延性2相合金の強度と変形挙動

友 田 陽* 田 村 今 男**

1. は じ め に

金属材料には、物理的にも機械的にも異なる2, 3の相からなる混合組織を有するものが多い。混合組織を広義に考えれば、硬質粒子の分散強化型合金、析出合金および複合材料などもあるが、これらについては現在までに多くの研究が蓄積され、多くの解説もなされている⁽¹⁾⁽²⁾。ここでは、延性2相混合組織合金、すなわち、結晶粒の形が球に近い形で、その大きさが互いにはほぼ同じで、かつ、ともにある程度の延性に富む2つの相からなる合金の強度と変形挙動について考える。この種の合金としては、フェライト・パーライト鋼、不完全焼入鋼、9% Ni 鋼、TRIP 鋼やある種のステンレス鋼、Al 合金、Ti 合金、Cu-Zn 合金などの多くの既存の実用材料や近年開発されてきた材料がある。この延性2相合金の変形に関しては、これまでに系統的な研究があまりなされておらず不明な点が多いが、前述の分散型合金と複合材料についてのそれぞれの理論や単相多結晶体の変形理論などと関連づけて説明されなければならないように思われる。本稿では、これらの点もできるだけ考慮しつつ延性2相合金の強度と変形挙動について、最近の研究結果を中心に展望的な解説を試みることにする。なお、本稿では、2相合金を構成する2つの相を硬さ(あるいは強さ)の大小よりそれぞれ硬質相(第Ⅱ相)および軟質相(第Ⅰ相)と呼ぶ。

2相合金の強度と変形挙動を支配する因子には、次のようなものがある。

(1) 硬質相の体積率(f)

(2) 結晶粒径(d_I, d_{II} および $\bar{d}$, ここで d は粒径, 添字 I と II はそれぞれ軟質相と硬質相を意味する), $\bar{d}$ は平均粒径で田村らは次のように与えた⁽³⁾。

$$\bar{d} = \frac{1-f}{n} \sum_i (d_I)_i + \frac{f}{m} \sum_j (d_{II})_j$$

* 茨城大学助手; 工学部機械工学教室

** 京都大学教授; 工学部金属加工学教室
Strength and Deformation Behavior of Two-Ductile-Phase Alloys; Yō Tomota*, Imao Tamura** (*Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Ibaraki University, Hitachi; **Department of Metal Science and Technology, Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

1975年6月20日受理

(3) 軟質相と硬質相の強度や延性の相違。このなかで、特に0.2%耐力($\sigma_{0.2}$)の相違が重要で $\sigma_{0.2}$ の比を C^* ($=\sigma_{0.2}^{II}/\sigma_{0.2}^I$) で示す。

(4) 粒の形状, 配列, 分布状態, 平均粒間距離(λ)などである。

2. 変 形 過 程

(1) 単軸引張変形過程

2相合金を単軸引張変形した際の応力-歪曲線を模式的に図1に示す。変形過程には大別して3つの段階があると考えられる。すなわち、

図1 2相合金の応力-歪曲線の模式図。

第1段階<1>: 軟質相, 硬質相ともに弾性変形する領域。

第2段階<2>: 軟質相は塑性変形するが、硬質相は依然弾性状態の領域。

第3段階<3>: 両相ともに塑性変形する領域。

ここで、<1>から<2>および<2>から<3>への各遷移点を(i)および(ii)で、そのときの応力をそれぞれ $Y(i)$ および $Y(ii)$ で表わす。

(a) <1>の変形

弾性定数の大きい方の相の粒子に応力が集中するが、

このときの応力と歪の分布は、2つの相の弾性定数の相違、粒の形状、配列と分布状態などに依存する⁽⁴⁾。有間ら⁽⁵⁾は、X線応力測定法により $\alpha+\beta$ 黄銅とAl-Si合金の単軸引張りによる弾性変形挙動について研究し、このときの変形が3章で述べる応力一定モデルに近い変形であると報告している。一方、2相合金の弾性定数をこれを構成する2つの相の各単相合金の弾性定数より推定する試みもなされている^{(6)~(9)}。2相合金の弾性定数は f に依存し、特別な場合(たとえば、ポアソン比の等しいマトリックスとせんいからなる連続せんい複合材料など、その変形が3章で述べる歪一定モデルで表わされる場合)には、たとえば縦弾性係数(E)は次式で示される⁽¹⁾。

$$E^T = E^I(1-f) + E^II f \quad (1)$$

この関係を混合則と呼ぶ。ここで添字 T は2相合金を意味する。一般には E^T は式(1)で示される値よりも低い値をとり、Paulの示した境界⁽⁶⁾(あるいは、より厳密なHashin-Shtrikmanの境界⁽⁷⁾)内の値を示すようである⁽⁸⁾。もっとも、粒の形状や分布状態がわかっているならば E^T はこれら境界による包囲法を用いなくとも、もっと厳密な計算法も示されている⁽⁹⁾。

(b) (i) および $<2>$

外力が増加してゆくと、やがて軟質相にすべりが起り、2相合金の塑性変形が始まる。最初にすべりの発生する場所は、両相の弾性定数が等しければSchmid因子に依存し、弾性定数が異なれば応力集中も問題となる。軟質相のすべり変形の進行につれて、異相界面には転位が集積し、その転位の応力場により軟質相内には続いて起こるすべりを妨げる方向の内部応力が、一方硬質相には塑性変形の開始を促進するような内部応力が発生し、歪とともに増加してゆくと考えられる。

