報 文

REGULAR PAPERS

重畳場の新しいイオン光学的検討 II: 重畳場における
イオンの分散についてA New Ion Optical Investigation of Electric and Magnetic Crossed
Fields II: Mass and Energy Dispersion of Ions in Crossed Fields

内 藤 統 広*

Motohiro NAITO

(平成2年7月18日受理)

In the previous paper the expression of the path equation in the arbitrary given curvilinear co-ordinate system was deduced.

In this paper, the mass dispersion and the energy dispersion of ions, in such generalized curvilinear co-ordinate systems was discussed by using the Liouville theorem.

1. はじめに

重畳場を用いると原理的にはいくらかでも高質量のイオンの検出が可能であるが、その代わり高質量域ではイオンの質量分散は低下する。

したがって、重畳場を用いて高質量域の測定を行う装置を考える時には、高質量での質量分散の問題を良く検討することが必要となる。

前報“重畳場の新しいイオン光学的検討 I”¹⁾で扱ったような場合は従来のセクター場の拡張であるが、このような系での質量分散やエネルギー分散を扱うためには分散の新しい定式化が必要であると考えられる。

本報文ではこのような一般化された曲線座標系、もしくは拡張された重畳場の系での、一次近似の質量分散やエネルギー分散の定式化について検討した。

このような系での分散を扱うために、まず一般化された空間座標 x とそれに共役な運動量 P か

ら成る位相空間 (Γ 空間) でビームの運動を考察すれば良いのではないかと予想した。

Γ 空間内では、広い範囲の広義座標系について体積不変定理 $dx dy dz \cdot dP_x dP_y dP_z = \text{一定}$ が成立している。したがって、 Γ 空間内で中心ビーム軌道を z 軸とする曲線座標系を考えると、微小体積 $dx \cdot dP$ のビームについてエネルギー保存則より、 $dE dt = (P_z/m) dP_z \cdot dt = dP_z \cdot dz = \text{一定}$ 。(ただし dE はビームのエネルギー幅であり、 dt はビームの通過する時間とする。) が成立する。したがってまた z 軸に垂直な二つの直交座標軸 x と y に関してビームの運動がそれぞれ独立な方程式で記述できる場合には、 $dP_x \cdot dx = \text{一定}$ と $dP_y \cdot dy = \text{一定}$ が成立するはずである。

実際、従来のイオン光学のセクター場の系では、収束角と像倍率の関係から、収束点では $dP_x \cdot dx = \text{一定}$ であることを確認できる。しかし本報で問題にしている中心軸の曲率が変化するような曲線座標において座標 x とそれに共役な運動量

* 日本電子株式会社 (〒196 東京都昭島市武蔵野 3-1-2)
JEOL Ltd. (1-2 Musashino 3-chome, Akishima, Tokyo 196, Japan)

Fig. 1. Definition of a curvilinear coordinates x - z and the curvature p (p_e , p_m).

P_x について、 $dx \cdot dP_x = \text{一定}$ が成立していることは必ずしも自明のことではない。本論文ではこのことを仮定した上で、分散の議論を行うので、今問題としている曲線座標系で分散方向に関し $dx \cdot dP_x = \text{一定}$ が成立することを明白な形で証明しておく必要があると考えられる。

これを証明する最も直接的な方法は、前報で導出した軌道方程式に従うビームを曲線座標の中心軸上の任意の点上に張られた x - P_x 平面で見ることによって行うことができる。

次にその検討を分散を持つビームに延長することにより、任意の収束点での質量分散とエネルギー分散の定式化を行うことができる。次章においてそのような検討とその結果を報告する。

2. 曲線座標系での分散の定式化

先に、前報¹⁾で検討した座標系と、そこで成立した軌道方程式を出発点にする。そこでは中心平面内で曲率が任意に変わる曲線座標系と、その中心平面に対称な場を仮定した。

Fig. 1 にそのような座標系が示されている。中心軸上の任意点で正負の符号を持った曲率 p , p_e , p_m が定義されている。 p は中心軸上の任意点での、中心軸の曲率であり p_e は中心軸に直角な電

