一般化した Mattauch-Herzog 型質量分析器の 二重収束条件とその配置収差について

Double Focus Condition for the Generalized Mattauch-Herzog Type Mass Spectrograph and Its Setting Aberrations

竹 下 功*

ISAO TAKESHITA

(1963年1月30日受理)

As an example of charged particle optics expressed in a matrix formalism, the condition to be filled between two fields in the case of the generalized Mattauch-Herzog type mass spectrograph is derived.

The general formulae of the setting aberrations are given by the partial differentiation of each element. The setting aberrations are calculated and tabulated for the common Mattauch-Herzog type mass spectrograph which consists of a $\pi/4\sqrt{2}$ cylindrical electrostatic analyzer followed by a 90° homogeneous magnetic field. The results are compared with those given by T. Kitagaki and the difference is discussed.

1. 緒 言

質量分析器における荷電粒子の幾何光学については、既に Herzog¹⁾ によって基本的に重要なことは解明されており、特に質量数のいかにかわらず二重収束するいわゆる Mattauch-Herzog 型の質量分析器の二重収束条件も詳しく研究されている²⁾。

一方幾何光学における一次近似の取扱に際してマトリックス表示を用いることが一部で行われており極めて有用であることが示された^{3), 4)}。

特に質量分析の立場からは、質量分散もふくめた形で取扱えば⁵⁾ 極めて容易に収束条件や分解能が求められる、理解もし易いので、その一例としてここで Mattauch-Herzog 型の質量分析器の二重収束の条件をマトリックス表示で導出し、かつその配置ないしは形状の不正に起因する収差について論ずることとする。

なおこの種の収差については北垣氏⁶⁾ の報告があるが、一部計算方法に同意しかねる点があるので特に論及した。

2. イオン軌道のマトリックス表示

まず質量 M 、エネルギー E の荷電粒子の1つの軌道をえらびこれを光軸と呼ぶことにする。さて1つの場の入口の点においてこの光軸に垂直に x 軸をとり、

微小量 x_0 の点を通り、光軸に対して微小な角 α_0 の方向に進むエネルギー $E+\delta E$ 、質量 $M+\delta M$ のビームが、この場の出口の点において光軸から距離 x の点を、 α の方向に向つて通過したとすれば、一次近似の範囲では、

$$\left. \begin{aligned} x &= A_{11}x_0 + A_{12}\alpha_0 + A_{13}\varepsilon + A_{14}\gamma \\ \alpha &= A_{21}x_0 + A_{22}\alpha_0 + A_{23}\varepsilon + A_{24}\gamma \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

と書くことができる。ここに $\varepsilon = \delta E/E$ 、 $\gamma = \delta M/M$ の微小量である。

Fig. 1. Coordinate system.

エネルギーおよび質量は場の入口および出口の点で変化していないとすれば、これらはすべて一次変換であるから、場を $(x, \alpha, \varepsilon, \gamma)$ を成分とするベクトルの変換マトリックスとして表示することができる。1つの場が2つの部分にわけられるとき、そのおのおのをあらわす変換マトリックスの積で全体の場があらわされることは一次変換の性質から当然である。このマトリックスを Transfer Matrix と呼び、以下 T-マトリックスと呼ぶことにする。

T-マトリックスの一般的な形は

* 松下電器産業(株)無線事業本部研究所(大阪府北河内郡門真町)
Matsushita Electric Ind. Co. Ltd. Research Laboratory
Wireless Div., (Kadoma-cho Kitakawachi-gun Osaka-fu).

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

で与えられる。このマトリックスの重要な性質の1つとして、その行列式が1に等しいことに注意しておこう。これはいわゆる Liouville の定理である。

もっとも簡単な場合は長さ L の自由空間である。ここでは α は変化せず、 $x=x_0+La_0$ 、となるからその T-マトリックスは

$$\begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

で与えられる。

3. Mattauch-Herzog 型質量分析器と二重収束の条件

今2つの場とその前後および中間に自由空間をはさんで1つの質量分析器を作ったとしよう。第1の場の T-マトリックスを (A) 、第2のそれを (B) であらわし、イオン源と第1の場までの距離を l' 、2つの場のへだたりを d 、第2の場から像までの距離を l'' とすれば、この全系をあらわす T-マトリックスは、

