重畳場の新しいイオン光学的検討 III: 新しい形状の電場に関する提案

A New Ion Optical Investigation of Electric and Magnetic Crossed Fields III: A Proposal of a New Type Electric Field

内 藤 統 広*

Motohiro NAITO

(平成2年1月26日受理)

In the previous paper, entitled "A New Ion Optical Investigation of Electric and Magnetic Crossed Fields I", the 1st order ion optical properties of the new crossed field were examined, assuming a new type of an electric field in which the converging field component and the dipole field component can vary independently. To realize such a new type of an electric field, a system consisting of concentric multi electrodes and resistance film on a pair of parallel plates was examined in this paper.

1. ま え が き

前報、重畳場の検討 I^{1),2)} では、電場の偏向場と収束場の成分を独立に変えられるような重畳場が可能であることを一次のイオン光学的検討により示した。このような電場を作るには(上下の対称性を仮定すると)少なくとも4極以上の電極が必要である。本報では、このような多電極電場の一例として、特に有用と思われる上下対称な平行平板上の同心線多電極によって発生する電場について検討を行った。このような平行平板上の多電極電場を重畳場に用いると電場の偏向上と収束力を独立に変えることができるが、同時に、理論上では3次や4次などの高次項の制御も可能であることが分かる。(すなわち、空間内で Laplace の式が成立することを仮定して、高次項による電場の歪を解析的に考察することにより高次項の大きさのオーダーの算定が可能である。)

2. 一般的考察

本報では前報¹⁾で述べた偏向場と収束場の成分が独立に変えられる電場を実現する方法について述べる。すなわち、このような電場の一例として、一対の上下対称な平行平板上の抵抗膜と同心線状の多電極から成る系を考え、これらの電極 l_i に適当な電圧 ϕ_i を与えることにより、上述の電場を発生させることを考える。

Fig. 1 にはこの平行平板上の同心多電極群が示されている。しかしもう少し一般化して回転対称かつ上下対称な曲面上の抵抗膜と同心多電極群を考えることができる。すなわちまず、半径 a の円弧上の点を原点とする曲線座標 (x, y, z) とその点を囲む、上下対称でかつ回転対称な曲面上の電極群を考える。これらの曲面上の線状多電極 l_i ($i = 1, 2, \dots, n$) に任意のポテンシャル ϕ_i を与えることにより、原点のまわりの空間に

$$\phi(X, 0) = -Ea \left(\frac{a}{a_e} X + \frac{1}{2} l' X^2 \right)$$

* 日本電子株式会社 (〒196 東京都昭島市武蔵野 3-1-2)
JEOL Ltd. (1-2 Musashino 3-chome, Akishima, Tokyo 196, Japan)

Fig. 1. Concentric multi electrodes and resistance film on a pair of parallel plates.

$$+O(X^3), \quad X = \frac{x}{a} \quad (1)$$

の電場を発生させたい。 $O(X^3)$ は高次項による電場の歪と考えられる。この $O(X^3)$ はできるだけ小さくする必要がある。少なくともビームの通る空間では

$$\phi_{\text{ideal}} = -Ea \left(\frac{a}{a_c} X + \frac{1}{2} l' X^2 \right) \gg O(X^3) \quad (2)$$

でなければならない。原点のまわりの空間では Laplace の方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ が成立しており、かつ ϕ には回転対称性と上下対称性が存在する。

さて、まわりの各電極面、 $y_j = g_j(X)$ ($j=1, 2, \dots, m$) 上では $\phi_{sj}(X, Y) = \phi(X, g_j(X)) \equiv f_j(X)$ なる形で、 X のみの関数としてポテンシャルを与えることができる。この時、この電極面上のすぐ近くの空間でも $\phi_{\text{out}}(X, Y) = f_j(X)$ のポテンシャルになっている。原点のまわりの空間のポテンシャルは $\nabla^2 \phi = 0$ により決まる。今、仮に Fig. 1 の平行平板電極面上で $\phi_s(X, Y) = E_0 X$ または $\phi_s(X, Y) = L_0 X^2$ のようなポテンシャルを与えた時、内部の空間のポテンシャルはどうなっているであろうか。Laplace の方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ があるため、内部空間では与えた関数とは異なったポテンシャルが発生していると考えられる。

Fig. 2. Line-shaped conducting electrodes and resistance film on the alumina insulator base.

Fig. 3. Line multi electrodes on a pair of plates.

