量子光学における「もつれた状態」とその応用

松岡 正浩[†]

熊本大学 理学部, 大学院自然科学研究科 (〒860-8555 熊本市黒髪2-39-1)

Entangled States and their Application in Quantum Optics

Masahiro MATSUOKA[†]

Kumamoto University, Faculty of Science, and Graduate School of Science and Technology
2-39-1 Kurokami, Kumamoto, 860-8555

(Received June 15, 2000)

Entangled states and their application in quantum optics are reviewed. First, the entangled states of the position and momentum in the EPR paradox and Bohm's spin version are reviewed. Then, various generation methods of entangled states in optics are described: polarization entanglement, frequency entanglement, and quadrature-phase entanglement. Finally, as their applications, fundamentals of quantum communication and teleportation are explained.

Key Words: EPR paradox, Non-local correlation, Parametric down-conversion, Communication, Teleportation

1. まえがき

もつれた状態はシュレーディンガー¹⁾が、1926年の論文において、多粒子の状態の配位座標の変数の組み合わせの問題として認識したことに始まったとされる。2粒子の場合、二つのシステムが接近して短時間相互作用してまた離れたとすると、その状態はもはや相互作用以前のようにそれぞれの状態の積によって記述することはできなくなる。一般に n 個の粒子の状態はそれらの n 個の波動関数の積では表わされない。これは量子力学に固有の特色である。シュレーディンガーはこのような状態の重要性に気付く、1935年にはもつれた(entangled, verschränkt)状態と呼んだ。

現実の系では、ヘリウムの電子状態のオルソとパラの分裂は二つの電子スピンの三重項と一重項として説明され、その三重項のうちの一つと一重項状態はこのようなもつれた状態になっている。また、金属などの多体電子系は巨視的な広がりを持つ系であって、しかもそこにはもつれた状態が存在する。しかし、空間的に離れた系におけるもつれた状態については、1935年になって、アインシュタインと、ポドルスキー、ローゼン(以下EPRと略称する)²⁾有名なパラドックスのなかで初めて注目した。

もつれた状態では遠く離れた二つのシステムが奇妙な相関をもつ。これはのちに非局所相関と呼ばれるように

なった。EPRはこの相関を二つの粒子の位置座標あるいは運動量に関して論じたが、二つのスピンや光の二つの偏光などの間でも同様な相関がある。このもつれた状態は量子力学の一つの本質的な性質として重要であるばかりでなく、その応用もこれまでの常識では考えられない可能性を持つことで注目されている。そこで、この稿では、まずもつれた状態の概念を明らかにするために、EPRの場合の位置座標と運動量の例と、そのボーム版であるスピンによる例を述べる。しかし、現在のところ実験は事実上光の場合に限られているので、具体例を明らかにするために、偏光や光パルスの時間遅れ、スクイーズド状態の直交位相振幅による例を詳しく述べる。最後に簡単ではあるが、それらの非局所相関の応用として量子通信とテレポーテーションの原理について述べる。

2. EPRのパラドックスともつれた状態

EPRは2粒子の座標を x_1, x_2 とし、運動量を連続した p の重ね合わせの波動関数

$$\psi(x_1, x_2) = \int e^{(i/\hbar)p(-x_2-x_0)} e^{(i/\hbar)px_1} dp \quad (1)$$

を考えた(ある時刻例えば $t=0$ で考える)。 $e^{(i/\hbar)px_1}$ は運動量演算子 $p_1 = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_1}$ の固有関数であるから、1番目の粒子の運

[†]現在の住所: 〒185-0031 東京都国分寺市富士本1-19-12

[†]Present address: 1-19-12, Fujimoto, Kokubunji, Tokyo 185-0031

動量を測定すると p を得る．すると2番目の粒子は(1)式の重ね合わせのうちの $e^{(i/\hbar)p(-x_2-x_0)}$ 状態にいることになる．ところがこの $e^{(i/\hbar)p(-x_2-x_0)}$ は運動量演算子 $P_2 = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_2}$ の固有関数であるから、もし2番目の粒子の運動量を測定したとすると、 $-p$ を得るはずである．

さて、この2粒子系は初め種々の運動量の重ね合わせ状態にいたはずなのに、1番目の粒子の測定によって $-p$ に収縮してしまった．(これを波束の収縮という．)その間に2番目の粒子にはいっさい相互作用が働かなかったから、時間をさかのぼって初めから $-p$ にあったことになる．これは矛盾である．