(c) (ii) および $<3>$

硬質相中において、外力と前述の内部応力の和がすべりを起こす条件に達すると硬質相も塑性変形を始める。この点が(ii)であるが、硬質相の降伏はある時点で一度に始まるのではなく、各硬質相粒子の幾何学的状態、そこに負荷されている応力の大きさおよびSchmid因子に依存して連続的に起こるようで、実験では(ii)が応力-歪曲線上に明確には現われないのが普通である⁽¹⁰⁾。 $<3>$ では両相ですべりが起こるが、図1で2相合金の平均変形状態が T のとき、両構成相は平均的に A および B で示されるような状態にあると考えられる。このように、一般的には、2つの相の平均変形量には差があると考えるのが妥当であろう。

(2) 変形の不均一性の観察結果

$<2>$ および $<3>$ の段階における各相の平均変形量

の差の大きさは、 C^* 、 f 、 $\bar{d}$ や形状などに依存する。この量を定量的に測定することはなかなか困難である。各相で変形量の異なることは、試料表面のすべり線の観察⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、モデル材によるモアレ縞歪測定⁽¹³⁾や各相の硬さ変化の測定⁽¹²⁾などによって明らかにされている。Unckel⁽¹⁴⁾および美馬と堀⁽¹⁵⁾は、2相合金の圧延加工による結晶粒形状の変化を顕微鏡で測定し、次の実験式を得ている。

$$\frac{\Delta h}{h} / \frac{\Delta H}{H} = Q^{(1-K_{II}/K_I)} \quad (2)$$

ここで、 $\Delta H/H$ は試片全体の圧下率、 $\Delta h/h$ は第2相粒子の平均圧下率、 K_{II}/K_I はUnckelは2つの相の降伏強さの比、美馬らは硬さの比をとっているが、これは本稿の C^* に相当する値である。 Q は定数で1.5(Unckel)または3(美馬)である。式(2)は C^* が大きくなると、歪の不均一度が大きくなることを表わしており引張変形の場合⁽¹²⁾と定性的に一致している。また、 f が大きくなると歪の不均一度は小さくなる。粒子の形状がせんい状とか板状であれば、負荷応力の方向と関連して変形の不均一度は大きくなったり小さくなったりすると考えられる。2相合金の $\bar{d}$ の変形不均一度への影響を調べた報告はみあたらないが、単相合金では d が大きい方が変形の不均一度は大きくなる⁽¹⁶⁾。

(3) 塑性変形による内部応力

まず、簡単に考えて、2相合金の変形状態が図1における T の状態にあり、各相の平均変形状態は A および B にあるとする。このとき、軟質相には外力と逆方向の平均的内部応力、硬質相には外力と同一方向の平均的内部応力がある。この状態から除荷し、除荷過程では転位は動かないと仮定すれば、試料には軟質相に図1の σ_{int}^I 、硬質相に σ_{int}^{II} の応力が残留する。この残留応力はX線応力測定分野で相応力と呼ばれており $\alpha+\beta$ 黄銅⁽¹⁷⁾や $\alpha+\gamma$ 2相ステンレス⁽¹⁸⁾などで測定されている。また、セメントタイトを含むフェライト鋼について、塑性変形後にフェライトとセメントタイトに残留する応力も測定されており^{(19)~(21)}、英らはこの残留応力を3章で述べる歪一定モデルによって説明している⁽²⁰⁾(しかし、後述するが、彼らも考察しているようにこの鋼の変形は歪一定モデルではあらわされない)。このように、2相合金が変形すると2つの相の塑性変形量の差に帰因した内部応力が発生する。一般には、引張軸方向の内部応力(除荷後の残留応力)のみが扱われているが、実際には3章3節で述べるように単軸引張変形であっても内部応力は3軸方向に発生すると考えられる。

3. 2 相合金の変形応力の解析

(1) 2 相合金の変形の従来の考え方

2 相合金の変形を解析する場合、しばしば歪一定モデルあるいは応力一定モデルが用いられる⁽²²⁾⁽²³⁾。前述の E^T 推定に関する Paul の包囲法は 2 つの相のポアソン比を等しいと仮定すると、最小位置エネルギーより設定される上界は歪一定モデルに、最小仕事の原理より設定される下界は応力一定モデルに一致する。一方、単結晶の応力-歪関係を知って多結晶体の変形応力を求めようとする初期の理論で、Taylor の理論⁽²⁴⁾は歪一定モデルに、Sachs の取り扱い⁽²⁵⁾は応力一定モデルに対応している。

(a) 歪一定モデル

各結晶粒はすべて等しい歪をうけると仮定する。今、各相の変形条件を $\sigma^I(e^I)$ および $\sigma^{\text{II}}(e^{\text{II}})$ とすれば、2 相合金の応力と歪は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma^T &= \sigma^I(e^I) \cdot (1-f) + \sigma^{\text{II}}(e^{\text{II}}) \cdot f \\ e^T &= e^I = e^{\text{II}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。ここで e は全歪(弾性歪(e_e))+塑性歪(e_p)を示す。式(3)はあらゆる e^T において、 σ^T と f が直線関係にあるという混合則を表わしている。すなわち、 σ^T について混合則が成立するには、各相が均等に變形することが必要である。この条件の比較的満足されるのは 2 章で述べたように C^* の小さい合金とか連続せいの複合材料のような特別な形状の合金に限られる。この混合則は経験式としてしばしば用いられているものである。また、式(3)は各構成相に引張軸方向に $\sigma_{\text{int}}^I (= \sigma^I(e^T) - \sigma^T(e^T))$ および $\sigma_{\text{int}}^{\text{II}} (= \sigma^{\text{II}}(e^T) - \sigma^T(e^T))$ の内部応力が存在することを意味しており、前述の英らによる相応力の説明⁽²⁰⁾に用いられた。また、図 1 と対応させると

$$\left. \begin{aligned} Y(\text{i}) &= \sigma_Y^I \\ Y(\text{ii}) &= \sigma^I(\sigma_Y^{\text{II}}/E) \cdot (1-f) + \sigma_Y^{\text{II}} \cdot f \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

