光情報処理の基礎 I

谷田貝 豊彦

筑波大学 物理工学系 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1)

Fundamentals of Optical Information Processing I

Toyohiko YATAGAI

Institute of Applied Physics, University of Tsukuba, Tennoudai 1-1-1, Tsukuba, Ibaraki 305-8573

(Received April 16, 2001)

1. はじめに

デジタル方式のコンピューターが誕生してようやく50年になろうとしている。今日のコンピューターは、(1) デジタル方式で情報を処理し、(2) プログラムを機械の記憶装置の中に内蔵し、(3) これらが電子的に逐次的に駆動されていることが特徴である¹⁾。von Neumannがこの方式を提案して以来、今日に至るまでコンピューターの構成方式の基本に大きな変化はなかった。しかし、その能力は、飛躍的に発展し、今やわれわれの生活に不可欠のものになっている。

コンピューター技術の発展により、その応用範囲が拡大し、処理すべきデータも爆発的に増加し、結果的にコンピューターの能力向上への要請も強まることになる。いかにコンピューターの能力が向上しようとも、常に高度な処理や膨大な量のデータ処理に対する要請は存在することになる。特に、画像や音声処理などのパターン情報処理、自動翻訳やエキスパートシステムなどの知識情報処理、科学技術計算などの分野においては大容量高速コンピューターに対する期待はとどまるところを知らない²⁾。

これまでの、コンピューターの発展をハードの面から支えてきたのは、半導体LSIを中心としたマイクロエレクトロニクス技術による微細化集積化技術であるが、この傾向はしばらくの間は継続し、コンピューター技術は順調に発展を続けるであろう。サブミクロン超微細加工技術、3次元IC技術の開発がこれを支えるものとして期待されている。これらの技術を足がかりに、新しい高速処理アーキテクチャー、並列処理アーキテクチャー、階層構造アーキテクチャー、さらには、パターン認識や連想に適した新しいアーキテクチャーやアルゴリズムが研究開発されつつある³⁾。

しかし、これまでの半導体エレクトロニクス技術の延長線上の技術のみで、コンピューターの発展を今後とも継続できるであろうか。はなはだ疑問と言わざるを得ない。

このような背景から、まったく異なった視点からハード

とソフトの両面にわたって情報処理を見直し、新しい概念に基づくコンピューター技術の必要性が叫ばれている。バイオコンピューター^{5,6)}、ニューラルコンピューター^{7,8)}などと並んで、光コンピューター⁹⁻¹⁹⁾に対しても関心が高まっている。

電子にかわって光を情報の媒体として用いることにより、(1) 処理の並列性、(2) 情報伝達の高速度性、(3) 電磁ノイズの無誘導性、などのすぐれた特長を獲得できる。特に、光学系の結像、回折、散乱特性を利用すると、二次元並列的に各デバイス間の結線(インターコネクション)が容易にでき、また二次元並列的結線の切り替えも可能である。これが、(1)の並列性の意味である。光を情報の媒体として用いるときわめて自然な形で、並列処理が導入できることが分かる。

これら光の利点を生かすための具体的なデバイスおよびアーキテクチャ検討されているのである。

しかし、後に述べるように光演算デバイスの能力および複雑度は現在のところ必ずしも高くはないが、並列演算能力およびインターコネクションに対する潜在的な能力は極めて高い。この事実から光コンピューターのイメージがおのずと浮かび上がってくる。すなわち、個々のプロセッサの能力は低く粒度が小さくともこれを極めて多数配置し、複雑な光インターコネクションによって大規模な情報処理システムを構築すること。このことによって光コンピューター開発への道はひらける。

そして、バイオコンピューターやニューロンコンピューターと光コンピューターとの接点もまさにこの点にある。神経回路網の優れた情報処理能力の秘密は、個々のニューロンの演算能力によるばかりでなく、ニューロン間の結線の複雑性にあるからである。大規模並列情報処理システムの本質の一つはこのインターコネクションの複雑性にあると言っても過言ではない。このことはプロセッサ間の通信の問題と置き換えてもよい。莫大な数のプロセッサ間の通信をいかにして可能にするか、またいか

にして能率を向上させるかが大規模並列システム開発の鍵である。

これらの背景、技術的要請を受けて、並列光デバイスや高速光スイッチングデバイス、光配線(光インターコネクション)、さらには光による大規模並列演算法の研究開発活発に研究されるようになってきた。

本講義の第1回では、まず並列光デバイスについて簡単に述べ、次に並列型の光コンピューティングの基礎となる光の回折現象とそのフーリエ光学的な取り扱いについてのべる。第2回では、フーリエ光学を用いたアナログ光コンピューティングを、第3回にはニューラル光コンピューティングとデジタル光コンピューティングを紹介する。

2. 光コンピューター用デバイス技術

光波の振幅、位相、強度分布を空間的に制御するデバイスは、従来から空間光変調器と呼ばれてきた。空間光変調器はFig.1に示すように、書き込み情報を検出するアドレス層とこの情報をもとに読み出し光を変調する光変調層とから構成される、並列型の3端子デバイスであるとみなすことが出来る²⁰⁾。この空間光変調器は、並列情報を直接光で書き込む光アドレス型(Fig.2)と時系列電子情報により書き込む電気アドレス型(Fig.3)とに大別される。これらのデバイスの特性をTable 1とTable 2にまとめておく。この

Fig.1 Principle of spatial light modulator (SLM).