また、(1)の波動関数は $\delta(x_1-x)$ で展開すると

$$\psi(x_1, x_2) = 2\pi\hbar \int \delta(x-x_2-x_0)\delta(x_1-x)dx \quad (2)$$

と書き直される． $\delta(x_1-x)$ は $q_1=x_1$ の固有関数で、

$\int x_1 \delta(x_1-x) dx_1 = x \int \delta(x_1-x) dx_1$ であるから、1番目の粒子の座標を測定すると x を得ることになる．また、 $\delta(x-x_2-x_0)$ は $q_2=x_2$ の固有関数で、

$\int x_2 \delta(x-x_2-x_0) dx_2 = (x-x_0) \int \delta(x-x_2-x_0) dx_2$ であるから、2番目の粒子の座標を測定すると $x-x_0$ を得ることになる．このようにして、 p_2 も q_2 も同時に測定され、したがって物理的実在になるから量子力学の仮定に反することになる．彼らによると、この同時測定の思考実験が正しければ、量子力学的状態の波動関数による記述は不完全であると結論される．

EPRのパラドックスでは(1)式と(2)式は連続量 p と x についてのシュレーディンガーのもつれた状態になっており、これが奇妙な振る舞いの原因になっている．

3. EPR-ボルのスピンにおけるもつれた状態

ボーム³⁾はパラドックスの議論を簡明にするため上向きと下向きの二つのスピン状態の離散的な系による例を示した．ある二つのスピンの作る一重項

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow, \downarrow\rangle_{12} - |\downarrow, \uparrow\rangle_{12}) \quad (3)$$

を考える．これも2粒子のスピン状態の単純な積ではなく、積の和になっているもつれた状態である．パラドックスにちなんでしばしばEPR状態と呼ばれる．ただし、第2項の前の符号を正にした三重項の一つでも以下の議論は同様である．ここで $|\rangle_{12}$ は $|\rangle_1$ と $|\rangle_2$ の直積 $|\rangle_1 |\rangle_2$ を表わす．この状態は粒子1と2が強い相関をもち、粒子1のスピンが上向きの状態であれば粒子2は下向きであり、あるいは、同じ確率で、粒子1が下向きの状態であれば粒子2は上向き状態にある．したがって、粒子1についてだけみると上向きと下向きの状態が50%ずつ存在する．粒子2についても同様である．

ところが、この状態がスピン間の相互作用が働く限られた領域で作られた後、スピン1と2が左右に遠く離れて、そこで検出器 D_1 と D_2 によって検出されたとすると、奇妙なこ

とが起こる．すなわち、 D_1 が上向きスピンを検出すれば、 D_2 では粒子2は下向きスピンの状態で検出される(波束の収縮)．すなわち、粒子2はそれまで前述のように上向きと下向きが同確率の状態にあったのに、遠く離れた D_1 が粒子1のスピン $|\uparrow\rangle_1$ を検出したとたんに $|\downarrow\rangle_2$ という状態になってしまった．これは不思議なことである．あたかも遠距離のスピン間に相互作用あるいはその情報が光速より早く伝わったかのようなのである．これがEPRが気持ち悪い遠隔作用(spooky action at a distance)といったもので、パラドックスの重要な部分である．この非局所的な遠距離相関の存在を確かめる実験は、量子論を使わない局所理論の可能性を否定する実験とともに、1980年以降に主として光学実験によって行なわれた．この遠距離相関は光子の波束の長さより十分に長い距離において、さまざまな実験によって確かめられた．

4. もつれた状態の生成

スピンよりも実験的に現実性のある系として光の偏光状態を用いることが提案され⁴⁾、これによってEPRの検証実験およびもつれた状態の様々な実験が飛躍的に進むことになった．光では偏光の他にも、周波数広がりを用いたもつれた状態や、スクイズド状態の直交位相振幅によるものが実現されている⁵⁾．

