光情報処理の基礎 II

谷田貝 豊彦

筑波大学 物理工学系 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1)

Fundamentals of Optical Information Processing II

Toyohiko YATAGAI

Institute of Applied Physics, University of Tsukuba, Tennoudai 1-1-1, Tsukuba, Ibaraki 305-8573

(Received May 10, 2001)

4. ホログラフィ

コヒーレント光を利用すると物体のフーリエ変換を計算したり、複素振幅分布にコンボリューション処理をすることが出来ることは3節で述べた。ここでは、複素振幅分布を記録・再生する手法を述べよう。

4.1 ホログラフィの原理^{58,59)}

Fig.11に示すように、物体がコヒーレント光で照明され、物体から回折された光が記録媒体(写真フィルムなど)を照明しているとする。ここで、物体から回折されて記録面に到達した波面を物体波とよび $f(x, y) = A(x, y) \exp[i\phi(x, y)]$ であらわす。ただし、 $A(x, y)$ は物体波の振幅分布で、 $\phi(x, y)$ は位相分布である。通常の写真法では、記録されるものは、記録媒体に到達する光波の強度分布であるので、

$$I(x, y) = |f(x, y)|^2 = A^2(x, y) \quad (4.1)$$

となり、位相分布は記録されない。ここで、物体波にこれと干渉性のある光波(参照波という)を重ね合わせると、記録される光波の強度分布は

$$I(x, y) = |f(x, y) + R(x, y)|^2 = |f(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + f(x, y)R^*(x, y) + f^*(x, y)R(x, y) \quad (4.2)$$

Fig.11 Recording of hologram.

となる。ただし、参照光が記録面に角度 θ で入射する平面波であるとすれば、

$$R(x, y) = r(x, y) \exp(2\pi i \alpha x) \quad (4.3)$$

と書け、

$$\alpha = \sin(\theta) / \lambda \quad (4.4)$$

である。(4.2)の第1項と第2項はそれぞれ、物体波の強度と参照波の強度でいずれも位相情報は欠落している。第3項と第4項は干渉の項でそれぞれ

$$f(x, y)R^*(x, y) = A(x, y)r(x, y) \exp\{i[\phi(x, y) - 2\pi\alpha x]\} \quad (4.5)$$

$$f^*(x, y)R(x, y) = A(x, y)r(x, y) \exp\{-i[\phi(x, y) - 2\pi\alpha x]\} \quad (4.6)$$

とあらわされ、物体の位相項 $\phi(x, y)$ が残っている。(4.5)、(4.6)は互いに複素共役であり、(4.2)の第3項は物体の複素振幅分布を含んでいることに注意せよ。(4.5)、(4.6)を(4.2)に代入すると、

$$I(x, y) = |f(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + 2A(x, y)r(x, y) \cos[2\pi\alpha x - \phi(x, y)] \quad (4.7)$$

となる。物体波と参照波が干渉して干渉縞を形成していることがわかる。このように、物体波に参照波を重ね合わせて干渉記録し、物体の位相情報を欠落させずに記録する方法をホログラフィという。(4.7)を記録したものをホログラムという。

ホログラムの振幅透過率が、記録した強度分布 $I(x, y)$ に比例し、

$$T(x, y) = tI(x, y) \quad (4.8)$$

とかけるとする。このホログラムに、記録したときに用いた参照波をFig.12に示すようにあてると、ホログラムを透過してきた波面は、 $R(x, y) = r(x, y)$ として、

Fig.12 Reconstruction of hologram.

$$T(x, y)R(x, y) = \tau(|f(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2), R(x, y) \\ + \tau f(x, y)|R(x, y)|^2 + \tau f^*(x, y)R^2(x, y) \quad (4.9)$$

とあらわすことが出来る．この第2項は

$$\tau f(x, y)|R(x, y)|^2 \\ = \tau A(x, y)r^2(x, y)\exp[i\phi(x, y) - 2\pi i \alpha x] \quad (4.10)$$