Fig.2 Elements of optically addressed SLMs.

Fig.3 Elements of electronically addressed SLMs.

図からも分かるように、液晶、サーモプラスチック以外は無機材料が用いられている。一次元的な光変調である、光強度変調、波長変調、位相変調の分野では、有機材料を用いたデバイスの研究が活発であることと対照的である。

2.1 空間光変調器

液晶を用いた空間光変調器の構成は、光信号を変調する液晶層と書き込み光エネルギーを液晶に伝達する層とから成っている。液晶空間光変調器の構造の一例²¹⁾をFig.4に示す。このデバイスの受光部は光伝導体CdSである。光伝導体に入力画像を投射すると、光が当たった部分は光導電体のインピーダンスが低下し、光が照射されていない部分に比べて高い電圧が印加される。このため、入力画像の強度分布にしたがった電圧が液晶に加わり、液晶(ネマチック形)のハイブリッド電界効果によって読み出し光の偏光状態が変化し、これを検光子で検出する。読み出し光は誘電体ミラーで反射される。解像度は、30本/mm程度、30ms程度の応答速度のものが市販されている。並列度は、 5×10^5 程度である。

液晶の代わりにフォトリフラクティブ結晶Bi₁₂SiO₂₀(BSO)を用いた空間光変調器(PROM, Pockels Readout Optical Modulator)もある^{22,23)}。BSOは光導伝性と電気光学効果をあわせ持っているため特別な受光部を持つ必要がない。解像度は15本/mm程度で、並列度は 10^5 程度である。

光電面、マイクロチャンネルプレートおよび電気光学結晶とから成る空間光変調器がMSLM(Microchannel SLM)²⁴⁾である。その構造は、Fig.5のように、光電面、加速・集束電極系及びマイクロチャンネルプレート(MCP)、電気光学結晶から成っている。MCPと結晶の間には、結晶表面電荷を制御するために、メッシュ電極が取り付けられている。光電面に入力画像が照射されると、光電子が発生しMCPで数千倍

Table 1 Optically addressed SLMs.

	光変調材料	アドレス材料	解像度 lp/mm (50%MTF) またはpixel	感度 $\mu\text{J}/\text{cm}^2$	応答時間(ms) 書き込み 消去	蓄積時間	コントラスト	備考
LCLV	Twisted Nematic 液晶	CdS	30	2	10 30	10ms	50/1	
	"	アモルファスSi	38	2	10 10	10ms	20/1	
	"	Siフォトダイオード	12	1	5 20	10ms	100/1	
	"	BSO	10	20	15 15	10ms	20/1	
	Nematic液晶	GaAs	14		10 10			
VGM-LCLV	"	ZnS	5	15	1,000 1,000	10sec		
	強誘電性液晶	アモルファスSi	25		0.1 0.1			
LCLV	スメクチック結晶	酸化バナジウム フタロシアニン	3,000×3,000 pixels		2 μs /pixel		10/1	
PROM	BSO	BSO	15	5	5 1	1h	1000/1	演算機能
PRIZ	BSO	BSO	20	5	5 5	1h		
MSLM	LiNbO ₃	光電面+MCP	9	0.02	100 200	1day	1000/1	演算機能
Photo-Titus	DKDP	アモルファスSe	15	10	0.01 0.03	1h	1000/1	演算機能
FERPIC	PLZT	PVK	40 (10%MTF)	10×10 ³	1,000 1,000	h	25/1	
CERAMPIC	PLZT	ZnCdS	20		1 10	h	100/1	
	PLZT	Si-Photo Tr	2×2 pixels					
PICOC	BSO	BSO	10	80	30 10	h		
PEMLM	membrane	光電面+MCP	30	5×10 ⁻⁴	0.5 0.5	days		演算機能
OTO-DMD	membrane	Si-Photo Tr	128×128 pixels	2	0.025 0.04	200ms	30/1	
TP	サーモプラスチック	PVK	1,000	10	5,000 5,000	years	100/1	
VO ₂	VO ₂	VO ₂	150	10 ⁴	10 ⁻³ 1	years		

Table 2 Electronically addressed SLMs.