4.1 カスケード放出によるもつれた状態の生成

信頼性の高いEPRパラドックスの実験を初めてアスペら⁶⁾が行なったが、そこで用いられたのはカスケード放出によるもつれた状態であった．Fig.1に示すように一重項間のカスケード放出では $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ の1段目の遷移で $\hbar\omega_1$ の光子が放出され、2段目の遷移で $\hbar\omega_2$ の光子が放出される．原子から $\pm z$ 方向のそれぞれ6m離れた点に $\hbar\omega_1$ と $\hbar\omega_2$ の光を通すフィルターを置いて検出する．上の遷移($\Delta m = \pm 1$)で $(|x\rangle_1 \pm i|y\rangle_1)/\sqrt{2}$ の円偏光が放出されると、下の遷移($\Delta m = \mp 1$)では $(|x\rangle_2 \mp i|y\rangle_2)/\sqrt{2}$ の円偏光が放出されることになる．ゆえに放出された二光子の状態は

$$|\psi\rangle_{12} = \frac{1}{2}[(|x\rangle_1 + i|y\rangle_1)(|x\rangle_2 - i|y\rangle_2) + (|x\rangle_1 - i|y\rangle_1)(|x\rangle_2 + i|y\rangle_2)] = |xx\rangle_{12} + |yy\rangle_{12} \quad (4)$$

となる．ここで、 $|x\rangle_1$ は1個の光子1があって、それが x 偏光状態にあることを示す．これももつれた状態である．例えば、光子2の偏光を90°回転すれば(3)式のような $|xy\rangle_{12} - |yx\rangle_{12}$

Fig.1 Generation of entangled states in calcium-atomic cascade.

を得ることもできる。

非局所相関の実験はFig.2のように光源から左右に離れた2点にそれぞれ偏光ビームスプリッターと2台の検出器を置き、 θ_1 方向および θ_2 方向の偏光とそれらに垂直な偏光を分離して同時計数測定をすればよい。実際には波長406.7nmのクリプトンレーザー光と581nmの色素レーザー光によってカルシウム原子線を二光子励起することによって行なわれた⁶⁾。原子線を真空容器中で小さな炉から上方に飛ばし、これに水平方向からレーザー光を照射した。例えば θ_1 方向と θ_2 方向の偏光の同時計数確率の測定結果は、予想される $\cos^2(\theta_1 - \theta_2)$ とよく一致した。

4.2 パラメトリック変換によるもつれた状態の生成

パラメトリック変換によるシグナル光とアイドラー光の2光子によっても偏光を用いたもつれた状態を生成することができる⁷⁾。とくに、一軸結晶のType II による位相整合⁸⁾ではポンプ光を異常光線、シグナル光とアイドラー光を常光線と異常光線の組み合わせに選び、進行方向を z 軸、常光線方向を x 軸とすると、得られる二光子状態は

$$|xy\rangle_{12} - |yx\rangle_{12} \quad (5)$$

というEPR状態になる。(一般には第1,2項間の相対位相が入る。)通常の位相整合ではこれら光子1と光子2の放出方向は一致した方向にとるが、2光子が異なる二つの方向1,2に放出され、かつもつれた状態になるようにするため、ポンプ光の入射角をこの場合より結晶軸方向から遠ざける。このとき x 偏光の光と y 偏光の光は互いに交差する円錐の母線上に放出され、その一つの交線方向では $|x\rangle_1$ と $|y\rangle_1$ が、他の交線方向では $|y\rangle_2$ と $|x\rangle_2$ が重なる。クイアットら⁸⁾はBBO結晶をアルゴンレーザーの351.1nmの光でポンプし、互いに6°離れた方向に $|x\rangle_1$ と $|y\rangle_2$ 、または $|y\rangle_1$ と $|x\rangle_2$ の光を得た。この様子を著者ら^{9,10)}がBBO結晶をTi:サファイアレーザーの2倍波388nmで励起する場合に計算したものと実験結果をFig.3に示す。著者ら^{9,10)}はまた、得られたパラメトリック変換光のそれぞれの光路に光軸を θ_1, θ_2 方向にした $\lambda/2$ 板を置いて、透過した x 方向の光子1と、同じく y 方向の光子2の同時計数確率 $\langle I_{1x} I_{2y} \rangle$ がFig.4のように $\sin^2 2(\theta_1 - \theta_2)$ に比例する強い相関を持っていることを確かめた。

なお、さらに、一方の光の光路に1/2波長板の光学軸を x 方向に揃えて入れたり、それに45°方向に入れたりすることによって、四つの状態 $|xy\rangle_{12} \pm |yx\rangle_{12}$, $|xx\rangle_{12} \pm |yy\rangle_{12}$ のすべてが得られる。

4.3 周波数の広がりによるもつれた状態の生成

フランソン(J. D. Franson)は¹¹⁾、2光子をそれぞれFig.5の

Fig.2 Test of Bell's inequality using two photons in polarization-entangled state.