場成分によるビームの曲率、 p_m は中心軸に直角な y 方向の磁場によるビームの曲率を表し、やはり正負の符号を持つ。曲率 p , p_e , p_m の正負の定義は曲率ベクトルの方向が x 軸の正の方向と一致するときに“正”であると定義する。

このような座標系での一次近似のイオンの軌道は x 座標と y 座標が中心軸に沿った座標 z の関数として、それぞれが独立な 2 階の常微分方程式を満たす。したがってここでは特に分散方向である、 x 座標に関する常微分方程式だけを問題にすることにする。 x 方向の非相対論的な軌道方程式は簡単には次の形で表される。

$$\frac{1}{\sqrt{2m'U'}} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{2m'U'} \frac{dx}{dz} \right) = (p_e' + p_m' - p) - K_z^2(z)x \quad (1)$$

(1) 式は分散 (δ_e , γ) を含んだイオンの軌道方程式を意味する。したがって、 p_e' , p_m' においてダッシュは前報¹⁾ p. 291 の定義と同じく、質量 $m' = m(1 + \gamma)$ 、エネルギー $U' = U(1 + \delta_e)$ のビームの、電場あるいは磁場による曲率を表す。これに対し、 p_e , p_m は質量 m 、エネルギー U の中心ビームの電場または磁場による曲率を表す。なお

Fig. 2. A paraxial ion path in the curvilinear coordinates shown in Fig. 1.

$$P_x = \sqrt{2mU} \frac{dx}{dz} \quad (2)$$

は運動量 P の x 成分である。ここで中心軸に沿って磁場 $B_z = 0$ が仮定されていることを注意しておく。すなわち磁場のベクトルポテンシャル A の x 成分はこのような曲線座標系では $A_x = B_z y$ と書けるが、 $B_z = 0$ の時はもちろん $A_x = 0$ になる。 Γ 空間での運動量は、実は、正準運動量 $P = (P - eA)$ を取らなければならないが、この場合に正準運動量の x 成分 $P_x = (P_x - eA_x)$ は、 $x_x = 0$ であるので常に狭義の運動量 P_x と同じである。

さて (1) 式においては $K_x^2(z)$ だけでなく U' , p , p'_e , p'_m など z の関数であることが仮定されている。

さて、 p'_e と p'_m は前報¹⁾ で定義されたもので

$$p'_e = -\frac{1}{2\Phi'} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$p'_m = \frac{\eta'}{\sqrt{\Phi'}} (B_y), \quad \eta' = \sqrt{\frac{|e|}{2m'}} \quad (4)$$

であり、 p'_e は中心軸に垂直な電場の x 成分によってイオンが曲がる曲率、 p'_m は磁場の y 成分によってイオンの曲がる曲率である。また、ここでは相対論的な効果は省略する。さらに、(3), (4) 式で $(\partial \phi / \partial x)$, (B_y) などと (カッコ) を用いて表すのは、特にそれらが中心軸上の値であることを意味するものとする。

さて、(1) 式は中心ビーム、すなわち、 $\gamma = \delta_e = 0$ のイオンについては、 $(p_e + p_m - p) = 0$ であり、したがって

$$\frac{1}{\sqrt{2mU}} \frac{dP_x}{dz} = -K_x^2(z) \cdot x \quad (1')$$

である。(1)' 式はまた、 P_x と x に関して、対称な形に書くことができる。

$$\frac{1}{\sqrt{2mU}} \frac{dP_x}{dz} = -K_x^2(z) \cdot x, \quad \frac{dx}{dz} = \frac{P_x}{\sqrt{2mU}} \quad (5)$$