第3項は、

$$\tau f^*(x, y)R^2(x, y) \\ = \tau A(x, y)r^2(x, y)\exp[-i\phi(x, y) + 2\pi i \alpha x] \quad (4.11)$$

とかける．このことから、(4.9)の第1項は、照明光と同じ方向にホログラムを突き抜ける光束であり、第2項は(4.10)より物体光に比例した振幅を持つ光波であることがわかり、第3項は(4.11)より物体波と共役な位相分布を持ち 2θ の方向に伝播する光波であることがわかる．このようにして、ホログラフィの技術を使うと複素振幅分布を記録して再生することが出来る．

4.2 コンピュータ・ホログラム⁶⁰⁻⁶⁴⁾

ホログラムを用いると複素振幅分布を記録・表示することが出来ることがわかった．ホログラムの振幅透過率を表す式(4.7)をコンピュータで計算し表示することが出来れば、複素振幅分布 $f(x, y) = A(x, y)\exp[i\phi(x, y)]$ を再生することが出来る．このようにして出来たホログラムは、コンピュータ・ホログラムとよばれ、光コンピューティングで用いられる空間周波数フィルターの合成や、各種光学素子の作製に用いられている．

4.2.1 バイナリーホログラム

ホログラムをあらわす関数(4.7)は、透過率分布が0から1の中間値をもっている．通常は表示装置の都合でこれを0と1の2値で表現して、バイナリーホログラムの形をとることが多い．Fig.13にその例を示す．物体は 32×32 で標本化され、ここからのフラウンホーファー回折を計算し(フーリエ変換)、これを 256×256 の標本点のホログラムとしている．

4.2.2 ローマン型バイナリーホログラム^{65,66)}

A. W. Lohmannが提案しているローマン型のホログラムでは、Fig.14のごとくホログラムを各サンプル点 (j, k) を中心に一辺 Δv のセルに分割し、各セルに矩形の小開口をあ

(a)

(b)

Fig.13 Binary computer-generated hologram. (a) Hologram (256×256) and its reconstructed image.

け、開口の高さ V_{jk} と中心位置の横ずれ量 P_{jk} を変調して、振幅と位相の変化をあらわす．ここで、再生すべき物体波を $f(x, y)$ とし、そのフーリエ変換ホログラムをつくる場合を考えよう．数値計算法により $f(x, y)$ のフーリエ変換が得られたとして、その振幅と位相を $V(v_x, v_y)$ と $\Phi(v_x, v_y)$ とする．このとき開口の高さ V_{jk} と横ずれ量 P_{jk} は、

$$V_{jk} = V(v_x, v_y)\Delta v / V_{\max} \quad (4.12)$$

$$P_{jk} = \Phi(v_x, v_y)\Delta v / 2\pi \quad (4.13)$$

のようにあらわされる．ただし、 $V_{\max}$ は $V(v_x, v_y)$ の最大値である．このようにして計算された高さや横ずれ量を持つ多くの矩形開口から成るパターンを出力し、写真記録すればホログラムができあがる．

このときのLohmann型のホログラムの振幅透過率分布は

$$H(v_x, v_y) = \sum_j \sum_k \text{rect}\left[\frac{v_x - j\Delta v - P_{jk}}{c}\right] \text{rect}\left[\frac{v_y - k\Delta v}{V_{jk}}\right] \quad (4.14)$$

ただし、

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1/2 \\ 0 & |x| > 1/2 \end{cases} \quad (4.15)$$

Fig. 14 Structure of Lohmann hologram.