$$(T)=(l'')(B)(d)(A)(l') \quad (4)$$

で与えられる。ここに (l'') 、 (d) 、 (l') はそれぞれ長さ l'' 、 d 、 l' の自由空間の T-マトリックスである。計算の結果 T_{ij} は

$$\left. \begin{aligned} T_{11} &= (A_{11}+dA_{21})(B_{11}+l''B_{21}) \\ &\quad + A_{21}(B_{12}+l''B_{22}) \\ T_{12} &= \{l'A_{11}+A_{12}+d(l'A_{21}+A_{22})\} \\ &\quad (B_{11}+l''B_{21}) + (l'A_{21}+A_{22}) \\ &\quad (B_{12}+l''B_{22}) \\ T_{1j} &= (A_{1j}+dA_{2j})(B_{11}+l''B_{21}) \\ &\quad + A_{2j}(B_{12}+l''B_{22}) + (B_{1j}+l''B_{2j}) \\ &\quad j=3,4. \\ T_{21} &= (A_{11}+dA_{21})B_{21} + A_{21}B_{22} \\ T_{22} &= \{l'A_{11}+A_{12}+d(l'A_{21}+A_{22})\}B_{21} \\ &\quad + (l'A_{21}+A_{22})B_{22} \\ T_{2j} &= (A_{1j}+dA_{2j})B_{21} + A_{2j}B_{22} + B_{2j}, \\ &\quad j=3,4 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

で与えられる。

すなわち軌道は l'' 点において光軸より x へだたった所にあり、この x は

$$x = T_{11}x_0 + T_{12}a_0 + T_{13}e + T_{14}y \quad (6)$$

であるから方向収束の条件は $T_{12}=0$ 、速度収束の条件は $T_{13}=0$ であることは容易にわかる。 $T_{13}=0$ において l'' を求め、 T_{12} に代入し、 $T_{12}=0$ とおけば

$$\begin{aligned} (l'A_{21}+A_{22}) \left(d \begin{vmatrix} B_{11} & B_{13} \\ B_{21} & B_{23} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} B_{12} & B_{13} \\ B_{22} & B_{23} \end{vmatrix} - A_{13} \right) \\ + (l'A_{11}+A_{12}) \left(\begin{vmatrix} B_{11} & B_{13} \\ B_{21} & B_{23} \end{vmatrix} + A_{23} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

の条件式がえられる。

この条件をみたす (A) 、 (B) 、 l' 、 l'' 、 d によって一つの二重収束の質量分析器がえられるが、今特に

$$l'A_{21}+A_{22}=0 \quad (8)$$

をみたす l' にイオン源をおき、

$$\begin{vmatrix} B_{11} & B_{13} \\ B_{21} & B_{23} \end{vmatrix} - A_{23} = 0 \quad (9)$$

をみたすごとく2つの場をえらぶならば、(7)が成立する。場が軸対称の電場 $E(r, z)$ また磁場 $H(r, z)$ 、またはそのかさねあわせの場である場合は、 A_{23} および $B_{11}B_{23}-B_{13}B_{21}$ は曲率半径によらないから⁵⁾、(9)式は曲率半径をふくまない関係式となり、曲率半径によって偏向角の変わらないような形状の場を第2の場として用いれば、質量のいかんにかかわらず二重収束する質量分析器がえられる。この条件(9)をみたす2つの場の組合せで作られた質量分析器が、広義の Mattauch-Herzog 型の二重収束質量分析器である。

(8)、(9)が成立している場合の T_{ij} 、 l'' を求め、これを T_{ij}^* 、 l''^* とあらわせば

$$\left. \begin{aligned} T_{11}^* &= -\frac{A_{21}^*}{B_{21}^*} = \frac{1}{T_{22}^*} \\ T_{12}^* &= T_{13}^* = 0 \\ T_{14}^* &= -\frac{A_{24}^* + \begin{vmatrix} B_{11}^* & B_{14}^* \\ B_{21}^* & B_{24}^* \end{vmatrix}}{B_{21}^*} \\ T_{21}^* &= (A_{11}^* + dA_{21}^*)B_{21}^* + A_{21}^*B_{22}^* \\ T_{23}^* &= (A_{13}^* + dA_{23}^*)B_{21}^* \\ &\quad + A_{23}^*B_{22}^* + B_{23}^* \\ T_{24}^* &= (A_{14}^* + dA_{24}^*)B_{21}^* + A_{24}^*B_{22}^* \\ &\quad + B_{24}^* \\ l''^* &= -\frac{B_{11}^*}{B_{21}^*} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