である。ここで、 σ_Y^I と σ_Y^{II} は軟質相と硬質相の降伏強さである。硬質相は歪が σ_Y^{II}/E に達したときに降伏を始める。

(b) 応力一定モデル

各結晶粒が等しい応力を受けると仮定するから、

$$\left. \begin{aligned} \sigma^T &= \sigma^I = \sigma^{\text{II}} \\ e^T &= e^I(\sigma^T) \cdot (1-f) + e^{\text{II}}(\sigma^T) \cdot f \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 $e^I(\sigma)$ と $e^{\text{II}}(\sigma)$ はそれぞれ $\sigma^I(e)$ と $\sigma^{\text{II}}(e)$ の逆関数とする。図 1 に対応させて、

$$\left. \begin{aligned} Y(\text{i}) &= \sigma_Y^I, \quad Y(\text{ii}) = \sigma_Y^{\text{II}} \\ e(\text{ii}) &= e^I(\sigma_Y^{\text{II}}) \cdot (1-f) + e^{\text{II}}(\sigma_Y^{\text{II}}) \cdot f \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

であるが、 σ_Y^{II} が σ_Y^I に比べて、かなり大きいときは $Y(\text{ii})$ 以前に塑性不安定を起こして破断することが考え

られる。ここで $e(\text{ii})$ は、図 1 の点(ii)における歪を示す。たとえば、層状組織を有する物体を層方向にせん断する場合などはこのモデルで示される。また、平と阿部は単相多結晶合金の変形の X 線による研究より、疲労破壊のような比較的低い応力での変形挙動がこの種のモデル(Sachs のモデル)で近似され、一方、歪の大きい塑性変形では歪一定モデル(Taylor モデル)に近い性質を示すようであると推定している⁽²⁶⁾。

(2) 歪一定と応力一定の中間型モデル

歪一定モデルと応力一定モデルを両極端として、実在の 2 相合金は一般にこれらの中間の変形挙動を示すようである⁽²³⁾。したがって、粘弾性体の変形の解析に Maxwell モデルと Voigt モデルを種々に組み合わせて用いるように、上記の 2 つのモデルを組み合わせて解析すれば良いように思われる。この試みは曾山によってなされている⁽²⁷⁾。彼は f のあまり大きくない範囲のフェライト-マルテンサイト鋼の変形を扱い、2 つの相が拘束し合う部分(歪一定)と自由に変形する部分に分けて解析している。しかし、そのモデルに、 f , C^* や形状の影響を入れて合理的に説明することは困難な点が多く、取り扱いも面倒である。そこで、著者らは同じことを次のように考えてみた⁽²⁸⁾。2 つの相の間の変形不均一度を $m (= e^{\text{II}}/e^I)$ で表現することによって、2 相合金の変形応力は次式で示される。この m の値を決定することは、曾山のモデルで 2 つの相が拘束し合う部分の量を決定することに対応する。

$$\sigma^T = \sigma^I \left(\frac{e^T}{1-f+mf} \right) \cdot (1-f) + \sigma^{\text{II}} \left(\frac{me^T}{1-f+mf} \right) \cdot f \quad (7)$$

式(7)の m の値は別の方法(たとえば、2 章で述べた実験)で求めなければならないが、いま、適当な値を入れて計算し、実験値と比較すると、たとえば図 2 のような結果⁽²⁸⁾を得る†。(a)はオーステナイト-マルテンサイトからなる Fe-Ni 合金($C^*=2.3$)で、(b)はフェライト-マルテンサイト Fe-C 合金($C^*=6.7$)の結果である。 m の値は、歪によっても変化することがわかるが、その値は歪一定モデル($m=1$)と応力一定モデル($m=e^{\text{II}}(\sigma^T)/e^I(\sigma^T)$)の間にある。また、 C^* の小さい合金(図 2 (a))では、その変形はほぼ歪一定モデルで示されるようであるが、 C^* の大きい合金(図 2 (b))では歪一定モデルよりかなり低い値となっている。種々の合金について、実測の σ^T

† ここでの計算で、 $\sigma^I(e^I)$, $\sigma^{\text{II}}(e^{\text{II}})$ は $\bar{\sigma}$ の等しい各単相合金の引張試験結果を用いた。後出の図 4 の計算には、たとえば軟質相に囲まれた硬質相の $\sigma^{\text{II}}(e^{\text{II}})$ としては、Petch の粒径依存式を用いて $\bar{\sigma} \rightarrow \infty$ に外挿した値を用いるという改良を行なっている。後者の方が正解に近いと考えられるが、2 相合金中の各相の $\sigma^I(e^I)$ と $\sigma^{\text{II}}(e^{\text{II}})$ の決定法には、なお検討すべき点があると思われる。

図2 歪一定, 応力一定および中間型モデル(式7)と実測値の関係の例⁽²⁸⁾。(a) オーステナイト-マルテンサイト Fe-Ni-C 合金($C^*=2.3$, $f=0.52$), (b) フェライト-マルテンサイト Fe-C 合金(200°C 焼もどし, $C^*=6.7$, $f=0.44$)

