この $\Delta p = 60 \text{ kPa}$ の加圧条件は、サブクール度4.17度に相当する。つまり気泡の周囲圧力が加圧条件となっているとは考えにくいので、最初の気泡成長後最大径となった時に、気泡内蒸気温度が周囲温度より4.17度程度低いと考えることができる。

R/R_0 に対する測定結果と計算結果の一致はまだ充分とは言えないが、生成気泡の最大直径到達後の収縮とリバウンドまでをある程度シミュレートしている。また液体の圧縮性の効果は小さいこと、凝縮係数 α_M の影響は比較的大きいが、 $\alpha_M = 0.01$ の計算ではリバウンド後の気泡再膨張測定結果とやや異なったものとなることがわかる。この理由として、まず考えられる点は計算の初期条件で、パルスレーザー照射により誘起された気泡は急激な膨張を伴うので、初期膨張を何らかの形で解析に含ませる必要がある。次に、本実験で観測された気泡を球形と仮定して数値解析を行っているが、実際は楕円球形であるので、計算値の方が気泡の表面積は実際より小さい。つまり α_M は実際の気泡の挙動時より大きく見積もられていると考えられる。Fig. 10は、実験から得られた回転楕円

Fig. 10 Time variation of bubble aspect ratio.

体の短長径比 D_Y/D_X の時間的変化を示したものである。図より、時間とともに細長楕円体が球形状に近づいていくことがわかる。

5. まとめ

本研究では、特殊クライオスタット中の液体窒素にパルスレーザーを集光させて、液体窒素のブレイクダウンと窒素気泡の生成、衝撃波の伝播などを実験的に観測した。つまり、レーザー照射による液体窒素中の気泡の膨張・収縮およびリバウンド現象をイメージコンバータカメラを用い、連続拡散光シャドウグラフ法にて可視化を行い、その結果気泡の形状、時間的挙動、衝撃波の伝播などに関して、新しい知見を得ることができた。さらに非圧縮性あるいは圧縮性を考慮した液体窒素中の単一球形気泡について数値解析を行い、蒸発凝縮を含む液体窒素中の気泡挙動に対して結果を得て、実験結果との比較を進めた。液体窒素など極低温液体中へのパルスレーザー照射によるプラズマ生成およびその後の気泡挙動に関する実験的研究は、まだ国内外共極めて研究例が少なく、非常に興味深いものである。

参考文献

- 1) J. R. Blake, J. M. Boulton-Stone and N. H. Thomas (Eds.): *Bubble Dynamics and Interface Phenomena* (Proc. IUTAM Symp.), (Kluwer Acad. Publishing 1993).
- 2) W. Lauterborn and H. Bolle: *J. Fluid Mech.* 72 (1975) 391.
- 3) W. Lauterborn and A. Vogel: *Ann. Rev. Fluid Mech.* 16 (1984) 223.
- 4) A. P. Alloncle, J. Viernes, D. Dufresne, X. Clement, J. M. Guerin and P. Testud: *Proc. 10th GCL, SPIE Vol.1397* (1990) 675.
- 5) 上條謙二郎, 平田邦夫: 日本機械学会論文集(B編), 50巻, 449号(1984) 226.
- 6) 志村隆, 渡辺光男, 宇治野功: 日本航空宇宙学会誌, 第40巻, 第464号(1992) 509.
- 7) R. Kattan, A. Denat and M. Bonifaci: *IEEE Trans. on Electrical Insulation* 26 (1991) 656.
- 8) K. Yoshino: *IEEE Trans. on Electrical Insulation Vol.EI-15* (1980) 186.
- 9) R. Kattan, A. Denat and O. Lesaint: *J. Appl. Phys.* 66 (1989) 4062.
- 10) J. L. Hernandez-Avila, N. Bonifaci and A. Denat: *Proc. of 1993 IEEE 11th Int. Conf. on Conduction and Breakdown in Dielectric Liquids* (1993) A4.57.
- 11) 坪井泰之, 増原 宏: レーザー研究 23 (1995) 2.
- 12) 前野一夫, 横山慎吾, 花岡 裕: 日本航空宇宙学会誌, 第39巻, 第449号(1991) 287.
- 13) K. Maeno, S. Yokoyama and Y. Hanaoka: *Proc. of 17th Int. Symp. on Shock Waves and Shock Tubes*, AIP-No.208 (1990) 383.
- 14) Y. Tomita, A. Shima, M. Tsubota and I. Kano: *Proc. of 2nd Int. Symp. on Cavitation Tokyo Japan* (1994) 311.
- 15) K. Maeno, H. Sato, H. Honma and M. Autric: *Proc. of 2nd Int. Symp. on Cavitation Tokyo Japan* (1994) 317.
- 16) Y. Tomita and A. Shima: *ZAMM* 59 (1979) 297.
- 17) 加藤洋治: “キャビテーション”, 槇書店 (1981).
- 18) A. Vogel and A. Busch: *Bubble Dynamics and Interface Phenomena* (Proc. IUTAM Symp.) (1993) 105.
- 19) A. Prosperetti and A. Lezzi: *J. Fluid Mech.* 168 (1986) 457.
- 20) Lord Rayleigh: *Phil. Mag. S. 6. Vol.34. No.200* (1917).