さて Fig. 1 においては中心軸上の点より射出したイオンの軌道が点線で示されているが、この時には点線が中心軸と交わる場所はすべて射出点に関する収束点になる。最終収束点にはスリットと検出器がありイオンの質量やエネルギーの分離が行われる。Fig. 2 では Fig. 1 での中心軸 z を引き伸ばして直線で表し、かつ中心軸上の物点より x の正方向に角度 $\alpha_0 (P_x = \alpha_0 \sqrt{2mU})$ で射出したイオンの軌道が示されている。このイオンは第一収束点において角度 $\alpha_1 (< 0)$ で中心軸 z に交わる。Fig. 2 には簡単のため物点より第一収束点までのイオン軌道を示してある。

さて Fig. 2 の実線の軌道のイオンは図の P_2 点では (5) 式の第 1 項により、軸上の $(z, z + dz)$ 間において x に比例した運動量のパルス dP_x

$$dP_x = -\sqrt{2mU} \cdot K_x^2(z) \cdot x' dz \quad (6)$$

を受けると考えることができる。また同じく (5) 式の第 2 項から、運動量 P_x に比例した変位 dx

$$dx = \frac{P_x}{\sqrt{2mU}} dz \quad (7)$$

を受ける。この (6) と (7) 式の dP_x および dx によるビームの変化を軸上 z の各点において、位相空

Fig. 3. Ion beam in P_x - x plane of Γ -space, corresponding to the ion (path) shown in Fig. 2. a) Beam is supposed to be the Gaussian one. b) Here, the beam is supposed to receive the momentum pulse dp_δ at an arbitrary point P .

間 Γ の x - P_x 平面で見たものを Fig. 3(a) に示す。ただし、Fig. 2 では α_0 で出射したただ一つのイオンの軌道のみが描かれているのに対して、Fig. 3(a) ではこの Fig. 2 のイオン軌道によって囲まれるいろいろな方向に出射角 α

$$-\alpha_0 < \alpha < \alpha_0$$

でかつ、中心軸上からだけでなく物点上のいろいろな位置 x

$$0 < x < x_0$$

から出射したビーム全体が、 x - P_x 平面上の平行四辺形として描かれている。すなわち Fig. 3 では Fig. 2 に示された唯一つのイオン、中心軸上の物点を α_0 で出射したイオンだけでなく、出射角 α が $|\alpha| < |\alpha_0|$ でかつ有限の幅を持って物点より出射したビーム全体を考えるのである。このように Fig. 3(a) では物点より、 $|\alpha| < |\alpha_0|$, $0 < x < x_0$ で物点を出射したビームが途中の軸上の各点と第一収束点に置かれた x - P_x 面上に作る平行四辺形が図示されている。また Fig. 3(a) では物点におけるビームは、面積 $S = 2P_{x_0} \cdot x_0$ の、ドットで陰を付け

た部分の平行四辺形で表されている。

さてまずこのビームは出射直後は（広義の）自由空間、すなわち (6) 式において $K_x^2(z) = 0$ のところでの変位 dx によってはこの面積は不変に保たれることは容易に分かる。次に $K_x^2(z) \neq 0$ の（広義の）収束場ではビームは (7) 式による x の変位 dx に加えて、広義の収束力による運動量パルス dP_x を受けて運動量の x 成分 P_x が dP_x だけ変化する。この dP_x は (6) 式によれば座標 x に比例した大きさを持ち、任意の直線をその直線と P_x 軸との交点（すなわち $x=0$ の点）を中心として回転して別の直線に移す。Fig. 3(a) にはまた、この (6) 式に従う運動量パルス dP_x によるビームの変化が描かれている。 dP_x は x に比例した大きさを持つ運動量変化であるところから、最初からの面積 S はこのパルスによって不変である。なぜなら、例えば、Fig. 3(a) にはこのパルス dP_x によって変形される前と後でのビームの二つの四辺形が一つの x - P_x 面上に描かれているが、これらの四辺形の面積はいずれも両端の二つの 3 角形の面積と中央

の四辺形の部分の面積の三つの部分の面積に分けて考えることができる。さてこの時、中央の四辺形の面積は両者共、図の記号により $\Delta x \cdot \Delta P_x$ であって不変である。さらに二つの両端の三角形の面積はいずれも P_x 軸に並行な底辺の長さが、変形の前後で変わらないためやはり不変である。結局これらの三つの部分の面積を加えた全体の面積は両者で同じであり、したがって面積 S も不変である。(6)式と(7)式は x と P_x について全く対称な形であるから、変位 dx によるビームの変化も全く上と同様の議論ができて、結局面積 $S = 2P_{x_0} \cdot x$ は不変に保たれる。

