多孔質金属の塑性挙動

大 矢 根 守 哉*

1. はじめに

近時、焼結金属製の機械部品の生産量が次第に増加しているが、その製造工程の中には、金属粉末の圧縮成形および焼結金属の塑性加工（鍛造・押し出しなど）が含まれている。これらの加工によって所定の寸法と密度の製品を製造するためには、加工圧力と金型圧力を予知することが要求される。その計算の基礎となるのは、ここに述べる圧縮性材料の塑性力学であり、その取扱う材料は多孔質体のみならず、粉末材料をも含む。これらの材料は圧力によって見掛けの体積および見掛けの密度が変化するから、それは圧縮性材料である。従来からの塑性力学は非圧縮性材料に対するものであるから、多孔質材料の塑性挙動に対して有効ではない。ここでは多孔質体の塑性力学の理論とその応用につき、できるだけ平易に解説する。その応用としては、各種塑性加工における加工力・加工限界ひずみ・スプリングバック量の計算がある。またこれらの計算に必要な材料定数の測定法にも言及する。

2. 圧縮性材料の塑性力学

(1) 応力・ひずみ・相対密度

粉末成形体も広義には多孔質体であるので、ここでは多孔質体に含めて扱う。粉末材料には引張応力は発生しないから、ここでは主として圧縮応力を扱うことにし、圧縮応力を正とし、引張応力を負とする。それに応じて、圧縮ひずみを正、引張ひずみを負とする。相対密度とは、見掛けの密度と実質部の密度の比と定義する。相対密度を以下では単に密度とよび、これを ρ で表わす。 $\rho \leq 1$ であって、とくに $\rho = 1$ は空孔のない状態である。

図1に示すように素材中の微小部分に作用する応力を $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 、それにより発生するひずみを $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ とする。ひずみは小さいとし、体積ひずみ ε_v を次式で定義する。

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (1)$$

また次式の σ_m を平均応力とよぶ。

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2)$$

図1 微小部分と応力。

(2) 滑らかな金型中での角柱成形

図2に示すように、摩擦のない滑らかな角筒形金型の中で多孔質体を圧縮成形する。ポンチ圧力 σ_z で加圧・圧密すると、金型には内圧 σ_x, σ_y (σ_x と σ_y は等しい) が発生する。もし多孔質体の代りに液体が入っておれば、当然 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$ となるが、形状変化に対する抵抗をもつ固体が入っておれば $\sigma_x = \sigma_y < \sigma_z$ であり、 σ_x/σ_z の値は0と1の間となる。多孔質体では一般に0.4~1の間であり、密度が高いほど1に近い値をとるが、その値は材料によって異なる⁽⁴⁾⁽⁵⁾。 σ_x/σ_z の値は多孔質体の材料と密度に依存する特性値ともいえる。 σ_x/σ_z については材料試験の項で再び述べる。

図2 滑らかな金型中での角柱成形。

* 京都大学教授；工学部
Plastic Behavior of Porous Metal; Moriya Oyane (Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)
1978年8月3日受理

(3) 摩擦のある金型中での角柱成形

実際には金型と多孔質体素材の間に必ず摩擦がある。

図3において、この摩擦応力 τ のために金型表面に接する多孔質体素材部分は自由に下方へ移動することが妨げられ、したがってA付近では密度は高くなり、B付近では低くなる。摩擦係数は潤滑剤・素材の種類によって異なるのみでなく、素材の密度によっても変わることが多孔質体の特徴である。

図3 摩擦のある金型中での角柱成形。

(4) 一般3次元塑性力学の必要性

前節で述べた圧縮成形中での密度分布を予知すること、あるいは一般に鍛造・押し出し・圧延などの塑性加工において密度分布・圧力分布・破壊の有無を予測するには一般3次元の応力下の塑性挙動を知る必要がある。

(5) 応力と密度の関係式⁽¹⁾⁽²⁾

図1に示すように3次元応力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ をうけた多孔質体の密度が ρ になったとする。密度を高くするのに効果があるのは、まず平均応力 σ_m である。図4に示すように空孔を縮小するには周囲圧力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ の各値が大きいほどよい。換言すれば平均応力 σ_m が大きいほど効果的である。他方、図5に示すように空孔を押しつぶすには $\sigma_x - \sigma_y$ が大きいほど効果的であり、対称性から $|\sigma_x - \sigma_y|, |\sigma_y - \sigma_z|$ も $|\sigma_x - \sigma_z|$ と同等の効果をもつ。次節

図4 空孔の縮小。

図5 空孔の押しつぶし。

に述べるような実験結果によると、密度と応力との関係は、

$$\left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right\} + 2 \left(\frac{\sigma_m}{f} \right)^2 = 2 \left(\rho^n \sigma_{eq} \right)^2 \quad (3)$$

ただし

$$f = \frac{1}{a(1-\rho)^m} \quad (4)$$

によって決めることができる⁽¹⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾。ここに、 a, m, n は材料定数であり、 σ_{eq} は素材地金の“いわゆる相当応力”であるが、近似的に素材材質を非加工硬化性材料とみるとときにはこれも材料定数とみてよい。以下簡単のため定数とする。