と e^T を用いて式(7)より m 値を逆に求めてみると,

$$m = \varphi(C^*, f, e^T, \bar{d}, \text{形状} \cdots)$$

で, 多くの因子に依存する。その傾向を簡単に述べると,

- (a) C^* の小さい合金ほど m は大きく 1 に近い値になる。
- (b) f の大きい合金ほど m は大きい。
- (c) e^T の増加につれて m は大きくなる。
- (d) 粒の形状が外力方向に伸びているような合金では C^* が大きくかつ f が小さくても m は 1 に近い値になる。せいの強化型複合材料について, たとえば Cox の解析結果⁽¹⁾を用いると, せいの長くなるほど m が 1 に近づくことが示される。

などである。この結果は 2 章で述べた観察結果と定性的に良く一致している。

(3) self-consistent な連続体モデル

3 章(1)(2)の各モデルでは, 異相界面の応力の平衡条件と歪の適合条件が十分には考慮されておらず, 外力方向の応力と歪のみによって議論している。ここでは, 連続性を考慮した self-consistent(微視応力および歪の体積平均は物体の外部で測定される外力と歪に等しい)な連続体モデルによる著者らの解析⁽²⁹⁾について述べる。根本となる考え方は, 田中と森による微小硬質粒子を含む分散強化型合金の加工硬化の考え方⁽³⁰⁾にある。また, 類似の解析法に, 単結晶の応力-歪関係式を知って多結晶のそれを導く Hutchinson の研究⁽³¹⁾などがある。さて, 鉄系合金では各相の弾性定数にあまり差がないということもあり, 簡単のために 2 つの相の弾性定数は等しいと仮定する。つぎに, 図 1 の記号を用いて各段階について順次述べる。

(a) $\langle 1 \rangle$ および (i)

2 つの相の弾性定数を等しいと仮定したことによって, $\langle 1 \rangle$ は単相合金の変形と同じと考えられる。いま, 単軸方向(x_3 軸とする)に引張試験する場合を考える。外力(σ_{33}^I)が σ_Y^I に達すると軟質相が降伏する。この点が (i) で, $Y(i) = \sigma_Y^I$ である。

(b) $\langle 2 \rangle$ の変形

この段階では分散強化型合金と同様に, 軟質相のみ塑性変形する(分散強化型合金との相違は粒子の大きさと σ_Y^I の大きさにある)。いま, 各相の粒子は楕円体で近似できランダムに分布していると仮定する。そして, 軟質相のみが x_3 軸方向に $e_{33}^I = \varepsilon_p^I$, x_1, x_2 軸方向に $e_{11}^I = e_{22}^I = -\varepsilon_p^I/2$ だけ塑性変形したとすると, このとき発生する各相の平均的内部応力は, 試料の表面効果(image stress)まで含めた多くの粒子の相互作用も入れて, 次のように表わすことができる⁽³²⁾。

$$\sigma_{ij}^I = -f \sigma_{ij}^{\infty}, \quad \sigma_{ij}^I = (1-f) \sigma_{ij}^{\infty} \quad (8)$$

ここで, σ_{ij}^{∞} はだ円体の形をした硬質相あるいは軟質相の粒子 1 個が無限大の他の構成相に囲まれている時に発生する内部応力である。 σ_{ij}^{∞} はだ円体粒子内で一樣になり Eshelby により e_{ij}^I と次の関係にある⁽³³⁾。

$$\sigma_{ij}^{\infty} = C_{ijkl} (-S_{klmn} e_{mn}^I + e_{kl}^I) \quad (9)$$

ここで, C_{ijkl} は弾性定数で S_{ijkl} は Eshelby のテンソルと呼ばれる。結晶粒がだ円体で近似されかつランダムな方向を向いている時の S_{ijkl} は球に対する S_{ijkl} が良い近似を与えることもわかっている⁽³⁴⁾ので, それを使うと内部応力は式(8)と(9)より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{33}^I &= -2 \sigma_{11}^I = -2 \sigma_{22}^I = -f \frac{E(7-5\nu)}{15(1-\nu^2)} \varepsilon_p^I \\ \sigma_{33}^I &= -2 \sigma_{11}^I = -2 \sigma_{22}^I = (1-f) \frac{E(7-5\nu)}{15(1-\nu^2)} \varepsilon_p^I \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

となる。ここで E はヤング率, ν はポアソン比である。この内部応力の導き方については, 森らによって詳しく解説されている⁽³⁵⁾。

つぎに軟質相が外力 σ_{33}^A のもとで, さらに微量量, δe_{ij}^I ($\delta e_{33}^I = -2 \delta e_{11}^I = -2 \delta e_{22}^I = \delta \varepsilon_p^I$) だけ塑性変形したとすると, このときの軟質相の単位体積あたりの仕事量, $(\sigma_{ij}^A + \sigma_{ij}^I) \delta e_{ij}^I = \{(\sigma_{33}^A + \sigma_{33}^I) - (\sigma_{11}^I + \sigma_{22}^I)/2\} \delta \varepsilon_p^I$ は, 軟質相のみが存在した場合に同じ量の塑性変形した時の仕事量, $\sigma_p^I (\varepsilon_p^I) \delta \varepsilon_p^I$ に等しいことから $\langle 2 \rangle$ の応力-歪曲線は

$$\sigma_{33}^A = \sigma_p^I (\varepsilon_p^I) + f A \varepsilon_p^I, \quad A = \frac{E(7-5\nu)}{10(1-\nu^2)} \quad (11)$$

で与えられる。ここで, $\sigma_p^I (\varepsilon_p^I)$ は軟質相の応力-塑性歪関係式を表わす。いま $\sigma_p^I (\varepsilon_p^I)$ を一定とみなせば, 式(11)は田中らがエネルギー条件より求めた分散強化型合