	光変調材料	アドレス材料	解像度	応答時間	蓄積時間	コントラスト	備考
LCLV	Twisted Nematic 液晶	CCD	256×256 pixels	20MHz _f	10ms	50/1	
	"	電子ビーム	2 lp/mm (50%MTF)	3Hz _f		40/1	
	"	"	10 lp/mm	25ms		60/1	
	強誘電性液晶	Matrix	64×64pixels	2.5ms/frame		35/1	
MSLM	LiNbO ₃	電子ビーム	3 lp/mm (50%MTF)	W.200ms, E.50ms	days		演算機能
EBSLM	"	"	10 lp/mm (50%MTF)	W.100ms, E.200ms	days	1000/1	演算機能
BGO ライトバルブ	BGO	"	10 lp/mm (50%MTF)	ビデオレート		15/1	
Titus	DKDP	電子ビーム	20 lp/mm (50%MTF)	W.32ms, E.1ms	1h	150/1	演算機能
PLZT	PLZT	Si-Tr	12×12pixels				
	"	Matrix	128×128pixels	10 μs /pixel	10ms	25/1	
TIR	LiNbO ₃	電極	4735pixels	128MHz _f		100/1	
DMD	membrane	Si-Tr	128×128pixels	TVrate	200ms	30/1	
Micro-Mechanical	SiO ₂ paddle	"	2×18pixels	1MHz _f		10/1	
	"	電子ビーム	600TV lines	W.30ms, E.30ms	months	15/1	
Eidophor	油膜	"	50 lp/mm	W.15ms, E.15ms	30ms		
LIGHT-MOD	YIG	Matrix	128×128pixels	1 μs /pixel	years	1000/1	
SIGHT-MOD	"	"	512×512pixels	1 μs /pixel	years	1000/1	
LISA	GIG	"	256×256pixels	20 μs /pixel	years		
Electro-absorptive	GaAs	CCD	16×1pixels	1ms/pixel	ms		
AO	TeO ₂	LiNbO ₃ (音響トランスデューサ)	32×120 Pixels	2 μs			
LTM	C ₂ H ₅ OH	Matrix	256×1pixels	W.1ms, E.1ms	1ms		
Electro-capillary	液体-液体界面	Matrix		W.3ms, E.3ms			

から一万倍に増幅され、結晶表面に電荷パターンを形成する。結晶にこの電荷パターンに応じた電界パターンが印加され、電気光学効果によって読み出し光の偏光状態を変化させ、検光子でこれを検出する。応答速度30ms、並列度10⁴程度である。

2.2 DM光変調器

アルミニウム薄膜の変形を利用した電子書き込み型空間光変調器がDMD(Deformable Mirror Device)である。

Fig.6にその構造を示す。アドレス層はMOSトランジスタで構成されアルミニウム薄膜と電極間の静電力によって薄膜を変形させる^{25,26)}。このデバイスの読み出しは、変形した反射鏡からの反射光をシュリーレン光学系で強度分布に変換して読み出す。128×128の画素でフレームレートが150フレーム/秒のものが開発されている。また、薄膜の変形の代わりにカンチレバーの曲がりを利用するものや、細線のねじれを利用する構造のものなども工夫されている。この構造のものにはハイビジョン表示用に1152×

Fig.4 Liquid crystal SLM.²¹⁾

Fig.5 Micro channel plate SLM.²⁴⁾

Fig.6 Structure of deformable mirror device.²⁵⁾

2048画素のものも開発されている。

2.3 光双安定デバイス

一つの入力光強度に対して、出力強度が二つの安定状態をとる現象を、光双安定という²⁷⁻³⁰⁾。光双安定は一般に非線形素子とフィードバック機構を組み合わせることによって実現できる。双安定半導体レーザーBILD(Bistable Laser Diode)³¹⁾は、レーザーダイオードと光検出器を直列に配置し、レーザーダイオードの出力の一部を光検出器に入力する構造である。レーザーダイオードのしきい値発振特性と光検出器の飽和特性の2つの非線形特性を使って

おり、光検出器の出力をレーザーダイオードの注入電流にフィードバックしている。

この他にも光双安定デバイスとして様々な提案があるが、大別すると、(a)帰還ループとして電気回路を用いるハイブリッド型、(b)光非線形媒質と光共振器とから成る純光学型、(c)過飽和吸収体を素子内部に含むレーザーダイオードのようなモノリシック型、に大別できる。BILDは(a)のタイプである。LED・HTP(Heterojunction Phototransistor)³²⁾やVSTEP(Vertical to Surface Transition Electro-Photonic Device)³³⁾のどのようなBILDの集積タイプと考えられる素子も開発されているので、これらの区別が困難なものもある。

SEED(Self-Electrooptic Effect Device)³³⁾はpinフォトダイオード型の構造をしている光双安定デバイスである。真性層(i層)で吸収された光が電流として検出される。しかし、i層の一部はGaAsとGaAlAsの多重量子井戸構造(MQW, Multiple Quantum Well)をしており、外部電界によって励起子準位が変化し光吸収スペクトルが変化する。入射光変化が検出電流変化をもたらし、これが外部電界に変化を与え、さらに吸収率変化をもたらすという正のフィードバックがはたらくとき光双安定効果が生じる。