以下では抵抗膜表面上での電位の連続性を仮定することにより、抵抗膜上に任意の電位を与える時に内部空間で生ずる場の歪について検討を行う。

2.1 抵抗体表面近傍の電場

まず Fig. 2 および Fig. 3 のように、抵抗膜面上に一定の間隔で並べられた（同心の）多数の線状電極の各々に電圧 ϕ_i を与えた時に生ずる、表面近傍の外部空間のポテンシャルについて考える。抵抗膜表面上の空間でのポテンシャルを ϕ_{os} (outer surface) とし、抵抗膜内部のポテンシャルを ϕ_{is} (inner surface) とする。 $\phi_{os}(x, y, z)$ は空間内のポテンシャルであり、Laplace の方程式 $\nabla^2 \phi_{os} = 0$ に従う。また ϕ_{is} は線状電極に与えられる電位とその間を流れる電流 I_s によりオームの法則によって決まるものと考えられる。なお、電流によって生ずる磁場や電流変化による場などは無視できるとする。表面でのポテンシャルの連続性（または、表面での接線方向の電場の連続性）により、抵抗膜表面上の任意点 (x, y, z) において

$$\Phi_{os}(x, y, z) = \Phi_{is}(x, y, z) \quad (3)$$

または $E_{os} \cdot ds = E_{is} \cdot ds$ である.

2.2 回転対称な空間内の電場

空間内には電荷がないと仮定すると、電位 ϕ について Laplace の方程式が成立する.

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = 0 \quad (4)$$

さらに、回転対称を仮定し、電位 ϕ を円筒座標で表し、 ϕ は角 φ には無関係であるとする。また、中心軌道半径を a とし、中心軌道上に (x, y) の原点を取る。(x を r 方向に、 y を z 軸方向に選ぶ.) すると (4) 式は

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(a+x) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + (a+x) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (5)$$

となるが、結局 $\phi(x, y)$ は次の型の、原点のまわりの収斂級数を仮定することができる³⁾.

$$\phi(x, y) = -Ea \sum \frac{A_{ij}}{i!j!} \left(\frac{x}{a} \right)^i \left(\frac{y}{a} \right)^j \quad (6)$$

これを (5) 式に代入すると係数 A_{ij} に関する recursion formula が得られる.

$$\begin{aligned} (i+1)A_{i,j+2} + A_{i+1,j+2} + (i+2)A_{i+2,j} \\ + A_{i+3,j} = 0 \\ (A_{i,j} = 0 \text{ for } i, j \leq 0) \end{aligned} \quad (7)$$

さらに、 $y=0$ の平面に関する上下対称性により j が奇数の時、 $A_{i,j}=0$ となる。これから 6 次までの A_{ij} に関する関係式が得られる.

$$\begin{cases} A_{02} = -A_{10} - A_{20} \\ A_{12} = A_{10} - A_{20} - A_{30} \\ A_{22} = -2A_{10} + 2A_{20} - A_{30} - A_{40} \\ A_{04} = A_{10} - A_{20} + 2A_{30} + A_{40} \\ A_{32} = 6A_{10} - 6A_{20} + 3A_{30} - A_{40} - A_{50} \\ A_{14} = -3A_{10} + 3A_{20} - 3A_{30} + 2A_{40} + A_{50} \\ A_{42} = -24A_{10} + 24A_{20} - 12A_{30} + 4A_{40} \\ \quad - A_{50} - A_{60} \\ A_{24} = 12A_{10} - 12A_{20} + 9A_{30} - 5A_{40} \\ \quad + 2A_{10} + A_{60} \\ A_{06} = -9A_{10} + 9A_{20} - 6A_{30} + 3A_{40} \\ \quad - 3A_{50} - A_{60} \end{cases} \quad (8)$$

このように回転対称性と $y=0$ の面に対する対称性を仮定すると (8) 式により、 A_{ij} の係数で $j \neq 0$ のものは A_{10} の係数によって決ってしまうことが分かる。すなわち、 A_{10} の係数のみを任意に独立

に与えられることができる.

3. 多電極電場の具体例

本章では、上下対称でかつ回転対称な電場の具体例として、前節でもふれた、上下対称な 2 枚の平行平板上の抵抗膜と同心円の線状多電極で作られる電場を具体的に検討する.

3.1 回転対称な空間内のポテンシャル

回転対称な空間内の電場は前節 2.2 の (6), (8) 式で与えられる.