で与えられる。 A_{ij}^* 、 B_{ij}^* は(9)をみたすものとして*をつけた。

次に分解能であるが、 T_{11}^* は像の拡大率を与えるものであり、 T_{14}^* は質量分散を与えるものであるから、分解能 R は、 S をスリットの幅とすれば、

$$R = \frac{|T_{14}^*|}{|T_{11}^*| S} \quad (11)$$

であり、(10)を代入すれば

$$R = \frac{|A_{24}^* + B_{11}^*B_{24}^* - B_{21}^*B_{14}^*|}{|A_{21}^*| S} \quad (12)$$

となる。

場 B を磁場とすれば $B_{13}=B_{14}$ 、 $B_{23}=B_{24}$ であるから、

$$R = \frac{|A_{24}^* - A_{23}^*|}{|A_{21}^*| S} \quad (13)$$

とかくことができる。この式は第2の場(磁場)の定数をふくまない形であるから、磁場での曲率半径によって分解能は変化しないことがわかる。

さらに第一の場Aを電場とすれば $A_{24}=0$ であるから

$$R = \frac{|A_{23}^*|}{|A_{21}^*| S} \quad (14)$$

となる。さらに具体的に場Aを

$$E_r(r, z) = E_r(r, -z) = E_r(r, 0)(1 + \lambda_1 \varrho + \lambda_2 \varrho^2 + \dots) \\ r = r_0(1 + \varrho) \quad (15)$$

であらわされる軸対称の電場とすれば

$$\left. \begin{aligned} A_{21} &= -\frac{k_a}{r_a} \sin k_a \varphi_a \\ A_{23} &= \frac{1}{k_a} \sin k_a \varphi_a \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

であるから⁵⁾ (r_a は曲率半径, φ_a は偏向角)

$$R = \frac{r_a}{k_a^2 S} \quad (17)$$

となる。ここに $k_a = \sqrt{\lambda_1 + 3}$ である。

従って同心円筒電極を用いた場合は $\lambda_1 = -1$ であるから $R = r_a/2S$, 球殻場のときは $\lambda_1 = -2$ で $R = r_a/S$ である。

さて先にも考察したごとく、条件(9)はB場内での軌道の曲率半径を含まないからすべての質量に対して二重収束の質量分析器を作ることが可能であるが、偏向角が曲率半径によらないためには、簡単な幾何学的考察からわかるごとく、光軸と射出面の法線とのなす角 θ'' と偏向角 φ_b との間に

$$\theta'' = \frac{\varphi_b}{2} - \frac{\pi}{2} \quad (18)$$

の関係がなければならない。また曲率半径が変わると曲率中心も変わるので場の性質が曲率半径によらなくするためには、均等磁場でなければならない。

このような磁場の T-マトリックスは θ' を入射面の法線と光軸のなす角とすれば、

$$(B) = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\varphi_b - \theta')}{\cos \theta'} & r_b \sin \varphi_b & \frac{r_b(1 - \cos \varphi_b)}{2} & \frac{r_b(1 - \cos \varphi_b)}{2} \\ \frac{\cos(\varphi_b/2 - \theta')}{r_b \cos \theta' \sin \frac{\varphi_b}{2}} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

であるから⁵⁾, (10)式より

$$l'' = r_b \frac{\cos(\varphi_b - \theta') \sin \frac{\varphi_b}{2}}{\cos\left(\frac{\varphi_b}{2} - \theta'\right)} \quad (20)$$