純光学型(b)の一例として、GaAs非線形エタロンの構成³⁵⁾を考えよう。このデバイスでは、GaAsの励起子吸収の飽和にもとづく非線形屈折効果と反射膜によるフィードバックを利用して双安定現象を発生させている。40ns程度のスイッチング速度が得られている。GaAsをGaAsとGaAlAsのMQWにすることによって常温動作が可能なることも報告されている。また、100×100程度の二次元アレイ化された素子も報告されている³⁶⁾。

励起子吸収以外の現象を利用した非線形エタロンも報告されている。GaAsとGaAlAsの量子井戸の一つのバンド内部での量子化準位間光学遷移(QWEST, Quantum Well Envelope State Transition)を利用したQWESTデバイス³⁷⁾がそれである。この材料を光学多層膜の反射鏡でサンドウィッチした構造の素子で、NORゲートが提案され、ps程度のスイッチング速度が期待できるという。

2.4 半導体レーザー

半導体レーザーは小型で、発振の効率も他のレーザーと比較して高いので、光通信や光情報処理用の光源として利用されている^{38,39)}。通常の半導体レーザーは、その構造から基板に平行にレーザー光が射出するが、これを基板と垂直方向にレーザー光を取り出せる構造のものが面発光レーザーである^{40,41)}。VCSEL(Vertical-cavity surface-emitting laser)とも呼ばれている。Fig.7に示すように、(1)基板の表と裏に反射層をもうけたもの、(2)通常の半導体レーザーに45度の反射鏡を取り付けたもの、(3)回折格子によって垂直にレーザー光を取り出すもの、などがある。

2.5 フォトリフラクティブ結晶

ホログラフィと同様に、光照射によって物質中に回折格子が形成され、この格子によって光が回折される場合にも、位相共役波が発生する。ホログラフィでは、回折格子の形

Fig.7 Surface emitting lasers.⁴¹⁾

成と位相共役波の発生は同時ではなかったが、光誘起屈折率効果を持つ物質では、両者が同時に起こり、いわば実時間ホログラフィが可能となる^{42,43)}。LiNbO₃、BaTiO₃、Bi₁₂SiO₂₀などの結晶が代表的なフォトリフラクティブ物質である。

光誘起屈折率効果は、光照射によって結晶中に屈折率変化が生じる効果であり、次のような通常バンド輸送モデルで説明される。最も単純な準位1キャリアの場合には、(1)光励起によりキャリア(この場合には電子)が発生し、(2)キャリアが拡散し、(3)それがトラップされて空間電場が形成され、(4)それによって電気光学効果による屈折率変化がもたらされる。今、二光束干渉によって正弦的な強度分布が結晶中に形成されたとする。結晶中の多数キャリアが電子である場合を考えると、光強度分布に対応して電子がドナー準位から伝導帯に励起され、この電子は拡散により拡がる。また、電界が印可されている場合にはドリフトも生じる。これにより、空間的な電子密度の分布が生じる。この電子密度分布は空間電界分をつくり、ポッケルス効果(一次の電気光学効果)により屈折率変化を起こす。もとの光強度分布が正弦的であったので屈折率分布も正弦的になりこの結果結晶中には位相格子が形成されることになる。

互いにコヒーレントな光ビームをフォトリフラクティブ媒質中で重ねると、干渉縞は屈折率格子を作る。この格子によって光ビームは回折を受けこの回折光と元の入射ビームが干渉することになる。このように二つのビームが互いに影響しあうことを2光波混合という。フォトリフラクティブ効果においては空間的にできている干渉縞の位相と屈折率格子の位相とは必ずしも一致しないので、光波混合されている二つのビームの一方から他方へエネルギーが移ることになる。はじめ低いエネルギーであったビームが光波混合によって高いエネルギーのビームになるので光の増幅が行われていることになる。もちろん他のビームは減衰している。

フォトリフラクティブ結晶においても四光波混合によって位相共役波を発生することが出来る(Fig.8)。この場合には、一方のポンプ光とプローブ光がつくる位相格子に、別のポンプ光が呼び出し光になって回折波(これが位相共役波になる)を発生させるのである。

また、入射光がフォトリフラクティブ媒質の表面反射を受けたり適当な反射を受けたりして媒質中にたまたま干渉縞が形成されると、それによって屈折率格子ができ位相

Fig.8 Four-wave mixing with photorefractive crystal.