であり, c は矩形開口の横幅をあらわす. ホログラムの再生波面は (4.15) のフーリエ変換であるから,

$$\begin{aligned} h(x, y) &= \iint H(v_x, v_y) \exp[2\pi i(xv_x + yv_y)] dv_x dv_y \\ &= \sum \sum c V_{jk} \text{sinc}(cx) \text{sinc}(V_{jk}y) \exp(2\pi i P_{jk} v_x) \end{aligned} \quad (4.16)$$

ただし,

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x} \quad (4.17)$$

Fig. 15 に, Lohmann 型コンピュータ・ホログラム原図とその再生像を示す. サンプル数は 128×128 で, レーザープリンターにより, $20\text{cm} \times 20\text{cm}$ の大きさにホログラム原図を出力し, この原図を写真的に約 $5\text{mm} \times 5\text{mm}$ に縮小しホログラムとした. 物体は拡散性のものを仮定したので, 入力データには, ランダムな位相が加えられている. 第 5 節で述べる空間周波数フィルタの場合には, このランダム位相は不要である.

4.2.3 干渉縞型計算機ホログラム⁶⁷⁾

ホログラフィ光学素子の様に再生すべき波面の位相変化が緩やかで, しかも振幅が一定の場合には, 簡単にホログラムを製作することが出来る. この方法では, 振幅変化が無視できるという点と, 位相の変化がゆるやかであるという点の二つに注目して, 干渉縞であるホログラムを直接計算する.

ここで, 物体波と参照波の振幅が一定で, 再生したい物

Fig. 15 Lohmann hologram (a) and its reconstructed image.

体の位相分布がであるとき, ホログラムの振幅透過率分布は (4.7) と同様に,

$$h(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos[2\pi\alpha x - \phi(x, y)] \quad (4.18)$$

の形で与えられる. これを濃淡図形として表示し干渉縞型コンピュータホログラムを得る.

さらに, フレネルゾーンプレートの場合と同様に, 二値化ホログラムにするためには, 適当な閾値をもうけて

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos[2\pi\alpha x - \phi(x, y)] < q \quad (4.19)$$

を満たす領域を透過率 1 とし, それ以外の領域を 0 とすればよい. Fig. 16 に干渉縞型のホログラムの一例を示す. この手法を簡便化して, 干渉縞のピークのみを表示することも可能である. m を整数として,

$$2\pi\alpha x - \phi(x, y) = 2\pi m \quad (4.20)$$

を解き, 縞のピーク位置を求め, これらを曲線で結べば良い.

5. 空間周波数フィルタリングとアナログ光コンピューティング

5.1 空間周波数フィルタリング⁶⁸⁾

入力信号 $f(x, y)$ の強調, 変換, 識別分類などを目的にして, 入力信号のスペクトルを修正することを, 空間周波数フィルタリングという. Fig. 17 の 4f 光学系を使って空間周波数フィルタリングを説明しよう. P_1 面に入力信号を置き, これをコヒーレントな平行光で照明する. レンズ L_1 でこの信号のフーリエ変換を P_2 面に得, そこに振幅透過率 $H(v_x, v_y)$ のフィルターを置いて, レンズ L_2 で再びフーリエ変換し, 結果を出力面 P_3 で観測する. この時, P_3 面で得られる信号は

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \mathcal{F}[F(v_x, v_y) \cdot H(v_x, v_y)] \\ &= f(x, y) * h(x, y) \end{aligned} \quad (4.21)$$

であり, $f(x, y)$ と $h(x, y)$ のコンボリューション積分が得られる. ただし, $\mathcal{F}[\]$ はフーリエ変換の演算子, $h(x, y)$ はフィル

Fig. 16 Interference-type computer-generated hologram.

Fig.17 Optical system for spatial frequency filtering.

ター $H(v_x, v_y)$ のフーリエ変換であり、フィルターの点応答関数と呼ばれるものである。ここで、コンボリューション積分は

$$f(x, y) * h(x, y) = \iint f(x', y') h(x - x', y - y') dx' dy' \quad (4.22)$$

で定義される。

5.2 周波数制限フィルター

物体スペクトルの、高周波成分を強調すると、物体の微細構造の抽出や境界線や輪郭線を検出することができる。これがハイパスフィルターである。ハイパスフィルターの一種に微分フィルターがある。今、入力物体を $f(x, y)$ とし、これのフーリエ分解

$$f(x, y) = \iint F(v_x, v_y) \exp[2\pi i(xv_x + yv_y)] dv_x dv_y \quad (4.23)$$

の、 x 方向の一次微分

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2\pi i v_x \iint F(v_x, v_y) \exp[2\pi i(xv_x + yv_y)] dv_x dv_y \quad (4.24)$$