で与えられる。これは r_b に関して一次であるから、こ

となる r_b に対する焦点は同一の直線上にあることを示している。特に $B_{11}=0$ の場合は $l''=0$ で、磁場の境界または磁場の中に焦点ができる。 $B_{11}=0$ となるためには

$$\varphi_b - \theta' = \pm \frac{\pi}{2} \quad (21)$$

であればよい。

ここで $\theta'=0$ としたものがもっとも普通の Mattauch-Herzog 型質量分析器であることはいうまでもない。

4. 配置収差

今ある特定の質量のイオンビームについて着目するならば、光軸上の幅 $2S(\pm S)$ のスリットより射出される拡き角 $\pm \alpha$, エネルギーの拡がり $\pm \varepsilon$ のイオンビームが結像点でもつ像幅を光軸を中心として $2b_0$ とすれば

$$b_0 = S |T_{11}| + \alpha |T_{12}| + \varepsilon |T_{13}| \quad (22)$$

であり、正しい二重収束の成立しているときはもちろん $T_{12}=T_{13}=0$ である。

今、場のパラメーター、すなわち l, r, φ, θ , などが微小量変化した時について考えてみる。すなわちこれらのパラメーターを ξ で代表すれば、これが配置の誤差あるいは工作上的誤差のために $\xi + \delta \xi$ となっていたとすれば、像幅は $b_0 + \delta b_0$ となるであろう。この δb_0 を配置収差と呼ぶことにする。

(22)式からわかるごとく、

$$b_0 + \delta b_0 = \Sigma S |T_{11}^*| + \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial \xi} \right)^* \delta \xi + \alpha |T_{12}^*| + \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} \right)^* \delta \xi + \varepsilon |T_{13}^*| + \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial \xi} \right)^* \delta \xi \quad (23)$$

である。

$\delta b_0 = \Sigma \delta b_{0\xi}$ とあらわせば、 $T_{12}^*=T_{13}^*=0$ および T_{11}^* の符号を考慮して

$$\delta b_{0\xi} = \left\{ S \left(\frac{\partial \xi_{11}}{\partial \xi} \right)^* \frac{|T_{11}^*|}{T_{11}^*} + \alpha \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial \xi} \right)^* + \varepsilon \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial \xi} \right)^* \right\} \delta \xi \quad (24)$$

とかくことができる。ここに $\left(\frac{\partial T_{1j}}{\partial \xi} \right)^*$ などは、 T_{1j} を偏微分した後に収束条件(9)をみたす A_{ij} , B_{ij} を代入することをあらわしている。

T_{11} , T_{12} , T_{13} , は先に求めてあるから、各偏微分の項は容易に求められる。

結果をまとめれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_{11}}{\partial l'} &= \frac{\partial T_{13}}{\partial l'} = 0 \\ \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial l'} \right)^* &= T_{11}^* \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial \xi_a}\right)^* &= T_{11}^* \frac{(A_{21}')^*}{A_{21}^*} \\ \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial \xi_a}\right)^* &= T_{11}^* \frac{A_{22}^*}{A_{21}^*} \left\{ \frac{(A_{22}')^*}{A_{22}^*} - \frac{(A_{21}')^*}{A_{21}^*} \right\} \\ \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial \xi_a}\right)^* &= T_{11}^* \frac{(A_{23}')^*}{A_{21}^*} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left(\frac{\partial T_{11}}{\partial d}\right)^* = \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial d}\right)^* = \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial d}\right)^* = 0 \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial l''}\right)^* &= T_{21}^* \\ \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial l''}\right)^* &= T_{22}^* = (T_{11}^{-1})^* \\ \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial l''}\right)^* &= T_{23}^* \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial \xi_b}\right)^* &= T_{21}^* \left\{ \left(\frac{B_{11}}{B_{21}}\right)' \right\}^* - T_{11}^* \frac{(B_{21}')^*}{B_{21}^*} \\ \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial \xi_b}\right)^* &= T_{22}^* \left\{ \left(\frac{B_{11}}{B_{21}}\right)' \right\}^* \\ \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial \xi_b}\right)^* &= (T_{23}^* - B_{23}^*) \left\{ \left(\frac{B_{11}}{B_{21}}\right)' \right\}^* \\ &\quad + \frac{\{(B_{21} \cdot B_{13})'\}^*}{B_{21}^*} - \frac{B_{11}^* \{(B_{21} \cdot B_{23})'\}^*}{(B_{21}^2)^*} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