共役波を発生することがある。この場合は、4光波混合のようにわざわざ対向するポンプ光を用意する必要がなく、自己励起型位相共役発生と呼ばれている。

2.6 その他のデバイス

光非線形効果である縮退4波混合を用いた位相共役の現象を利用すると、並列論理演算、連想記憶、あるいは時間領域でのメモリ動作が可能である^{44,45)}。光連想メモリの閾値機能を備えたフィードバック用反射鏡としての利用法も報告されている⁴⁶⁾。フォトンエコーの現象は時間領域のメモリとして利用できる⁴⁷⁾。

また、波長多重化光メモリとして注目されている。PHB(Photochemical Hole Burning)の現象も高解像度の並列記憶材料として興味をもたれている^{48,49)}。

3. 回折とフーリエ光学

3.1 光波の回折⁵⁰⁻⁵⁷⁾

3.1.1 フレネル・キルヒホッフの回折積分

光コンピューティングの基本は、光波の並列的伝播によっている。光波の並列的伝播の現象は、物理的には回折と呼ばれている。Fig.9に示すように、空間のある点Qに光源があり、波長 λ の球面波

$$u = \frac{A}{r} e^{ikr} \quad (3.1)$$

を発生させているとしよう。ただし、

$$k = 2\pi/\lambda \quad (3.2)$$

今、面 P_1 に開口 Σ があり、この球面波を遮っているとする。このとき、面 P_1 の後方にある面 P_2 上の一点 $P(x_0, y_0)$ における光波の振幅を考えてみる。フレネル・キルヒホッフの積分定理によれば、これは、

Fig.9 Diffraction of light wave.

$$u(P) = \iint_{\Sigma} \frac{A \exp[ik(r+r_o)]}{rr_o} dS \quad (3.3)$$

で与えられる。この積分は、二つの部分に分けることが出来る、

$$u(P) = \iint_{\Sigma} \frac{A \exp(ikr)}{r} \frac{\exp(ikr_o)}{r_o} dS \quad (3.4)$$

すなわち、 $\frac{A \exp(ikr)}{r}$ は、光源Qから面 P_1 に到達した球面波であり、 $\frac{A \exp(ikr_o)}{r_o}$ は、面 P_1 上のある点で発生し、観測点 $P(x_o, y_o)$ に到達した球面波である。(3.4)の積分は、開口上の全ての点から発する球面波の重ねあわせが、観測される波面の振幅であることを表している。

光源Qが、開口面 P_1 から十分離れていると、(3.1)は、平面波とみなせ、(3.3)は

$$u(P) = A \iint_{\Sigma} \frac{\exp(ikr_o)}{r_o} dS \quad (3.5)$$

のように簡単になる。

ここで、開口の形をあらわす関数

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 1: \text{開口の中} \\ &= 0: \text{開口の外} \end{aligned} \quad (3.6)$$

を、導入すると、(3.5)は、

$$u(x_o, y_o) = A \iint_{\Sigma} f(x, y) \frac{\exp[ikr_o(x, y, x_o, y_o)]}{r_o(x, y, x_o, y_o)} dx dy \quad (3.7)$$

と表すことが出来る。また、関数 $f(x, y)$ は単に開口の形状を表すだけでなく、開口の振幅透過率分布や位相分布と解釈できる。これを一般化すると任意の物体の複素振幅分布と考えることも出来る。

3.1.2 フレネル回折

ここで、開口面 P_1 と観測面 P_2 との距離 z_o が、波長や開口の大きさに比べて十分大きい時、(3.3)と(3.7)の分母にある r_o は一定値 z_o とみなすことが出来る。しかし、指数関数中の r_o の変化は、 λ 程度の変化があっても指数関数の符号が変わる。ここで、

$$\begin{aligned} r_o &= \sqrt{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2 + z_o^2} \\ &= z_o \sqrt{1 + \frac{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2}{z_o^2}} \\ &\approx z_o + \frac{1}{2z_o} [(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2] \end{aligned} \quad (3.8)$$

と近似して、(3.7)を、

$$\begin{aligned} u(x_o, y_o) &= \frac{A}{z_o} e^{ikz_o} \\ &\times \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[i \frac{k}{2z_o} [(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2]] dx dy \end{aligned} \quad (3.9)$$

のように表す。このような近似が成り立つ状態をフレネル回折と呼ぶ。

ここで、 $k = 2\pi/\lambda$ を使い、

$$h(x, y) = \exp[i \frac{\pi}{\lambda z_o} (x^2 + y^2)] \quad (3.10)$$

とおくと、フレネル回折式(3.9)は、

$$\begin{aligned} u(x_o, y_o) &= \frac{A}{z_o} e^{ikz_o} \\ &\times \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) h(x-x_o, y-y_o) dx dy \end{aligned} \quad (3.11)$$

となる。この積分はコンボリューション積分(畳み込み積分)の形をしている。コンボリューション積分とは、二つの関数 $f_1(x, y) f_2(x, y)$ が与えられた時、

$$\begin{aligned} f_1(x, y) * f_2(x, y) \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x', y') f_2(x-x', y-y') dx' dy' \end{aligned} \quad (3.12)$$

で定義される積分である。この書き方をすると(3.11)は、定数項を無視して、

$$u(x_o, y_o) = f(x_o, y_o) * \exp[i \frac{\pi}{\lambda z_o} (x_o^2 + y_o^2)] \quad (3.13)$$