以上の議論により、(1)式の軌道方程式が成立する(曲線)座標系においては、中心ビーム、すなわち $(p_e + p_m - p) = 0$ または $\gamma = \delta_e = 0$ のビームについては、体積不変定理 $dx \cdot dP_x = \text{一定}$ が成立していることが分かる。

次に Fig. 3(b) の図の説明に入ることにする。Fig. 3(b) では、まず物点での出射角 α は $|\alpha| < \alpha_0$ であって Fig. 3(a) と同じであるが、 x 、すなわちストット幅が非常に狭い場合のビームを考える。この場合のビームの x - P_x 平面での変化は、図(a)で $x_0 = 0$ とした場合に対応しており、図(b)では実線で表された線分のように変化する。さて図(b)では、物点と第一収束点の間のある点(図では P 点)において、 x に関係しない様な運動量パルス dP_δ がビームに掛かったと考えた時は、ビームが実線の位置から点線の位置に移動するようすが描かれている。(ここでは dP_δ は x に関係しない量であることが重要である。)この時元の実線の dP_δ を受けなかったビームと、点線の dP_δ を受けたビームとの間には図のように面積 $\Delta S = 2x \cdot dP_\delta$ を持つ四辺形が生まれる。この四辺形の面積 ΔS は、図(a)の説明のところで証明した面積不変定理により以後一定に保たれる。したがってこのパルス dP_δ による第一収束点での空間的な分離 dx_δ は図(b)から

$$dx_\delta = -\frac{x'}{P_{x_1}} dP_\delta \quad (8)$$

となる。ところで、Fig. 3(b) に描かれている例では、 dP_δ は x - P_x 座標で見ると負の値、すなわち、

$dP_\delta < 0$ となっている。このときは dx_δ も負の値となることが分かる。また x', x'' などは、Fig. 2 で中心軸上の物点より角度 α_0 で x の正の方向に出射したイオンが途中の軌道上の持つ x 座標成分、 P_{x_1} は同じイオンが収束点で持つ運動量の x 成分であり、図(b)の例では $x > 0$ 、また $P_{x_1} < 0$ となっている。次に最終収束点が n 回目の収束点である場合について考える。この時ビームはある一つの収束点とその次の収束点の間ではいつも時計回りに丁度、角度で 180° だけ回転し、次の収束点での P_{x_n} は符号が反対となる。これに連れて dx_δ も符号が反転する。したがって、符号をも含めて(8)式により dx_δ を定義すれば、最終結束点は何番目かに関係なく(8)式が成立する。

次にまず物点から第一収束点までの間の ΔS の加算性について議論する。上の議論により1回の dP_δ による ΔS は不変であるが、ビームが物点から第一収束点まで間の異なる場所で複数のパルス dP_{δ_i} ($i=1, 2, \dots, n$) を受けた場合には、 ΔS_i の正負の符号も考慮した上で次の加算性が成立する。

$$S = \sum \Delta S_i = \sum x_i \cdot dP_{\delta_i} \quad (9)$$

もちろん、この時 dP_{δ_i} の符号も考えなければいけない。この時、最終または任意の収束点での分離(または分散)を x_{δ_n} と書けば

$$dx_{\delta_n} = -\frac{1}{P_{x_n}} \sum \Delta S_i = -\frac{1}{P_{x_n}} \sum x_i \cdot dP_{\delta_i} \quad (10)$$