となる。ここに ξ_a, ξ_b はそれぞれ場 A, B の独立なパラメーターを代表的にあらわしたものであり、 $'$ は偏微分をあらわしている。

この式は一般的な表現であるが、場 B を (19) に限定すれば $B_{23}=0$ であり、また $(B_{21} \cdot B_{13})$ は r_b をふくまないから (29) 式で $\xi_b=r_b$ の時はいくぶん簡単になる。また $l''=0$ となる系においては $\{\partial(B_{11}/B_{21})/\partial r_b\}^*$ は 0 となるから、

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial r_b}\right)^* &= -T_{11}^* \frac{(B_{21}')^*}{B_{21}^*} \\ \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial r_b}\right)^* &= \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial r_b}\right)^* = 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

となる。このことはこの系がすべての質量にわたって二重収束するという性質から当然のことである。しかし、 $l'' \neq 0$ の場合 $(\partial T_{12}/\partial r_b)^*, (\partial T_{13}/\partial r_b)^*$ が 0 とならないが、それは l'' が r_b に対応する値に固定されているからで、 $r_b + \delta r_b$ に対応する $l_b'' + \delta l_b''$ とするならば、この項は当然 0 となるものである。

$\varphi_a = \pi/4\sqrt{2}$, $\varphi_b = \pi/2$, $\theta' = 0$ の狭義の Mattauch-Herzog 型質量分析器について (25)~(29) 式を計算した

Table 1.

The setting aberration coefficients for the common Mattauch-Herzog type mass spectrograph.

(A) Cylindrical electrostatic field $\varphi_a = \pi/4\sqrt{2}$ Radius = r_a

(B) Homogeneous magnetic field $\varphi_b = \pi/2$ Radius = r_b

	$(T'_{11})^*$	$(T'_{12})^*$	$(T'_{13})^*$
$\delta l'$	0	$-r_b/r_a$	0
$\delta \varphi_a$	$\sqrt{2} r_b/r_a$	$-2r_b$	$r_b/\sqrt{2}$
δr_a	r_b/r_a^2	$r_b/\sqrt{2} r_a$	0
δd	0	0	0
$\delta \varphi_b$	$d/r_a - 1/\sqrt{2}$	$-r_a$	$-\{(1-1/\sqrt{2})r_a/2 + d/2 + r_b/2\}$
$\delta \theta'$	$-(d/r_a - 1/\sqrt{2})$	$-r_a$	$(1-1/\sqrt{2})r_a/2 + d/2$
δr_b	$-1/r_a$	0	0
$\delta l''$	$(d/r_a - 1/\sqrt{2})r_b + 1/r_a$	$-r_a/r_b$	$-\{(1-1/\sqrt{2})r_a + d\}/2r_b + 1/2$

結果を第一表に示す。

これらの微小変化量のうち $\delta \varphi$, δr , $\delta \theta'$ などには実際には工作上的誤差によることが考えられるが、実際の配置収差としては、これらのものに相関のある場合も考えられる。例えば、場 B において、ポールピースの形は正しいが、場 A に対する場 B の相対的な位置の不正のために θ' が $\theta' + \delta \theta'$, すなわち二つの場の光軸が $\delta \theta'$ の角で交っているとすれば、場 B での偏向角は $\varphi_b + \delta \varphi_b$ に、射出角も $\theta'' + \delta \theta''$ と変化する。 θ' を独立変数としてこの場合の $d\varphi_b/d\theta'$, $d\theta''/d\theta'$ を求めると、幾何学的考察から容易に

$$\frac{d\varphi_b}{d\theta'} = 2 \quad \frac{d\theta''}{d\theta'} = 1 \quad (31)$$