金の直線硬化の表現式⁽³⁰⁾に一致する。試料全体の塑性歪($\bar{\epsilon}_p$)は $(1-f)\epsilon_p^I$ であるから式(11)は、

$$\sigma_{33}^I = \sigma_p^I \left(\frac{\bar{\epsilon}_p}{1-f} \right) + \frac{f}{1-f} A \bar{\epsilon}_p \quad (11)'$$

と書ける。粒子の形状効果は A で示される。

(c) (ii) について

硬質相が塑性変形を開始するときの外力($\mathbf{Y}(\text{ii})$)は、硬質相に負荷されている全応力(外力+内部応力)より von Mises の条件⁽⁴⁾によって、

$$\mathbf{Y}(\text{ii}) = \sigma_Y^{\text{II}} - A \bar{\epsilon}_p(\text{ii}) \quad (12)$$

となる。式(11)'と(12)の連立方程式を解くことによって $\bar{\epsilon}_p(\text{ii})$ が得られる。

(d) $\langle 3 \rangle$ の変形

いま(ii)から軟質相において $\delta \epsilon_{33}^I = -2 \delta \epsilon_{11}^I = -2 \delta \epsilon_{22}^I = \delta \epsilon_p^I$ および硬質相で $\delta \epsilon_{33}^{\text{II}} = -2 \delta \epsilon_{11}^{\text{II}} = -2 \delta \epsilon_{22}^{\text{II}} = \delta \epsilon_p^{\text{II}}$ だけ塑性変形したとする。このときの各相における内部応力を前と同じ手順で求めると、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{33}^I &= -2 \sigma_{11}^I = -2 \sigma_{22}^I = -f \frac{E(7-5\nu)}{15(1-\nu^2)} \\ &\quad \{ \epsilon_p^I(\text{ii}) + (\delta \epsilon_p^I - \delta \epsilon_p^{\text{II}}) \} \\ \sigma_{33}^{\text{II}} &= -2 \sigma_{11}^{\text{II}} = -2 \sigma_{22}^{\text{II}} = (1-f) \frac{E(7-5\nu)}{15(1-\nu^2)} \\ &\quad \{ \epsilon_p^I(\text{ii}) + (\delta \epsilon_p^I - \delta \epsilon_p^{\text{II}}) \} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

外力に式(13)の内部応力を加えたものは、各相の変形条件($\sigma_p^I(\epsilon_p^I)$ と $\sigma_p^{\text{II}}(\epsilon_p^{\text{II}})$)を満たさねばならないから、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_p^I(\epsilon_p^I(\text{ii}) + \delta \epsilon_p^I) &= \sigma_{33}^I - f A \{ \epsilon_p^I(\text{ii}) \\ &\quad + (\delta \epsilon_p^I - \delta \epsilon_p^{\text{II}}) \} \\ \sigma_p^{\text{II}}(\delta \epsilon_p^{\text{II}}) &= \sigma_{33}^{\text{II}} + (1-f) A \{ \epsilon_p^I(\text{ii}) \\ &\quad + (\delta \epsilon_p^I - \delta \epsilon_p^{\text{II}}) \} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

が必要である。したがって(ii)以後の $\delta \epsilon_p^I$ と $\delta \epsilon_p^{\text{II}}$ の関係は式(14)を解くことによって求まり、これより試料全体の平均歪の微小増加量($\delta \bar{\epsilon}_p = \delta \epsilon_p^I(1-f) + \delta \epsilon_p^{\text{II}}f$)にともなう外力の増加量($\delta \sigma_{33}^I$)が得られる。以後これを繰り返してゆけば $\langle 3 \rangle$ の $\sigma_{33}^I - \bar{\epsilon}_p$ の関係が得られる。

ここまでの解析では塑性歪で話を進めたが、全歪($\bar{\epsilon} =$ 塑性歪($\bar{\epsilon}_p$) + 弾性歪)で表わすには、

$$\bar{\epsilon}_p = \bar{\epsilon} - \sigma_{33}^I / E \quad (15)$$

を用いて式(11)'や $\langle 3 \rangle$ における $\sigma_{33}^I - \bar{\epsilon}_p$ の関係を書き直せばよい。

(e) 従来の考え方および実験結果との対応⁽³⁶⁾

まず、この著者らの方法と 3 章 1 節の歪一定および応力一定モデルを比較したのが図 3 である。 $f=0.5$ 、形状は球形とし $\sigma_p^I(\epsilon_p^I)$ と $\sigma_p^{\text{II}}(\epsilon_p^{\text{II}})$ を直線硬化式($\sigma_Y^I=0.005E$, $\sigma_Y^{\text{II}}=0.025E$, 加工硬化率 $H_I=0.02E$, $H_{\text{II}}=0.01E$)で与えた。図 3 (b)における歪の小さいところを拡大したのが(a)である。ここで注目すべき点は、

図 3 歪一定、応力一定モデルと著者らの方法の比較⁽³⁶⁾
(粒形を球と仮定した単軸引張りの場合)。

(i) 歪の大きいところまで変形させると、その変形は単純な歪一定モデルにほとんど一致する。

(ii) 2 相合金の降伏強度として $\sigma_{0.2}$ を用いると、この点は C^* や f などに依存するが $\langle 2 \rangle$ 内 $\mathbf{Y}(\text{ii})$ 近傍にあり、この工学的に重要と思われる部分の変形は歪一定モデルでは表わせない。