となる。

3.1.3 フラウンホーファ回折

開口面 P_1 と観測面 P_2 との距離が更に離れて、

$$\begin{aligned} r_o &\approx z_o + \frac{1}{2z_o} [(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2] \\ &\approx z_o + \frac{x_o^2 + y_o^2}{2z_o} - \frac{xx_o + yy_o}{z_o} \end{aligned} \quad (3.14)$$

と近似できる場合には、(3.9)は、

$$\begin{aligned} u(x_o, y_o) &= \frac{A}{z_o} e^{ikz_o} e^{i \frac{k}{2z_o} (x_o^2 + y_o^2)} \\ &\times \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda z_o} (xx_o + yy_o)] dx dy \end{aligned} \quad (3.15)$$

と表すことが出来る。この状態は、フラウンホーファ回折と呼ばれている。

ここで、

$$v_x = \frac{x_o}{\lambda z_o} \quad (3.16)$$

$$v_y = \frac{y_o}{\lambda z_o} \quad (3.17)$$

と変数変換して、(3.15)を書き換えると、

$$\begin{aligned} u(x_o, y_o) \\ \propto \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i2\pi(v_x x_o + v_y y_o)] dx dy \end{aligned} \quad (3.18)$$

となり、これはフーリエ変換である。つまり、フラウンホフ回折は、開口関数のフーリエ変換を計算していると解釈できる。(3.16)と(3.17)の (v_x, v_y) は、空間周波数と呼ばれる。

3.1.4 レンズによるフーリエ変換

光学的にフーリエ変換を計算するには、フラウンホフ回折を利用すればよい事がわかったが、これを実現するためには、物体 $f(x, y)$ の位置 P_1 を観測面 P_2 から十分離すことが必要である。因みに、物体の大きさが10cm程度であり可視光($\lambda = 0.5\mu\text{m}$)の場合に(3.14)の近似が成り立つには $z_0 = \text{数km}$ が必要である。これは現実的でない。実験室でフーリエ変換を実現するにはレンズを用いることが一般的である。このことは、凸レンズが平行光を焦点に集めることは、無限遠に存在する物体の像を焦点に作ることに等価であることを考えれば理解できる。

Fig.10に示す焦点距離 f の理想的な凸レンズは、レンズの前方 $z = a$ の位置(厳密には、レンズの物体側主平面 H_1 から距離をはかる)にある点光源の像を、レンズの後方 $z = b$ の位置(像側主平面 H_2 から距離をはかる)に結像する。このときに光源から発する球面波は

$$u = A \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} (x^2 + y^2)] \quad (3.19)$$

また、像点に収束する球面波は

$$u' = A' \exp[-i \frac{\pi}{\lambda b} (x^2 + y^2)] \quad (3.20)$$

で、更に、

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (3.21)$$

の関係があるので、レンズは、(3.19)と(3.20)の球面波の変換作用

$$t(x, y) = \frac{u}{u'} = \exp[-i \frac{\pi}{\lambda f} (x^2 + y^2)] \quad (3.22)$$

を持つと解釈できる。また、レンズの開口の大きさを考慮すると、

$$t(x, y) = p(x, y) \exp[-i \frac{\pi}{\lambda f} (x^2 + y^2)] \quad (3.23)$$

ただし、

$$\begin{aligned} p(x, y) = 1: & \text{ レンズ開口の内側} \\ 0: & \text{ レンズ開口の外側} \end{aligned} \quad (3.24)$$

一般に、レンズの前面 $z = a$ の位置に、振幅透過率が $f(x, y)$

Fig.10 Fourier transform by lens.

の物体があり、これをレンズの後側焦点面 $z = f$ で観測する場合を考えよう。観測面における振幅を計算するには、まず、物体面からレンズの前面までのフレネル回折を考え、

$$u_-(x, y) = f(x, y) * \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} (x^2 + y^2)] \quad (3.25)$$

次に、レンズを透過した直後の光波の振幅を計算する。

$$u_+(x, y) = u_-(x, y) t(x, y) \quad (3.26)$$

最後に、この光波がフレネル回折されて観測面に到達すると考えて、

$$\begin{aligned} u(x_o, y_o) &= u_+(x_o, y_o) * \exp[i \frac{\pi}{\lambda f} (x_o^2 + y_o^2)] \\ &= \iiint f(x', y') \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} (x - x')^2 + (y - y')^2] dx' dy' \\ &\quad \times p(x, y) \exp[-i \frac{\pi}{\lambda f} (x^2 + y^2)] \\ &\quad \times \exp[i \frac{\pi}{\lambda f} (x - x_o)^2 + (y - y_o)^2] dx dy \end{aligned} \quad (3.27)$$