が成立する。ここで P_{x_n} は (Fig. 2 のイオンの) 最終、または任意の n 番目の収束点での、運動量の x 成分である。ここまでの話は、物点と第一収束点の間のみで掛かった dP_{δ_i} によって生じる ΔS_i の(最終収束点での分散 x_δ に関する)加算性であった。すなわち、 dP_{δ_i} は第一収束点までのものに限られていた。しかし、 dP_{δ_i} が第一収束点以後の場所のものも含めて、一般的に(9)、(10)式が成立することが、次のような考察を行うことにより明らかとなる。まず、Fig. 2 のイオン軌道の x 座標の正負の符号を考慮に含めれば、(9)、(10)式が第二収束点までのすべての P_{δ_i} に付いても成立するように拡張できることが分かる。と言うのは、問題のイオン軌道は物点と第一収束点の間では $x > 0$ であり、第一と第二収束点間では $x < 0$ であ

る。またこれに対応して、Fig. 3 のビームは x - P_x 平面内では、最初の収束点までに時計回りに丁度 180° 回転し、さらに第一収束点と第二収束点の間でも丁度 180° 回転する。この時、第一収束点よりも前の位置で掛かった dP_i によって第一収束点のところに起こった分散 $dx_{i1} = -x_i \cdot dP_i/P_{i1}$ は第一収束点と第二収束点の間でさらに 180° 回転して、第二収束点での分散 dx_{i2} は符号が反転するが、その式はやはり (10) 式により $dx_{i2} = -x_i \cdot dP_i/P_{i2}$ で与えられる。次に、第一収束点と第二収束点の間で掛かったパルスを仮に dP_j と書き、かつ第一と第二収束点間では $x < 0$ であることを考慮すると、この dP_j による第二収束点での分散 dx_{j2} は、やはり (10) 式により、 $dx_{j2} = -x_j \cdot dP_j/P_{j2}$ で与えられる。したがって、 dx_{i2} と dx_{j2} の加算性および ΔS_i と ΔS_j の加算性は結局、 x と dP_δ の正負の符号を考慮すると、共通して、 $x_{\delta_2} = -\sum \Delta S_i/P_{i2} = -\sum x_i \cdot dP_{\delta_i}/P_{i2}$ で表すことができる。したがってまた、物点から第二収束点までに掛かる運動量パルスを、共通して dP_{δ_i} ($i=1, 2, \dots, n$) と書くことと最終収束点での分散もまた (10) 式で、共通に

$$x_{\delta_n} = -\sum \Delta S_i/P_{i_n} = -\sum x_i \cdot dP_{\delta_i}/P_{i_n}$$

と表すことができる。

次に n 番目の収束点まで、(9), (10) 式が成立していると仮定して、 $(n+1)$ 番目の収束点まで拡張して (9), (10) 式が成立することの証明は、第一の収束点から第二の収束点まで (9), (10) 式を拡張する場合と全く同様の議論によって証明できる。このように帰納法的な証明により、最終収束点までに収束点の数が任意個ある場合でも (9) 式と (10) 式が成立していることが分かる。

さて、(10) 式を用いれば、拡張された意味での曲線座標系でのエネルギー分散や質量分散の定式化を行うことができる。

まず、(1) 式の軌道方程式において、 $(p'_e + p'_m - p) \neq 0$ の場合がエネルギー分散や質量分散が存在する場合である。すなわち、問題にしているイオンが中心ビームイオンに対し、質量差 ΔM とエネルギー差 ΔU を持つ時である。この時は (1) 式の右辺の第 1 項 $(p'_e + p'_m - p)$ を、微小量 $\delta_e = \Delta U/U$ と $\gamma = \Delta M/M$ で展開して一次項だけを取ると、(1)

式は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{2mU} \frac{dx}{dz} \right) &= \frac{dP_\gamma}{dz} \\ &= -\sqrt{2mU} \left\{ \left(p_e + \frac{1}{2} p_m \right) \delta_e + \frac{1}{2} \gamma p_m \right\} \\ &\quad - \sqrt{2mU} \cdot K'_x(z) \cdot x \end{aligned} \quad (11)$$