から、フィルターとして

$$H(v_x, v_y) = 2\pi i v_x \quad (4.25)$$

をとれば、空間周波数フィルタリングの光学系で、入力信号の微分が計算できることが分かる。微分フィルターは、その振幅が周波数の一次関数であり、ハイパスフィルターの構造をしている。同様な考察から、ラプラシアンフィルターは、

$$H(v_x, v_y) \propto v_x^2 + v_y^2 \quad (4.26)$$

の周波数応答を持っていることがわかる。

5.3 マッチトフィルター⁷¹⁾

入力信号が白色雑音に埋もれている(信号と雑音は加算的である)場合に、入力信号を最大の信号対雑音比で検出するフィルターがマッチトフィルターである。マッチトフィルターの周波数応答は、

$$H(v_x, v_y) = F^*(v_x, v_y) \quad (4.27)$$

で与えられる。すなわち、フィルターの特性は入力信号のスペクトルの複素共役である。光学的なマッチトフィルタリングは、Fig.17の光学系で実現される。(4.27)のマッチトフィルターに雑音 $n(x, y)$ にうもれた信号 $f(x, y)$ が入力されたとき、その出力は、

$$\begin{aligned} g(x, y) &= [f(x, y) + n(x, y)] * h(x, y) \\ &= [f(x, y) + n(x, y)] * f^*(x, y) \\ &= f(x, y) * f^*(x, y) + n(x, y) * f^*(x, y) \end{aligned} \quad (4.28)$$

となり、雑音とフィルターの応答特性の相関が無いとすれば(4.28)の第2項は一樣な分布となり、第1項は信号の自己相関関数で顕著なピークとなる。出力面にこの自己相関ピークが存在すれば、その位置に信号が存在していたことがわかる。Fig.18にマッチトフィルタリングの例を示す。

この光学的マッチトフィルターは、Vander Lugtによって研究され⁷¹⁾、文字の自動認識への応用が期待され、多くの研究がなされた。その後、指紋の検出への応用、航空写真の解析(標的の検出、ステレオ写真の解析、雲の移動解析)など、極めて多岐にわたる研究がある⁷²⁾。光学的マッチトフィルターは、他のパターンマッチング技術やパターン検出認識技術(通常はデジタル計算機による)と比較して、処理スピードが極めて高速であるという優れた特徴があるが、処理の柔軟性にかかる欠点がある。これは、光学的なアナログ情報処理技術全般に共通する欠点である。例えば、入力像の倍率が異なったり、あるいは、回転があると、識別能力が著しく低下することが知られている。この欠点を克服するために、さまざまな努力がなされている。

(a)

(b)

Fig.18 Matched filtering. (a) Filter and (b) output.

5.4 結合フーリエ変換による相関演算

空間周波数フィルタリングでは、入力物体とフィルターが直列的に配置され、相互相関が計算された。両者を並列的に配置して、相互相関を計算するものが結合(フーリエ)変換相関器(Joint Transform Correlator)である^{73,74)}。Fig.19のように、ふたつの入力物体 $f_1(x, y)$ と $f_2(x, y)$ を考えよう(一方をフィルターの応答関数と考えることができる)。これを互いに距離 $2d$ において入力面 P_1 に配置する。これをコヒーレント光で照明すると、フーリエ変換面 P_2 では

$$\begin{aligned} F(v_x, v_y) &= \mathcal{F}[f_1(x-d, y) + f_2(x+d, y)] \\ &= \exp(-i2\pi d v_x) F_1(v_x, v_y) + \exp(i2\pi d v_x) F_2(v_x, v_y) \end{aligned} \quad (4.29)$$