の 2 点である。勿論、このことは常にいえるわけではない。たとえば、先に述べたように、積層板を層に平行にせん断変形させる場合などは、著者らの方法は応力一定モデルに一致することになる。

つぎに、実験結果との対応について図 4 に示す。図は α - γ Fe-Cr-Ni 合金に関する結果である⁽²⁹⁾。この合金では時効処理によって、フェライトの強さのみを変化させることができるのでそれを利用して C^* が 3.1(焼入状態)と 6.5(時効)の試料を作製した。ここで実線は実測値で、破線は著者らの方法による計算値である。 C^* の小さい合金では実測値と計算値は比較的良好一致を示すが、 C^* の大きい合金では実測値は計算値より低い値を示す。これは f の小さい合金で著しい。計算結果との

図 4 著者らの方法による計算結果と実測値の関係⁽³⁶⁾。
フェライト-オーステナイト Fe-Cr-Ni 合金の焼入状態($C^*=3.1$)と時効材($C^*=6.5$)、(a) $f=0.32$, (b) $f=0.51$ 。

差は主に<2>の段階で生じている。この原因のひとつは応力緩和にあると思われる。すなわち、ここでの変形応力の計算のもとになっているものは、長範囲な平均的内部応力である。いま、仮に軟質相のみが ε_p だけ塑性変形したとすると両相の界面における局所的な内部応力は、 $E\varepsilon_p$ のオーダーになる⁽³⁷⁾(この高い局所的内部応力は、界面から遠ざかるにつれて急速に減衰する)。分散強化型合金では変形初期に直線硬化を示し、ある程度塑性変形してから界面の転位反応などによって応力緩和が起こり、その結果、直線硬化式から推定される変形応力より低い応力を示すようになると考えられている。これに比べて、延性2相合金では粒子が大きいため高い局所的内部応力の影響する領域も大きいと考えられ、この領域内に存在する grown-in 転位が動き出すことが想像される。したがって、塑性応力緩和は分散強化型合金よりも変形の初期から容易に起こりそうに思われる。計算では、<2>の段階で、内部応力の大きさは変形の進行とともに急速に増加してゆくが、硬質相が降伏すると、その後は増加割合が鈍るか、場合によっては逆に減少する。 C^* の大きい合金ほど<2>の領域が長く、内部応力も大きくなるので、その間の塑性応力緩和量も大きいであろうと単純に推定すれば、図4の結果を一応説明できそうである。分散強化型合金ではブリズマチックパンチングを考へて、応力緩和を定量的に計算に入れた研究⁽³⁸⁾がある。2相合金で緩和メカニズムをモデル化し定量的に議論することは容易でないように思われるが、延性2相合金の変形を考える場合、この節で述べた考え方がまず、基本になると著者らは考へている。また、応力緩和を考へると歪速度の効果も考へる必要があろう。ここまでで明らかになったことは、一般の2相合金(粒の形状が球に近い)の変形は、塑性応力緩和を無視できれば、歪の大きいところまで変形させると歪一定モデルが良い近似となることである。 C^* の小さい合金では<2>が短かくて応力緩和量が小さいという理由で、一方、連続せんい複合材料では C^* が大きくてもその幾何学的特徴から緩和機構が働き難いという理由によって、変形挙動が歪一定モデルに近くなるものと考えられる。これに対し、 f が小さく C^* の大きい球状の硬質相をもつ合金では、応力緩和が起こり易いので、変形応力が歪一定モデルより低く、応力一定モデルに近づいた値を示すのではないと思われる。

(4) 有限要素法(FEM)による解析

宮本らは鋳鉄や複合材料の弾性定数の推定をFEMを用いて試みている⁽³⁹⁾。三浦と浅岡はマトリックス中にマトリックスと弾性定数の異なる1個の円および長方形の形をした硬質粒子を含む2次元モデルについて、応力

図5 Fischmeister らのFEMによる解析⁽⁴¹⁾。(a) FEMモデル、(b) 平面歪変形による応力-歪曲線の計算結果、(c) 硬質相(マルテンサイト)中の塑性歪量におよぼす C^* の影響

分布や塑性域の様相をFEMにより詳しく調べている⁽⁴⁰⁾。また、Fischmeister ら⁽⁴¹⁾はフェライト-マルテンサイト鋼の光学顕微鏡組織を用いて、図5の(a)に示すように要素分割(太線で囲まれた点々を打った領域がマルテンサイト)して変形挙動を調べている。彼らは、各相の変形条件式を $\sigma_p^I = 150 + E\varepsilon_p^I/67$ および $\sigma_p^{II} = 150C^* + E\varepsilon_p^{II}/67$ (原論文では C^* は κ となっている)の直線硬化式で近似した。種々の C^* について計算した結果、図5(b)のような2相合金の応力歪曲線を得た。また、図5(c)は歪の不均一度(縦軸は $\varepsilon_p^{II}/\varepsilon_p$)を示したもので、歪の不均一度は C^* と歪に依存しており、その傾向は3章2節で述べた m の傾向と同じである(f や形状の効果については調べていない)。

つぎに、この結果と3章3節の著者らの方法を比較してみる。図6において、実線はFischmeister らの C^* が2と5の場合の結果(図5(b)から引用)であり、破線は彼らの用いた変形条件式などの仮定を使い、形状を球とした著者らの方法による計算結果を示す。Fischmeister らは平面歪条件で解析しており、変形応力が実際のものより高目に計算されている。たとえば、 σ_Y^I は150 MN/m²と仮定しているが、平面歪解析のため $\mathbf{Y}(\mathbf{i})$ は $\sigma_Y^I/$