ここで、レンズの開口の大きさを無視して、 $p(x, y) = 1$ とすると、

$$\begin{aligned} u(x_o, y_o) &= \exp[i \frac{\pi}{\lambda f} (x_o^2 + y_o^2)] \iiint f(x', y') \\ &\quad \times \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} (x'^2 + y'^2)] \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda a} (xx' + yy')] \\ &\quad \times \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} (x^2 + y^2)] \exp[-2i \frac{\pi}{\lambda f} (xx_o + yy_o)] dx dy dx' dy' \\ &= \exp[i \frac{\pi}{\lambda f} (x_o^2 + y_o^2)] \iiint f(x', y') \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} (x'^2 + y'^2)] \\ &\quad \times \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} [x - (x' + \frac{a}{f} x_o)]^2] \exp[-i \frac{\pi}{\lambda a} (x' + \frac{a}{f} x_o)^2] \\ &\quad \times \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} [y - (y' + \frac{a}{f} y_o)]^2] \exp[-i \frac{\pi}{\lambda a} (y' + \frac{a}{f} y_o)^2] dx dy dx' dy' \end{aligned} \quad (3.28)$$

ここで、 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(i \frac{\pi}{\lambda a} x^2) dx = (1+i) \sqrt{\frac{\lambda a}{2}}$ であるので、

$$\begin{aligned} u(x_o, y_o) &= (1+i) \frac{\lambda a}{2} \exp[i \frac{\pi}{\lambda f} (x_o^2 + y_o^2)] \\ &\quad \times \iint f(x', y') \exp[i \frac{\pi}{\lambda a} (x'^2 + y'^2)] \\ &\quad \times \exp[-i \frac{\pi}{\lambda a} (x' + \frac{a}{f} x_o)^2] \exp[-i \frac{\pi}{\lambda a} (y' + \frac{a}{f} y_o)^2] dx' dy' \\ &= (1+i) \frac{\lambda a}{2} \exp[i \frac{\pi}{\lambda f} (1 - \frac{a}{f})(x_o^2 + y_o^2)] \\ &\quad \times \iint f(x', y') \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x' x_o + y' y_o)] dx' dy' \end{aligned} \quad (3.29)$$

このとき観測される強度分布は、

$$\begin{aligned} I(x_o, y_o) &= |u(x_o, y_o)|^2 \\ &\propto \left| \iint f(x', y') \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x' x_o + y' y_o)] dx' dy' \right|^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

従って、焦点面で観測される波面の強度分布は、物体の振幅分布のフーリエ変換の絶対値の自乗に比例する。特に、 $a = f$ の場合には、

$$u(x_o, y_o) \propto \iint f(x', y') \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x' x_o + y' y_o)] dx' dy' \quad (3.31)$$