となる。(11) 式の右辺の第 1 項はエネルギー偏差 δ_e と質量偏差 γ によるイオンの分散を与える。これを $(z, z+dz)$ 間で掛かる運動量パルス dP_δ の形に書くと

$$\begin{aligned} dP_{\delta_e} &= -\sqrt{2mU} \cdot \left(p_e + \frac{1}{2} p_m \right) \delta_e \cdot dz \\ &= -\sqrt{2mU} \cdot \left(p - \frac{1}{2} p_m \right) \delta_e \cdot dz \end{aligned} \quad (12)$$

$$dP_\gamma = -\frac{1}{2} \sqrt{2mU} \cdot p_m \cdot \gamma \cdot dz \quad (13)$$

(12) 式の dP_{δ_e} はエネルギー偏差による分散を与え、(13) 式の dP_γ は質量偏差 γ による分散を与える。この dP_{δ_e} と dP_γ は座標 x によらない、一様な運動量パルスをビームに与えるので、上に導いた (10) 式を適用することができる。すなわち、任意の収束点における分散は、(12) 式と (13) 式を用いて、

$$x_{\delta_e} = -\frac{1}{P_{x_n}} \int x \cdot dP_{\delta_e} \quad (14)$$

$$x_\gamma = -\frac{1}{P_{x_n}} \int x \cdot dP_\gamma \quad (15)$$

の形で与えることができる。ただし P_{x_n} は、Fig. 2 で問題にしているイオンの任意の n 番目の収束点での運動量の x 成分の符号も含めた量を意味するものとする。(14) 式は任意の収束点でのエネルギー分散を与え、(15) 式は同じ収束点での質量分散を与える。したがってまた、上式での x は Fig. 2 で物点の中心軸より角度 α_0 、したがって運動量の x 方向成分 P_{x_0} が

$$P_{x_0} = \sqrt{2mU} \cdot \alpha_0 \quad (16)$$

で x 軸の正の方向に出射したイオン軌道の途中での x 座標成分である。

さて、特に、 P_{x_i} を同じイオンの最終収束点での運動量の x 成分、収束角を α_f であるとする

$$P_{x_l} = \sqrt{2mU} \cdot \alpha_l$$

である。また、物点と最終収束点の間の像倍率を X とすると Fig. 3(a) から

$$X = \frac{x_l}{x_0} = \frac{P_{x_0}}{P_{x_l}} \quad (17)$$

であることが分かる。したがって、最終収束点での分散は (14) 式と (15) 式に、 α_0, P_{x_0}, X を用いて

$$\begin{aligned} x_{\delta_e} &= -\frac{X}{P_{x_0}} \int x \cdot dP_{\delta_e} \\ &= -\frac{X}{\sqrt{2mU} \cdot \alpha_0} \int x \cdot dP_{\delta_e} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} x_r &= -\frac{X}{P_{x_0}} \int x \cdot dP_r \\ &= -\frac{X}{\sqrt{2mU} \cdot \alpha_0} \int x \cdot dP_r \end{aligned} \quad (19)$$

と書くことができる。(18), (19) 式は、物点の中心軸から α_0 の角度で出射した特定のイオンの軌道に関する積分であり、分散が特定のイオンの軌道のみに関係するのは、一見奇妙であるが、実は (18) 式と (19) 式を見ると、 α_0 が式の分母に入っており、また積分の中の分子の x も α_0 に比例するので両者が打ち消しあって、結局積分全体が特定のイオンのみに寄らない、系特有の分散を与えることが分かる。

(18), (19) 式の dP_{δ_e} と dP_r に (12) 式と (13) 式を代入して整理すると

$$x_{\delta_e} = \frac{X}{\alpha_0} \int \left(p - \frac{1}{2} p_m \right) \delta_e x \cdot dz \quad (20)$$

$$x_r = \frac{X}{2\alpha_0} \int p_m r x \cdot dz \quad (21)$$

となる。(20) 式と (21) 式は中心軸に沿った、独立変数 z に関する積分である。ここで、 $p, p_e, \delta_e = \Delta U/U, U = e\phi$ などは、中心軸上の点での値であり、 z のみの関数となっている。(ここで p_e と p_m は (3), (4) 式において、すべての記号からダッシュを取った式で表される。)