ここで、 $X \equiv x/a$, $Y \equiv y/a$ と置き、回転対称なポテンシャル $\phi(V_a, X, Y)$ は (6), (8) 式の 4 次、すなわち X と Y の 4 次までの項で表せるものとする。また (6) 式で係数 A_{10} は自由に決められるが、特にここでは、 $A_{00}=0, A_{10}, A_{20}, A_{30}, A_{40}$ は自由にかつ独立に選べるものとする。また V_a はイオンの加速電圧であり、 $2V_a = -Ea$ である。したがって、(6) 式は

$$\begin{aligned} \phi(V_a, X, Y) = -Ea \left[A_{10}X + \frac{1}{2} A_{20}X^2 \right. \\ + \frac{1}{2} A_{02}Y^2 + \frac{1}{6} A_{30}X^2 + \frac{1}{2} A_{12}XY^2 \\ + \frac{1}{4} A_{22}X^2Y^2 + \frac{1}{24} A_{40}X^4 \\ \left. + \frac{1}{24} A_{04}Y^4 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

となる。また $A_{20}, A_{12}, A_{22}, A_{04}$ は (8) 式で表される。次に、(9) 式を前報、重畳場の検討 I の (2.21) 式と比較することにより、

$$A_{10} = \frac{a}{a_e} \quad (10)$$

$$A_{10} = l' \quad (11)$$

であることが分かる。したがって、 A_{10} と A_{20} は独立に、任意の値が取れることが要求される。なお前述の、(9) 式の E は、ちょうど eV_a のエネルギーを持ったイオンが曲率半径 a で座標原点の中心に沿って飛行する時の電場の強さとして定義される.

さて、電極表面上の空間のポテンシャル ϕ_{os} の 4 次までの項は (9) 式によって表される。また、電極表面の抵抗膜 (内部) のポテンシャル ϕ_{is} は各

線状電極 $l_i(X_i, Y_i)$ に任意の電圧 ϕ_i を与えることによって決まるものとする。すなわち、表面抵抗膜上の各電極 l_i に

$$\phi_i = A + BX_i + CX_i^2 + DX_i^3 + EX_i^4 \quad (i=1, \dots, n) \quad (12)$$

なる電圧が与えられた時、抵抗膜上の任意点において

$$\phi_{is} = A + BX + CX^2 + DX^3 + EX^4 \quad (13)$$

であると仮定する。

3.2 上下対称な平行平板電極による電場

さて、本節では上下対称な平行平板上の抵抗膜と、その皮膜上に細かい間隔で、同心円状に並べられた多数の線状電極から成る系を考える。電極上の各点は次の平面の方程式

$$X = \text{任意}, Y = \pm Y_0, \\ Y_0 = \text{constant} \quad (14)$$

によって表せる。電極表面のすぐ外の空間のポテンシャル $\phi_{os}(X, Y_0)$ はポテンシャルの連続性により、(13)式で表せると同時に(9)、(10)式をも満足していなければならない。この時、空間内の電場の歪はどうなっているであろうか。このことを検討するため(9)式に電極形状(14)式を代入して、 X のみの冪級数に整理すると同時に、(6)と(8)式を用いて、4次以上の高次項、すなわち5次と6次の項からの寄与も一応式の中に書き入れてみることにする。(ウェーブ~~~~を付けた部分)。すると ϕ_{os} は

$$\begin{aligned} \phi_{os}(X, Y_0) = & -Ea \left[\left(\frac{1}{2} A_{02} Y_0^2 \right. \right. \\ & + \frac{1}{24} A_{04} Y_0^4 + \frac{1}{720} A_{06} Y_0^6 \Big) \\ & + \left(A_{10} + \frac{1}{2} A_{12} Y_0^2 + \frac{1}{24} A_{14} Y_0^4 \right) X \\ & + \left(\frac{1}{2} A_{20} + \frac{1}{4} A_{22} Y_0^2 + \frac{1}{48} A_{24} Y_0^4 \right) X^2 \\ & + \left(\frac{1}{6} A_{30} + \frac{1}{12} A_{32} Y_0^2 \right) X^3 \\ & \left. + \left(\frac{1}{24} A_{40} + \frac{1}{48} A_{42} Y_0^2 \right) X^4 \right] \quad (15) \end{aligned}$$