図6 Fischmeister らの結果と著者らの方法の比較。

$\sqrt{1-\nu+\nu^2}$ となり、 $\nu=0.3$ とすれば 19 MN/m^2 ばかり高くなる。この点を考慮して両者を比較すると $C^*=2$ の場合は比較的良く一致しているが、 $C^*=5$ の場合には Fischmeister らの結果は著者らの結果より低い値を与えるようである。これは、3 章 3 節で述べた局所的内部応力により、軟質相に附加的な塑性変形が生ずること、および硬質相で図 5 (a) の幾何学的特徴から部分的に順次塑性変形することが、FEM による解析では分割要素の大きさに依存した精度で計算された結果と思われる。

(5) 幾何学的に必要な転位密度に基づく考え方

Ashby⁽⁴²⁾ は不均質な材料の変形を次のように考えた。分散強化型合金などにおいて、少量の塑性変形によって異相界面の応力は容易に上昇し、塑性応力緩和が始まるから、その後の加工硬化は、界面近傍にできた転位林によるものが支配的であると考えて、各粒子を自由に変形させた後、界面や粒界の連続性を保つために必要な転位の密度 (geometrically necessary 転位密度 ρ_G) を計算して、変形応力を、

$$\sigma = \sigma_0 + k G b \sqrt{\rho_G} \quad (16)$$

と与えた。ここで、 k は定数、 G は剛性率、 b はバーガスベクトルを示す。彼の考え方で、軟質相が連続している 2 相合金 (一般に f が小) について、 ρ_G を求めると次のようになる。

$$\rho_G = \frac{1}{b} \{C_1 S_{11} \epsilon_p^I + C_2 f S_{12} \Delta \epsilon / (1-f)\} \quad (17)$$

ここで、 C_1 と C_2 は定数、 S_{11} は単位体積中における軟質相粒界の割合、 S_{12} は異相界面の割合、 $\Delta \epsilon$ は $(\epsilon_p^I - \epsilon_p^{II})$ を示す。ところが、式 (16) は 2 章 3 節で述べた残留応力を説明し得ない。塑性変形後に各相に残留する相応力は平均的内部応力が原因である。森ら⁽⁴³⁾ や Brown ら⁽⁴⁴⁾⁽⁴⁵⁾ は分散強化型合金の加工硬化における平均内部応力の役割と塑性応力緩和のために生じた転位林の役割を議論し

ている。それらの議論には、延性 2 相合金に応用できると思われる点が多い。しかし、著者らはこのことについては実験的にも十分な検討をおこなっていないので、ここでは詳しい考察は省略する。

2 相合金の強靱性にとって、 $\bar{d}$ の小さいことが重要であるが、本節での取り扱い (たとえば単相多結晶体を考えると $\rho_G \approx \bar{\epsilon} / 4 b \bar{d}$ 、 $\bar{\epsilon}$ は試料の平均歪⁽⁴²⁾) を除くと、 $\bar{d}$ の効果が直接、解析に入っていない点も今後検討する必要があると思われる。

4. おわりに

Hayden らは micro duplex structure をもつ合金が良い強靱性を示すことを強調している^{(46)~(50)}。この時、 $\bar{d}$ の小さいことが大きな役割をする。また、変形応力と f の間の混合則を報告したものが多く^{(3)(51)~(54)} が、著者らが明らかにしたように、混合則は C^* が小さい (あるいは特殊な粒形) 場合に限られ、 C^* が増加すると 2 相合金の変形応力は混合則より偏倚してくる。また、 f が小さくとも硬質相が連結したような 2 相合金の強度も検討されている⁽⁵⁵⁾⁽⁵⁶⁾。疲労強度においては軟質相中あるいは界面に発生した micro crack の伝播が問題になる。そのほか延性、靱性など種々の機械的性質の実験データと本稿で述べた変形挙動の特性の関連について議論することが興味のあることであるが、紙面の都合で割愛させていただくことにする。

説明の不十分な点が多いと思うが、不足の分は原論文をご参照いただき、本稿に対してご批判いただければ幸いです。最後に、著者らが 2 相合金の研究を進めるにあたって、茨城大学教授黒木剛司郎先生と東京工業大学教授森 勉先生に親切なご指導、ご助言をいただいたこと、および、京都大学田村研究室と茨城大学黒木研究室の方々の熱心なご協力を得たことを附記し、謝意を表します。

文 献

- (1) たとえば、A.Kelly : *Strong Solids*, Clarendon Press Oxford, (1966), p.121.
- (2) たとえば、金属学会編 : 格子欠陥と金属の機械的性質、丸善、(1967), p.234.
- (3) I.Tamura and Y.Yamaoka : *Abstract of Int. Conf.on Mechanical Behavior of Materials*, Kyoto, 1 (1970), 31.
- (4) たとえば、横堀武夫 : 材料強度学 (第 2 版)、岩波全書、(1974), p.96.
- (5) 有間淳一、細川智生、本田和男 : 材料, 19 (1970), 1042.
- (6) B.Paul : *Trans.Met.Soc.AIME*, 218 (1960), 36.
- (7) Z.Hashin and S.Shtrikman : *J.Mech.Phys. Solids*, 11 (1963), 127.
- (8) 梅川荘吉 : 機械学会誌, 72 (1969), 1234.