ような長い腕 l と短い腕 s を持つ非対称なマッハツエンダー干渉計に通しても、異なる周波数の組み合わせによるもつれた状態がつくられることを示した。すなわち、有限なスペクトル幅で有限なコヒーレンス時間 $1/\Delta\omega$ を持った光が、 $1/\Delta\omega$ より長い光路差の l と s を通った状態を直交する二つの状態と考える。それは、コヒーレンス時間 τ_c より長く遅延させた二つの光は干渉しないからである。しかし、左右の腕の l どうしの遅れと、 s どうしの遅れが τ_c より十分小さければ、強度干渉と同様にして干渉が起こる。

パラメトリック変換によって得られる2光子状態は、 ω_0

Fig.3 Generation of entangled states in Type II parametric down-conversion. (a) Angular distribution of down-converted light viewed from pump light direction (calculated at 388 nm pump⁹⁾). (b) Photon distribution taken with a CCD camera.¹⁰⁾

Fig.4 Polarization correlation of parametric down-converted photons taken with analyzers both at x polarization.¹⁰⁾

Fig.5 Generation of entangled states with multi-frequency superposition.

をポンプ光とすると、シグナル $\omega_s = \omega$ とアイドラー $\omega_i = \omega_0 - \omega$ のモードに1個ずつの光子を持つ。これは

$$|\psi\rangle = \int d\omega \phi(\omega) |\omega\rangle_1 |\omega_0 - \omega\rangle_2 \quad (6)$$

と表わすことができる。これは連続した周波数 ω についての和になっていて、これももつれた状態である。

4.4 スクイズド状態の直交位相振幅によるもつれた状態の生成

よく知られているように電磁場のハミルトニアンは質量 $m=1$ の機械的調和振動子のハミルトニアンと同じ形を持っている。そこで、電磁場の消滅および生成演算子を実数部分と虚数部分に分けて

$$\hat{a} = \hat{x} + i\hat{p}, \quad \hat{a}^\dagger = \hat{x} - i\hat{p} \quad (7)$$

によって、直交位相振幅 $\hat{x}$ と $\hat{p}$ を導入するとき、

$$\hat{p} = \sqrt{2\hbar\omega}\hat{x}, \quad \hat{q} = \sqrt{2\hbar/\omega}\hat{x} \quad (8)$$

をそれぞれ運動量と座標として、機械的調和振動子と同型式のハミルトニアンを得る。

そこで、光の二つの直交位相成分を用いれば、EPRのオリジナルな提案と同じ連続状態を用いたパラドックスの実験ができる。電磁場の準確率分布を与えるウイグナー関数を用いた解析によると、直交スクイズド状態において大きなスクイズの極限 $r \rightarrow \infty$ において光子1と2の電磁場の分布関数が

$$W(x_1, x_1'; x_2, x_2') \rightarrow C\delta(x_1 - x_2)\delta(x_1' + x_2') \quad (9)$$

となることをブラウンシュタインらは示した¹²⁾。これはEPRの(1)式と(2)式に対応する分布関数である。

パラメトリック増幅器あるいは発振器で発生したスクイズド状態のシグナルに対してホモダイン検出を行なえば x_1 と x_1' を検出することができ、アイドラーに対しても同様に x_2 , x_2' を検出することができる。この場合できるだけ大きなスクイズを行なうことが必要である。シグナルとアイドラーは異なる偏光状態にし、周波数的には縮退したスクイズド状態を発生させ、EPRパラドックスのテストが行なわれた¹³⁾。

5. 通信とテレポーテーションへの応用

もつれた状態の非局所相関は量子力学の原理に基づくものであり、さらに1個の光子を用いるため、盗聴不可能な量子通信、暗号通信、あるいは量子状態を転送する量子テレポーテーションなどへの応用が可能になる。

もつれた状態には一方の光子を検出するまでは何の情報も存在しない。すなわち、

$$|\Psi\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|xy\rangle_{12} - |yx\rangle_{12}) \quad (10)$$

において、光子1を x 偏光で検出すれば、光子2は y 偏光状態になって、そのとき初めて情報を持つことになる。この情報は x - y 基底でなくても、任意の方向の直交基底でも、左右の円偏光でもよい。例えば、 x 軸方向から θ だけ y 方向に回転し