をうる。このように θ' と φ_b, θ'' 間に関係をもたして

$(B_{11}/B_{21})'$, B_{21}'/B_{21} , $(B_{21} B_{13})'/B_{21}$ を計算すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\theta'} \left(\frac{B_{11}}{B_{21}} \right) &= -r_b \frac{\cos \left(\frac{3}{2} \varphi_b - \theta' \right)}{\cos \left(\frac{1}{2} \varphi_b - \theta' \right)} \\ \frac{dB_{21}}{d\theta'} / B_{21} &= - \frac{\cos \left(\theta' + \frac{\varphi_b}{2} \right)}{\cos \theta' \sin \frac{\varphi_b}{2}} \\ \frac{d}{d\theta'} (B_{21} B_{13}) / B_{21} &= \\ &= -r_b \frac{\sin \frac{\varphi_b}{2} \cos \left(\frac{\varphi_b}{2} - \theta' \right)}{\cos \theta'} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

となる、ここに $d/d\theta'$ は条件付の微分を示す。

これに $\theta' = 0$, $\varphi_b = \pi/2$ を代入し、 $(\dot{T}_{11})^*$, $(\dot{T}_{12})^*$

$(\dot{T}_{13})^*$ を求めれば

$$\left. \begin{aligned} (\dot{T}_{11})^* &= \frac{d}{r_a} - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ (\dot{T}_{12})^* &= -r_a \\ (\dot{T}_{13})^* &= -\frac{1}{2} \left\{ r_a \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + d + 2r_b \right\} \end{aligned} \right\} (33)$$

をうる。ここには条件付の微分を示す。

5. 考 察

前章において計算した配置収差の各係数の大小は実際の装置の製作および調整において参考となるものである。たとえば $(\dot{T}_{13})^*$ の $\delta\varphi_b$, $\delta\theta$, $\delta l''$ の各係数および $(\dot{T}_{13})^*$ は他と比べて大きいから、製作上注意を要する点である。又 $(\dot{T}_{13})^*$ の $\delta l'$ の係数は0であるから、十分 α をしばった状態での線のぼけは l' の不正によるものではないと考えてよい。従って l' 以外の部分を調整して正しい配置に近づけることができる。

最後にここに求めた結果と北垣氏の報告⁶⁾ にみられる値とを比較すると α に比例する項は完全に一致するが、 ε 又は S に比例する項で第2の場のパラメーターを変えた場合および l'' を変えた場合の各係数は異なる結果を与えている。

北垣氏の計算方法によれば、 α に比例する項は方向収束点の移動を、方向収束点のみたすレンズの公式を使つて求めているので問題はないが、 S に比例する項では拡大率の変化としてこの問題を考え、われわれの式でいえば T_{11}^* の微分を行っている。しかし正しくは T_{11} の微分をとらねばならない。ここで場 B のパラメーターおよび l'' は変化しないとすれば $T_{11} = T_{11}^*$ となるからこの部分に関しては北垣氏の結果は正しい結果と一致する。

また ε に比例する項は同様に T_{13} の微分でなければ

ならないが、北垣氏は T_{13} で $B_{11} + l'' B_{21} = 0$ とおいた場合に相当する式について微分を行っている。従って場 A のパラメーターおよび l' の変化に対する結果は、上の関係式が保存されているので結果的には T_{13} を微分した後二重収束の条件を入れるのと同じとなるが、場 B のパラメーターおよび l'' の変化するときには誤った結果を与えていることに注意せねばならない。

6. 結 言

以上のべたごとく、マトリックス表示によるイオン幾何光学は考え易く、複雑な場の組合せに際しては特に有力である。例えばこの例にみるごとく Mattauch-Hergog 型の二重収束条件も極めて容易に一般化された形で導出され、配置収差についても極めて容易に、直接的に求められるので、誤りをおかす心配もなく結果も一般化された形で示すことができた。

終りにこの結果について種々有益な討論をしていただいた大阪大学松田教授に深く感謝し、常に激励を与えられた松下電器無線研究所城阪所長、岡崎部長に感謝します。

文 献

- (1) R. Herzog *Z. Physik* **89** 447 (1934)
- (2) R. Herzog *Z. Physik* **89** 786 (1934)
- (3) S. Penner *Rev. Sci. Inst.* **32** 150 (1961)
- (4) D. M. Ritson (ed). *Techniques of High Energy Physics* pp. 403 (1961) Interscience Publishers, New York.
- (5) I. Takeshita *Nat. Tech. Rep.* **9** 99 (1963)
- (6) T. Kitagaki *Sci. Reps. Tohoku Univ. 1st. Ser.* **44** 32 (1960)