- (9) たとえば, B. Budiansky : J. Mech. Phys. Solids, **13** (1965), 223.
- (10) 田村今男, 友田 陽, 山岡幸男, 金谷三郎, 小沢正俊, 赤尾 明 : 鉄と鋼, **59** (1973), 454; Trans. ISIJ, **13** (1973), 283.
- (11) 本田和男, 有間淳一 : 材料, **13** (1964), 930.
- (12) I. Tamura and Y. Tomota : Mechanical Behavior of Materials, **2** (1974), 105; The Soc. of Materials Science Japan.
- (13) 三浦維四, 平野 進 : 金属学会誌, **16** (1973), 428.
- (14) H. Unckel : J. Inst. Metals, **61** (1937), 71.
- (15) 美馬源次郎, 堀 茂徳 : 金属学会誌, **16** (1952), 361.
- (16) 佐賀二郎, 小寺沢良一, 三好良夫, 橋本信吾 : 機械学会論文集, **34** (1968), 842.
- (17) 辛島誠一, 島谷幸治, 杉沢精一 : 材料, **13** (1964), 938.
- (18) 中村正久, 若狭邦男 : 鉄と鋼, **60** (1974), No. 11, S 524.
- (19) D. V. Wilson and Y. A. Konnan : Acta Met., **12** (1964), 617.
- (20) 英 崇夫, 福良二郎, 藤原晴夫 : 機械学会論文集, **35** (1969), 237.
- (21) 日本材料学会編 : X線材料強度学, 養賢堂, (1973), p. 242.
- (22) G. E. Dieter Jr. : *Mechanical Metallurgy*, McGraw-Hill N. Y., (1961), p. 138.
- (23) W. J. Tegart : J. Australian Inst. Metals, **15** (1970), 47.
- (24) G. I. Taylor : J. Inst. Metals, **62** (1938), 307.
- (25) G. Sachs : V. D. I.-Z., **72** (1928), 734.
- (26) 平 修二, 阿部武治 : 機械学会論文集, **31** (1965), 1823.
- (27) 曾山義朗 : 材料, **15** (1966), 17.
- (28) 友田 陽, 黒木剛司郎, 田村今男 : 鉄と鋼, **61** (1975), 107.
- (29) 友田 陽, 森 勉, 黒木剛司郎, 田村今男 : 金属学会講演概要, (1974・11月), 116.
- (30) K. Tanaka and T. Mori : Acta Met., **18** (1970), 931.
- (31) J. W. Hutchinson : J. Mech. Phys. Solids, **12** (1964), 11.
- (32) T. Mori and K. Tanaka : Acta Met., **21** (1973), 571.
- (33) J. D. Eshelby : Proc. Roy. Soc. London, **A 241** (1957), 376.
- (34) K. Tanaka, K. Wakashima and T. Mori : J. Mech. Physics Solids, **21** (1973), 207.
- (35) 森 勉, 田中紘一 : 金属学会会報, **11** (1972), 667; 森 勉 : 塑性と加工, **12** (1971), 564; 田中紘一, 森 勉, 中村正久 : 鉄と鋼, **59** (1973), 152.
- (36) 友田 陽, 森 勉, 黒木剛司郎, 田村今男 : 未発表.
- (37) L. M. Brown and W. M. Stobbs : Phil. Mag., **23** (1971), 1185.
- (38) K. Tanaka, K. Narita and T. Mori : Acta Met., **20** (1972), 297.
- (39) 宮本 博, 尾田十八, 坂田信二 : 機械学会誌, **77** (1974), 146; 機械学会論文集, **41** (1975), 748; 宮本 博, 尾田十八 : 材料, **23** (1974), 27.
- (40) 三浦維四, 浅岡憲三 : 金属学会誌, **37** (1973), 1207.
- (41) H. Fischmeister, J.-O. Hjalmered, B. Karlsson, G. Linden and B. Sundstöm : *Proc. of 3rd Int. Conf. on the Strength of Metals and Alloys*, Cambridge, Inst. Metals, (1973), p. 621. B. Karlsson and B. O. Sundström : Mater. Sci. Eng., **16** (1974), 161; B. Karlsson and G. Lindén, *ibid.*, **17** (1975), 153, 209.
- (42) M. F. Ashby : Phil. Mag., **21** (1970), 399.
- (43) T. Mori and K. Narita : Acta Met., **23** (1975), 85.
- (44) L. M. Brown and W. M. Stobbs : Phil. Mag., **23** (1971), 1201.
- (45) J. D. Atkinson, L. M. Brown and W. M. Stobbs : Phil. Mag., **26** (1974), 1247.
- (46) R. C. Gibbson, H. W. Hayden and J. H. Brophy : Trans. ASM, **61** (1968), 85.
- (47) S. Floreen and H. W. Hayden : Trans. ASM, **61** (1968), 489.
- (48) S. Floreen, H. W. Hayden and R. M. Pillar : Trans. AIME, **245** (1969), 2529.
- (49) H. W. Hayden and S. Floreen : Trans. ASM, **61** (1968), 474; Met. Trans., **1** (1970), 1955; **4** (1973), 561.
- (50) R. C. Gibson and H. Brophy : *Ultrafine grain metals*, ed. by J. J. Burke and V. Weiss, Syracuse Univ. Press, (1970), p. 377.
- (51) たとえば, 田村今男 : 鉄鋼材料強度学, 日刊工業新聞社, (1969), p. 125.
- (52) H. J. Kouwenhoven : Trans. ASM, **62** (1969), 437.
- (53) P. L. Manganon Jr. and G. Thomas : Met. Trans., **1** (1970), 1587.
- (54) I. L. Cheng and G. Thomas : Met. Trans., **3** (1972), 503.
- (55) 植田昭二, 座間正人 : 金属学会誌, **26** (1962), 348.
- (56) 鈴木秀人, 山田邦博, 清水真佐男, 国尾 武 : 機械学会論文集, **40** (1974), 2117.