た座標系を x' - y' 基底とすると、

$$\begin{aligned} \hat{a}_{1x} &= \hat{b}_{1x} \cos\theta + \hat{b}_{1y} \sin\theta \\ \hat{a}_{1y} &= \hat{b}_{1x} \sin\theta - \hat{b}_{1y} \cos\theta \end{aligned} \quad (11)$$

の関係を用いて、(10)式は

$$|\Psi\rangle_{12} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(|x'y'\rangle_{12} - |y'x'\rangle_{12}) \quad (12)$$

と書き直せる。そこで、もしこの x' 方向で光子1を検出したとすると、光子2は y' 方向に決まる。また、左右の円偏光の基底をL, Rとすると、

$$\begin{aligned} \hat{a}_x &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_L + \hat{a}_R) \\ \hat{a}_y &= -\frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{a}_L - \hat{a}_R) \end{aligned} \quad (13)$$

の関係を用いて、(10)式は

$$|\Psi\rangle_{12} = \frac{i}{\sqrt{2}}(|LR\rangle_{12} - |RL\rangle_{12}) \quad (14)$$

ともかける。そこで、もし左円偏光で光子1を検出したとすると、光子2は右円偏光状態に決まる。

このような事実を利用して、光子を送信者(アリスと呼ぶのが便利で、それが慣習となっている)が受信者(ボブ)に伝送するときには、どの基底方向で偏光測定をするかを明かさずに光子を送る(Fig.6)。これを測定したあとで当事者間で基底を照合することによって安全な通信あるいは暗号鍵の配送ができる。そのとき、第三者(イブ)が情報を盗聴したり通信を妨害したときに当事者たちが気付くような様々な方式が考えられている。例えば、エッカート¹⁴⁾の提案ではEPRパラドックスの相関の検証に用いられるベルの不等式を用いて2光子の相関がイブの介入によって乱されていないかをチェックする。すなわち、基底を照合した後で、アリスとボブが意図した基底の方向になった測定のみを選び出し、さらにその一部を選んで通常の“古典通信”によってチェックを行なう。それに合格すれば他の残りも安全なことが保証される。そのほかチェックの方法には直線偏光や円偏光の組み合わせを含めた様々なものが提案されていて、EPR状態の特性が生かされる。

一方ベネット¹⁵⁾は、ある量子状態を遠方の別の光子に転送する量子テレポーテーションを提案した。その転送すべき量子状態は送り手のアリスにも知られていない(破壊されてしまうので知ることができない)。この未知の量子状態の光子を別に用意したもつれた状態の2光子の一方と混合させて相関をとることによって、他方の光子にこの量子状態を転送させることが可能であるというのである。

Fig.6 Quantum communication and cryptography.

Fig.7 Quantum teleportation.

Fig.7のように、送り手のアリスのもとに未知の状態の光子1があって、その状態を

$$|\phi\rangle_1 = a|x\rangle_1 + b|y\rangle_1, \quad (15)$$

とする。別に光子2と3でアンシラ (ancilla = maidservant) と呼ばれるもつれた状態

$$|\Psi^{(-)}\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|xy\rangle_{23} - |yx\rangle_{23}) \quad (16)$$

を作り、そのうちの光子2をアリスに、光子3をボブに送る。このとき全系の状態は

$$|\Psi\rangle_{123} = |\phi\rangle_1 |\Psi^{(-)}\rangle_{23}. \quad (17)$$

となる。ここで注意すべきことは、たとえアリスのところに光子1と2だけが行ったとしても、われわれは常に全空間にある粒子を考えて状態関数を表わすべきことである。その上で局所的な測定を行なうのであれば、その測定に対する演算子を用いて期待値をとり、測定結果を予測する。

(17)式に(15)式と(16)式を代入して、光子1, 2のグループと光子3に分け直すと

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{123} &= |\phi\rangle_1 |\Psi^{(-)}\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a|x\rangle_1 + b|y\rangle_1)(|xy\rangle_{23} - |yx\rangle_{23}) \\ &= \frac{1}{2}(-|\Psi^{(-)}\rangle_{12}|\phi\rangle_3 + |\Psi^{(+)}\rangle_{12}|\phi'\rangle_3 + |\Phi^{(-)}\rangle_{12}|\psi\rangle_3 + |\Phi^{(+)}\rangle_{12}|\psi'\rangle_3) \end{aligned} \quad (18)$$