となり,焦点面の振幅分布も物体振幅分布のフーリエ変換
そのものに比例する。

参考文献

- 1) 相磯 秀夫, 飯塚 肇, 元岡 達, 田中 英彦: 計算機アーキテクチャ, 岩波講座情報科学-15 (岩波書店, 1982).
- 2) 川合 敏雄: スーパーコンピュータへの挑戦 (岩波書店, 1985).
- 3) 坂村 健: コンピュータアーキテクチャ (共立出版, 1986).
- 4) 富田 真治: 並列計算機構成論 (昭晃堂, 1986).
- 5) 甘利 俊一: バイオコンピュータ (岩波書店, 1986).
- 6) 松本 元, 市川 道教: 電子情報通信学会誌 **70** (1987) 753.
- 7) 数理科学 **289** (1987) 特集号.
- 8) 臼井 支朗, 米津 宏雄: 応用物理 **57** (1988) 668.
- 9) 稲葉 文男編著: 光コンピュータ (オーム社, 1985).
- 10) 谷田貝 豊彦, 岡田 正勝, 谷田 純, 一岡 芳樹, 久間 和生: 光コンピュータ読本 (サイエンス社, 1989).
- 11) 石原 聡: 光コンピュータ (岩波書店, 1989).
- 12) 辻内 順平, 村田 和美編: 光情報処理 (朝倉書店, 1974).
- 13) 辻内 順平, 一岡 芳樹, 峯本 工: 光情報処理 (オーム社, 1989).
- 14) D. G. Feitelson: *Optical Computing* (MIT Press, Boston, 1989). 邦訳: 光演算研究会訳: 光コンピューティング (森北出版, 1990).
- 15) B. S. Wherret and F. A. P. Tooley: *Optical Computing*, Scottish Universities Summer School in Physics (1988).
- 16) R. Arrathoon ed.: *Optical Computing* (Marcel Dekker, New York, 1989).
- 17) A. D. McAulay: *Optical Computing Architectures* (John Wiley & Sons, New York, 1991).
- 18) F. T. S. Yu and S. Jutamulia: *Optical Signal Processing, Computing and Neural Networks* (John Wiley & Sons, New York, 1992).
- 19) 谷田貝 豊彦: 光情報処理の基礎 (丸善, 1998).
- 20) 窪田 恵一, 西田 信夫: 光学 **14** (1985) 19.
- 21) W. P. Bleha, L. T. Lipton, E. Wiener-Avenear, Jan Gringerg, P. G. Reif, D. P. Casasent, H. B. Brown, and B. V. Markevitch: *Opt. Eng.* **17** (1978) 371.
- 22) B. A. Horwitz and F. J. Corbett: *Opt. Eng.* **17** (1987) 353.
- 23) T. Minemoto, K. Okamoto, and K. Miyamoto: *Appl. Opt.* **24** (1985) 2055.
- 24) T. Hara, K. Shinoda, M. Sugiyama, and Y. Suzuki: *Appl. Opt.* **25** (1986) 2306.
- 24) N. A. Clark and S. T. Lagerwall: *Appl. Phys. Lett.* **36** (1980) 899.
- 25) D. R. Pape and L. J. Hornbeck: *Opt. Eng.* **22** (1983) 675.
- 26) L. J. Hornbeck: *Proc. SPIE* **1150** (1990) 86.
- 27) 花村 栄一: 応用物理 **49** (1980) 387.
- 28) M. Okada: *Jpn. J. Appl. Phys.* **23** (1984) 789.
- 29) H. M. Gibbs: *Optical Bistability: Controlling Light with Light* (Academic Press, 1985).
- 30) P. Mandel, S. D. Smith, and B. S. Wherrett ed.: *From Optical Bistability Towards Optical Computing* (North-Holland, Amsterdam, 1987).
- 31) 小林 洋, 伊藤 弘昌, 稲場 文男: 応用物理 **52** (1983) 877.
- 32) A. Sasaki, H. Yano, Sg. Fujita, and Y. Takeda: *J. Lightwave Tech.* **LT-3** (1985) 1264.
- 33) 笠原 健一, 田代 義春, 杉本 満則, 浜尾 昇, 麻多 進, 柳瀬 知夫: 電子情報通信学会技術研究会報告, Vol.87, No.384, p.7.
- 34) D. A. Miller *et al.*: *IEEE J. Quantum. Electron.* **QE-21** (1985) 1462.
- 35) H. M. Gibbs, S. S. Tamg, J. L. Jewell, D. A. Weinberger, K. Tai, A. C. Grossard, S. L. McCall, A. Passner, and W. Wiegmann: *Appl. Phys. Lett.* **41** (1982) 221.
- 36) T. Venkatesan, B. Wilkins, Y. H. Lee, M. Warren, G. Olbright, H. M. Gibbs, N. Peyghambarian, J. S. Smith, and A. Yariv: *Appl. Phys. Lett.* **48** (1986) 145.
- 37) L. C. West and S. J. Eglash: *Appl. Phys. Lett.* **46** (1985) 1156.
- 38) 応用物理学会編: 半導体レーザの基礎 (オーム社, 1987).
- 39) 栖原 敏明: 半導体レーザの基礎 (共立出版, 1998).
- 40) 伊賀 健一, 小山 二三夫: 面発光レーザ (オーム社, 1990).
- 41) 伊賀 健一, 小山 二三夫: 応用物理 **60** (1991) 2.
- 42) 富田 康生: 応用物理 **59** (1990) 19.
- 43) 北山 研一: 応用物理 **61** (1992) 14.
- 44) A. Yariv: *IEEE J. Quantum. Electron.* **QE-14** (1978) 650; **QE-15** (1979) 523.
- 45) J. P. Huignard and J. H. Hirrian: *Appl. Opt.* **17** (1978) 2671.
- 46) 丹野 直弘, 稲場 文男: 電子通信学会誌 **68** (1985) 292.
- 47) N. W. Carlson, Y. S. Bai, W. R. Babbitt, and T. W. Mossberg: *Phys. Rev.* **A30** (1984) 1572.
- 48) 谷 俊朗: 応用物理 **56** (1987) 1307.
- 49) A. Renn and U. P. Wild: *Appl. Opt.* **26** (1987) 4040.
- 50) 辻内 順平: 光学概論 (朝倉書店, 1979).
- 51) 飯塚 啓吾: 光工学 (共立出版, 1977).
- 52) 櫛田 孝司: 光物理学 (共立出版, 1983).
- 53) 谷田貝 豊彦: 光とフーリエ変換 (朝倉書店, 1992).
- 54) J. W. Goodman: *Introduction to Fourier Optics*, 2nd ed. (McGraw-Hill, New York, 1995).
- 55) F. T. S. Yu and I. Koo: *Principles of Optical Engineering* (John Wiley & Sons, New York, 1990).
- 56) G. O. Reynolds, J. B. Develis, G. G. Perent, Jr., and B. J. Thompson: *Physical Optics Notebook: Tutorials in Fourier Optics*, SPIE (Bellingham, Wash., 1989).
- 57) E. G. Steward: *Fourier Optics an Introduction*, 2nd ed. (Ellis Horwood Ltd, Chichester, 1987).