となる。

次に、平行平板上の各線状電極 l_i の電位 ϕ_i は

(12)式でまた、電極面上のすべての点の電位 ϕ_{is} は(13)式で与えられる。

さて各電極の表面上のすべての点で、 $\phi_{is} = \phi_{os}$ とならなければいけない。すなわち、(15)式と(13)式がすべての X で等しくならなければならない。したがって(15)式と(13)式の X の各冪の係数が等しくならなければならない。よって

$$\left\{ \begin{aligned} A &= -Ea \left(\frac{1}{2} A_{02} Y_0^2 + \frac{1}{24} A_{04} Y_0^4 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{720} A_{06} Y_0^6 \right) \\ B &= -Ea \left(A_{10} + \frac{1}{2} A_{12} Y_0^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24} A_{14} Y_0^4 \right) \\ C &= -Ea \left(\frac{1}{2} A_{20} + \frac{1}{4} A_{22} Y_0^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{48} A_{24} Y_0^4 \right) \\ D &= -Ea \left(\frac{1}{6} A_{30} + \frac{1}{12} A_{32} Y_0^2 \right) \\ E &= -Ea \left(\frac{1}{24} A_{40} + \frac{1}{48} A_{42} Y_0^2 \right) \end{aligned} \right. \quad (16)$$

が成立する。なお $Y_0 (= y_0/a)$ は一次の微量と考える。すなわち、 $Y_0 \ll 1$ である。さて各線状電極 l_i の電位 ϕ_i を与える(12)式において、(15)式の5次以上の項は無視して

$$\left\{ \begin{aligned} A &= -Ea \left(\frac{1}{2} A_{02} Y_0^2 + \frac{1}{24} A_{04} Y_0^4 \right) \\ B &= -Ea \left(A_{10} + \frac{1}{2} A_{12} Y_0^2 \right) \\ C &= -Ea \left(\frac{1}{2} A_{20} + \frac{1}{4} A_{22} Y_0^2 \right) \\ D &= -Ea \frac{A_{30}}{6} \\ E &= -Ea \frac{A_{40}}{24} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

であるように係数 A, B, C, D, E を決めたとすると、等式(16)式

$$\left| \frac{1}{720} A_{06} Y_0^6 + O(Y_0^8) = 0 \right.$$

$$\begin{cases} \frac{1}{24} A_{14} Y_0^4 + O(Y_0^6) = 0 \\ \frac{1}{12} A_{32} Y_0^2 + O(Y_0^4) = 0 \\ \frac{1}{48} A_{42} Y_0^2 + O(Y_0^4) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

となり、 $A_{06}, A_{14}, A_{32}, A_{42}$ などの 5 次と 6 次の係数は特に大きくなる必要はなく、問題は起こらない。ただし、例えば $O(Y_0^8)$ は Y_0 につき 8 次の微小量であることを示す。したがって、(8) 式の制約のもとに、 $A_{10} = a/a_e, A_{20} = l'$ として、 A_{10} と A_{20} を独立に変えることができる。

次に、電極面上の線状電極 l_i の電位 ϕ_i の与え方によって、どのような電場の歪みが生ずるかを検討する。すなわち、各電極 l_i の電位 ϕ_i を (16) 式によるものとは少し変えて、 $\phi_i = A + BX_i + CX_i^2$ としてみた時にどのような高次の項が起こり得るかについて検討することにする。ここでは、(17) 式で表される A, B, C の高次の微小項、 $A_{04} Y_0^4, A_{12} Y_0^2, A_{22} Y_0^2$ を無視した場合について検討を行っている。

a) 例 1

各線状電極 l_i に与える電圧は

$$\begin{aligned} \phi_i = A + BX_i + CX_i^2 = -Ea \left(\frac{1}{2} A_{02} Y_0^2 \right. \\ \left. + A_{10} X_i + \frac{1}{2} A_{20} X_i^2 \right) \end{aligned} \quad (19)$$

とする。すなわち、(17) 式の定数 A, B, C を表している右辺の $Y_0^2 (\ll 1)$ の項に関してより高次の項を無視した場合である。再び (16) 式により

$$\begin{cases} A_{00} + \frac{1}{24} A_{04} Y_0^4 + \frac{1}{720} A_{06} Y_0^6 = 0 \\ \frac{1}{2} A_{12} Y_0^2 + \frac{1}{24} A_{14} Y_0^4 = 0 \\ \frac{1}{4} A_{22} Y_0^2 + \frac{1}{48} A_{24} Y_0^4 = 0 \\ \frac{1}{6} A_{30} + \frac{1}{12} A_{32} Y_0^2 = 0 \\ \frac{1}{24} A_{40} + \frac{1}{48} A_{42} Y_0^4 = 0 \end{cases} \quad (20)$$

が得られる。式 (10) により A_{30} と A_{40} は独立に与えることができると考え、仮に $A_{30} = A_{40} = 0$ と置いてみる。

(10) より、 A_{12}, A_{22}, A_{04} は

$$\begin{cases} A_{12} = A_{10} - A_{20} \\ A_{22} = -2A_{10} + 2A_{20} \\ A_{04} = A_{10} - A_{20} \end{cases} \quad (21)$$