と表わすことができる。ここで四つのベル基底状態を

$$\begin{aligned} |\Psi^{(\pm)}\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|xy\rangle_{12} \pm |yx\rangle_{12}) \quad \text{および} \\ |\Phi^{(\pm)}\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|xx\rangle_{12} \pm |yy\rangle_{12}). \end{aligned} \quad (19)$$

と定義した。これらは完全直交系をなすので、これで $|\Psi\rangle_{123}$ を展開することができて、係数として光子3についての四つの状態

$$\begin{aligned} |\phi\rangle &= a|x\rangle + b|y\rangle, & |\phi'\rangle &= -a|x\rangle + b|y\rangle, \\ |\psi\rangle &= b|x\rangle + a|y\rangle, & |\psi'\rangle &= -b|x\rangle + a|y\rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

が現われた。もし、アリスが光子1と2に対して、たまたま $|\Psi^{(-)}\rangle_{12}$ を検出したとすると、(18)式によって光子3は $|\phi\rangle_3$ に収縮する。すなわち $|\phi\rangle_1$ を $|\phi\rangle_3$ に転送することができた。しかし、もしアリスが $|\Psi^{(+)}\rangle_{12}$ や $|\Phi^{(-)}\rangle_{12}$ や $|\Phi^{(+)}\rangle_{12}$ を検出すると光子3は $|\phi'\rangle_3$ や $|\psi\rangle_3$ 、 $|\psi'\rangle_3$ になる。ところが、この3者はユニタリー変換で $|\phi\rangle_3$ に変換することができ、 $\lambda/2$ 板など

による線型の変換素子で簡単に移すことができる。ただ、ボブはアリスがどのベル状態を検出したかを知る必要がある。そこでアリスはこのベル測定の結果を古典通信法によってボブに知らせればよい。

ところが、ここで問題があって、四つのベル状態のうち二つを区別することは簡単にできるが、四つを全部区別して測定することは線型の検出器を用いては困難である。そこでこの場合もつれた状態を使って最大50%しかテレポーテーションが成功しない。このほか以上の議論では、実験のさまざまな量子効率を考慮しなかったで、これらを入れると効率はもっと下がる。さらに、ビームスプリッターから入ってくる真空雑音や、パラメトリック下方変換において生ずる4光子状態の影響などを考慮すると、(16)式の量子状態に1:1に対応する量子テレポーテーションを実験的に実現することは容易ではない。

テレポーテーションの最初の実験はザルツブルグ¹⁶⁾とローマ¹⁷⁾のグループで成功した。しかし、ベル測定の困難さのためにベネットのオリジナルな提案のままの実験にはなっていないところに不満がある。そこで、カルテックのグループ¹⁸⁾は前述のスクイズド状態のもつれた状態を用いて、ベル測定の困難を回避して量子論的領域における真の“量子”テレポーテーションの実験を実現した。

謝 辞

修士課程で実験を引き継ぎ成果を上げてくれた関屋、山本、叶の3君、および議論でお世話になった元吉助教授に感謝いたします。

参考文献

- 1) E. Schrödinger: *Collected Papers on Wave Mechanics* (Chelsea Publishing Co., New York, 1978) p.130 (Translated from *Annal. d. Phys.* **81** (1926) 109.); E. Schrödinger: *Proc. Camb. Phil. Soc.* **31** (1935) 555.
- 2) A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen: *Phys. Rev.* **47** (1935) 777.
- 3) D. Bohm: *Quantum Theory* (Prentice Hall, 1951) Chap.22.
- 4) J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt: *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 880.
- 5) 松岡 正浩：量子光学（東京大学出版会、1996）第10章。
- 6) A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger: *Phys. Rev. Lett.* **49** (1981) 460.
- 7) Y. H. Shih and C. O. Alley: *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 2921.
- 8) P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, and A. Zeilinger: *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 4337.
- 9) 山本 俊：修士論文、熊本大学自然科学研究科（1999）。
- 10) 叶 浩司：同上（2000）。
- 11) J. D. Franson: *Phys. Rev. Lett.* **62** (1989) 2205.
- 12) S. L. Braunstein and H. J. Kimble: *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 869.
- 13) Z. Y. Ou, S. F. Pereira, and H. J. Kimble: *Appl. Phys.* **B55** (1992) 265.
- 14) A. K. Ekert: *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 661.
- 15) C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters: *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1895.
- 16) D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger: *Nature* **390** (1997) 575.
- 17) D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, and S. Popescu: *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 1121.
- 18) A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik: *Science* **282** (1998) 706.