これをいったん写真や空間光変調器に記録すると、記録される強度分布は、

$$\begin{aligned} |F(v_x, v_y)|^2 &= |F_1(v_x, v_y)|^2 + |F_2(v_x, v_y)|^2 \\ &\quad + \exp(-i4\pi d v_x) F_1(v_x, v_y) F_2^*(v_x, v_y) \\ &\quad + \exp(i4\pi d v_x) F_1^*(v_x, v_y) F_2(v_x, v_y) \end{aligned} \quad (4.30)$$

となる。これを再び光学的にフーリエ変換すると、出力面 P_3 では

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[|F(v_x, v_y)|^2] &= \{f_1(x, y) * f_1^*(x, y) + f_2(x, y) * f_2^*(x, y) \\ &\quad + f_1(x-2d, y) * f_2^*(x-2d, y) \\ &\quad + f_1^*(x+2d, y) * f_2(x+2d, y)\} \end{aligned} \quad (4.31)$$

が得られる。第2項と第3項が入力との相互相関関数になる。

空間周波数フィルタリングでは一度フィルターを作れば、処理の内容に変更がない限り、参照パターン(フィルターの応答関数)は必要ないが、結合フーリエ変換による相関器では、相関演算ごとに、参照パターン(フィルターの応答関数)を用意し、(4.30)の強度分布を記録しなければならない。このことが、空間周波数フィルタリングに比べて、結合変換相関法が利用されてこなかった理由である。しかし、高解像度の実時間記録素子が容易に利用できるようになって、再び注目されるようになった。最近、液晶ライトバルブや強誘電性液晶空間光変調器を利用した研究⁷⁵⁾、記録媒体の非線形特性を積極的に利用して識別性能を向上させる研究⁷⁶⁾などがある。

Fig.19 Optical setup for joint transform correlator. (a) Recording and (b) correlation.

参考文献

- 58) 久保田 敏弘：ホログラフィ入門(朝倉書店, 1995)。
- 59) 辻内 順平：ホログラフィー(裳華房, 1997)。
- 60) Y. H. Lee: *Progress in Optics*, Vol.XVI, ed. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1978) p.119.
- 61) W. J. Dallas: *The Computer in Optical Research, Topics in Applied Physics*, Vol.41, ed. B. R. Frieden (Springer, Berlin, 1980) p.291.
- 62) L. P. Yaroslavskii and N. S. Merzlyakov: *Methods of Digital Holography* (Plenum Press, New York, 1980)。
- 63) 谷田貝 豊彦：精密機械 **47** (1981) 1541.
- 64) O. Bryngdahl and F. Wyrowski: *Progress in Optics*, Vol.XXVIII, ed. E. Wolf (North-Holland, Amsterdam) p.1.
- 65) B. R. Brown and A. W. Lohmann: *Appl. Opt.* **5** (1966) 967.
- 66) A. W. Lohmann and D. P. Paris: *Appl. Opt.* **6** (1967) 1739.
- 67) W. H. Lee: *Appl. Opt.* **13** (1974) 1677.
- 68) H. Strand ed: *Applications of Optical Fourier Transforms* (Academic Press, New York, 1982)。
- 69) A. Vander Lugt: *Optical Signal Processing* (John Wiley and Sons, New York, 1992)。
- 70) F. T. S. Yu and S. Jutamulia: *Optical Pattern Recognition* (Cambridge University Press, 1998)。
- 71) A. Vander Lugt: *Proc. IEEE* **62** (1974) 1300.
- 72) S. H. Lee: *Optical Information Processing* (Springer-Verlag, New York, 1981)。
- 73) C. S. Weaver and J. W. Goodman: *Appl. Opt.* **5** (1966) 1248.
- 74) B. Javidi and S. F. Odeh: *Opt. Engr.* **27** (1988) 295.
- 75) F. T. S. Yu, F. Chang, T. Nagata, and D. A. Gregory: *Appl. Opt.* **28** (1989) 2988.
- 76) B. Javidi, Q. Tang, D. A. Gregory, and T. D. Hudson: *Appl. Opt.* **30** (1991) 1772.