となりもちろんこれらはゼロとはならない。したがって (20) 式より

$$\begin{cases} A_{00} = -\frac{1}{24} A_{04} Y_0^4 \\ A_{14} = -12A_{12} Y_0^{-2} \\ \quad = -12(A_{10} - A_{20}) Y_0^{-2} \\ A_{24} = -24A_{22} Y_0^{-2} \\ \quad = 48(A_{10} - A_{20}) Y_0^{-2} \end{cases} \quad (22)$$

上式における等号の意味はオーダー的なものが一致すると言う程度に解すべきである。したがって、定数項 A_{00} 、5 次および 6 次の項の大きさは

$$\begin{cases} A_{00} = -\frac{1}{24} A_{04} Y_0^4 \\ A_{14} X Y^4 = -12A_{12} Y_0^{-2} X Y^4 \\ \quad \approx 12(A_{10} - A_{20}) X Y^2 \\ A_{24} X^2 Y^4 = -24A_{22} Y_0^{-2} X^2 Y^4 \\ \quad \approx 48(A_{10} - A_{20}) X^2 Y^2 \end{cases} \quad (23)$$

程度である。この検討結果は次のように解釈できる。

すなわち、(19) 式により、定数項も一応考慮してかつ $A_{30} = A_{40} = 0$ と置いて、一応 X_i の 2 次までの電圧の制御を行うと A_{12}, A_{22}, A_{04} などの係数は零ではないが A_{10} または A_{20} と同じ大きさに抑えることができる。しかし (22), (23) 式を見ると 5 次および 6 次の項の係数 A_{14}, A_{06}, A_{24} が $A_{12} Y_0^{-2}, A_{04} Y_0^{-2}, A_{22} Y_0^{-2}$ のオーダーの大きさとなる。したがって、5 次および 6 次以上の高次の項による場と歪が、3 次および 4 次の項による寄と同程度以上となる。結論として、内部の空間で

$$\begin{aligned} \phi_{\text{ideal}} = -Ea \left[A_{10} X + \frac{1}{2} A_{20} X^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} A_{02} Y^2 \right] \gg O(X^3) \end{aligned}$$

は言えるが、 $A_{30} = A_{40} = 0$ などを仮定することは

意味がないことになる。

以上の検討から、3次と4次の項までが意味を持つコントロールを行うためには、例えば次のような電圧 ϕ_i の与え方をする必要がある。

$$\begin{aligned}\phi_i &= A + BX_i + CX_i^2 \\ &= -Ea \left[\left(\frac{1}{2} A_{02} Y_0^2 + \frac{1}{24} A_{04} Y_0^4 \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(A_{10} + \frac{1}{2} A_{12} Y_0^2 \right) X_i \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{2} A_{20} + \frac{1}{4} A_{22} Y_0^2 \right) X_i^2 \right] \quad (24)\end{aligned}$$

ただし、 $A_{10}=a/a_0$, $A_{20}=1$, $A_{30}=A_{40}=0$, として

$$\begin{cases} A_{02} = -(A_{10} + A_{20}) \\ A_{12} = A_{10} - A_{20} \\ A_{22} = -2A_{10} + 2A_{20} \\ A_{04} = A_{10} - A_{20} \end{cases} \quad (25)$$

このように、 $A_{30}=A_{40}=0$ としても、(25) 式によって、空間内のポテンシャルには、 A_{12}, A_{22}, A_{04} による3次および4次の項は存在することが分かるが、しかし各電極 l_i には X_i^2 までの項を与えればよいので電圧の与え方としては少し簡単になると考えられる。

4. ま と め

以上、多電極で偏向成分と収束成分が独立に変えられるような電場の一例として、上下対称な平行平板上の同心線状多電極の系につき検討したが、この平行平板多電極は磁場の狭い間隔の中にも挿入することが可能であるので、磁場強度を上げられるという利点がある。

この他、上下対称でかつ回転対称な場の例としては、回転双曲面などが考えられ、上述の検討と類似の方法により、高次の項による場の歪を検討することも可能である。しかし、挿入する間隔が狭くできないことと形状が複雑なため製作がむずかしいことなど、実用的でない。

文 献

- 1) 内藤統宏, 質量分析, 37, 28 (1989).
- 2) 松田 久, 質量分析, 25, 47 (1964), "イオン光学講座".
- 3) H. Wollnik, T. Matsuo, and H. Matsuda, *Nucl. Instrum. Meth.*, 102, 13 (1972).

Keywords

Sector electric field
Energy filter
Electric and magnetic crossed field
Electric field