このように、(1) 式の軌道方程式が成立するような、曲線座標系では一般に中心軸上の電位 ϕ が変化する。したがって、例えば、エネルギー偏差 δ_e も場所によって変化したりするため、そのままの (20) 式や (21) 式を用いて分散の比較または見

積などを行うのは、一見分かりづらい点がある。そこで、次のような書き換えを行ってみる。

まず物理量、 p_e, p_m, U, δ_e の定義式、(3), (4) 式などの中のもの $\phi_{(z)}$ を単に最終収束点の電位 ϕ_l (=一定) に置き換えた量を添え字 'l' を付けて、次のように定義して置く。

$$p_{e_l} = -\frac{1}{2\phi_l} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (22)$$

$$p_{m_l} = \frac{\eta}{\sqrt{\phi_l}} (B_y), \quad \eta = \sqrt{\frac{|e|}{2m}} \quad (23)$$

$$\delta_{e_l} = \frac{\Delta U}{U_l}, \quad U_l = e\phi_l \quad (24)$$

このように定義することにより、 $\delta_e = \Delta U/U$ は z の関数として変化するが、 $\delta_{e_l} = \Delta U/U_l$ は定数となり、 $\delta_e = (U/U_l)^{-1} \cdot \delta_{e_l}$ と表せる。また、従来のセクター電場/磁場の場合には、場の中では中心軸上の電位 ϕ と曲率 p は一定であり、この ϕ は (したがって U も) 独立に変えることができる。(このようなセクター場の具体例として上下対称なアルミナ平板上の抵抗膜と同心円線状多電極の系を挙げることができる。) また、軸上の値 (B_y) や $(\partial \phi / \partial x)$ など場の中では一定である。このような場合には、 $p_{m_l} = \eta(B_y) / \phi_l$ は一定であり、 p_m は

$$p_m = \left(\frac{\phi}{\phi_l} \right)^{-1/2} p_{m_l} = \left(\frac{U}{U_l} \right)^{-1/2} p_{m_l} \quad (25)$$

となる。同様に、

$$p_e = \left(\frac{\phi}{\phi_l} \right)^{-1/2} p_{e_l} = \left(\frac{U}{U_l} \right)^{-1/2} p_{e_l} \quad (26)$$

である。したがって、例えば ϕ をパラメーターとしてセクター重畳場を含むイオン光学系の分散を考える時に、 p_{m_l} や p_{e_l} を基準として用いて考えた方が分かりやすい場合がある。少なくとも (20) 式は定数 δ_{e_l} を用いて書いた方が良いと考えられる。

$$x_{\delta_e} = \frac{X \delta_{e_l}}{\alpha_0} \int \left(p - \frac{1}{2} p_m \right) \left(\frac{U}{U_l} \right)^{-1} x \cdot dz \quad (20)'$$

(20)', (21) 式は任意の曲線座標系におけるイオンの分散を統一的な形で定式化したものである。

これらの式によると、最終収束点でのイオンの

全分散への，途中の各場による寄与は加算的なものであることが分かる．また，これらの式は，加速/減速場でのイオンの分散や，中心軌道の曲率が変化するような特殊な系における分散の検討にも利用できることが分かる．

3. おわりに

広義座標に関して， Γ 空間内で成立する体積不変定理を参考として，一般化した曲線座標系の $x-P_x$ 平面でイオンビームの挙動を解析することにより，一般的な曲線座標系での分散の式を統一的な形で形式化することができた．これらの式は，複雑な重畳場の系での分散の見通しを立てる

上で特に有用である．これらの式の応用については，必要あればまた別途稿を改めて報告したい．

謝 辞 本論文の作成に当たり，有益なる助言をいただいた，大阪大学の松田 久名誉教授と桜井 達博士に心からの謝辞を申し上げる．

文 献

- 1) 内藤統広，質量分析，37, 284 (1989).

Keywords

Ion optics of crossed fields
Electric and magnetic crossed fields
Mass and energy dispersion
Mass and energy dispersion in crossed fields