たとえば、ある銅多孔質体では $a=2.5, m=0.5, n=2.5, \sigma_{eq}=60 \text{ MPa}$ であるとしてよい。これの密度 ρ を0.90にするために必要な静水圧 p を求める問題を考えよう(図6)。 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$ として式(3)、(4)より

$$p = \frac{\rho^n \sigma_{eq}}{a(1-\rho)^m} \div 58 \text{ MPa} \quad (5)$$

をうる。

材料定数 a, m, n, σ_{eq} を決める方法は後に述べる。

図6 静水圧応力状態。

(6) 3次元応力による塑性変形実験⁽¹⁾⁽²⁾

3次元応力による塑性変形試験装置の原理を図7に示す。図は応力軸 σ_x に垂直な断面の図である。加圧力 P_1, P_2, P_3 (図にはない)によって素材面に圧力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ が生ずる。加圧後に素材の密度を測定すれば、式(3)、(4)を検証することができる。 P_1, P_2, P_3 は独立に選べるの

で、任意の応力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ を発生させることができる。図 8 は銅粉末に関する実験結果である。式 (3) 中の第 1 項を

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 = 9\tau_{\text{oct}}^2$$

とおき、縦軸に τ_{oct} を、横軸に σ_m をとったものである。式 (3) は

$$\frac{9}{2} \tau_{\text{oct}}^2 + \left(\frac{\sigma_m}{f} \right)^2 = (\rho^n \sigma_{\text{eq}})^2 \quad (3')$$

となる。式 (3') は楕円の式となり、図 8 に示す曲線群となる。ただし $a=2.5, m=0.5, n=2.5, \sigma_{\text{eq}}=60 \text{ MPa}$ とした。実験結果の点はこの曲線上にあるとみてよい。すなわち、密度と 3 次元応力の関係式として式 (3) は妥当である。

図 7 3次元応力圧縮試験装置の原理。

図 8 応力と密度の関係。

(7) 従来の塑性変形条件式との比較

もし空孔のない金属材料が素材であるとする、 $\rho=1$ であり、これを式 (4) に代入すると $1/f=0$ となる。したがって式 (3) は

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 = 2\sigma_{\text{eq}}^2 \quad (3'')$$

となる。これは一般金属材料に対する Hencky-Mises の塑性変形条件式と一致する。式 (3) は従来からの塑性変形条件式を、多孔質体および粉末材料に対しても使用できるように一般化されたものといえる。

(8) 応力とひずみの関係⁽¹⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾

応力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ がそれぞれ微小量 $\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\sigma_z$ だけ増加し、それに応じて微小なひずみ $\Delta\epsilon_x, \Delta\epsilon_y, \Delta\epsilon_z$ および微小な体積ひずみ $\Delta\epsilon_v$ が生じたとすると、応力とひずみの関係は

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\epsilon_x - \Delta\epsilon_y}{(\sigma_x + \Delta\sigma_x) - (\sigma_y + \Delta\sigma_y)} &= \frac{\Delta\epsilon_y - \Delta\epsilon_z}{(\sigma_y + \Delta\sigma_y) - (\sigma_z + \Delta\sigma_z)} \\ &= \frac{\Delta\epsilon_z - \Delta\epsilon_x}{(\sigma_z + \Delta\sigma_z) - (\sigma_x + \Delta\sigma_x)} = \frac{\Delta\epsilon_v}{2(\sigma_m + \Delta\sigma_m)} = \frac{\Delta\epsilon_v}{3f^2} \end{aligned}$$

あるいは、高次の微小量を省略して

$$\frac{\Delta\epsilon_x - \Delta\epsilon_y}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{\Delta\epsilon_y - \Delta\epsilon_z}{\sigma_y - \sigma_z} = \frac{\Delta\epsilon_z - \Delta\epsilon_x}{\sigma_z - \sigma_x} = \frac{\Delta\epsilon_v}{2\sigma_m / 3f^2} \quad (6)$$

となること、実験上および理論上確かめられている。実験としては、図 7 の原理による変形試験装置によって応力と密度の測定をし、またブロックの変位からひずみを測定し、これらの値を用いて式 (6) が成立することを確かめた。理論的な導き方の説明については省略するが、すでに (5) 節で述べたことから式 (6) の各項の意味は次のように説明できる。応力差 $(\sigma_x - \sigma_y)$ によって、空孔は押しつぶされて x 方向に縮み、 y 方向に伸びる傾向があり、そのため $(\sigma_x - \sigma_y)$ に比例して多孔質体には $(\Delta\epsilon_x - \Delta\epsilon_y)$ が生ずる。式 (6) の第 2, 3 項についても同様である。第 4 項については平均圧力 σ_m に比例して空孔が縮小され、そのため多孔質として体積ひずみ $\Delta\epsilon_v$ が生ずる。第 4 項だけ $2/3f^2$ があるので第 1~3 項までとは比例定数がちがうことになる。

非圧縮性材料に対する従来の塑性力学との対比を考えてみよう。その場合には $\rho=1, \Delta\epsilon_v=0$ であり、また $1/f^2=0$ であるから式 (6) の第 4 項は無意味なものとなる。第 4 項を削除すると式 (6) は従来の塑性力学でのよく用いられるひずみの分配率の式となる。

(9) 応力とひずみの関係式の別表示

式 (3) をみながら式 (6) を次のように変形する。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\epsilon_x - \Delta\epsilon_y}{(\sigma_x - \sigma_y)} &= \frac{\Delta\epsilon_y - \Delta\epsilon_z}{(\sigma_y - \sigma_z)} = \frac{\Delta\epsilon_z - \Delta\epsilon_x}{(\sigma_z - \sigma_x)} = \frac{f \cdot \Delta\epsilon_v}{2\sigma_m / 3} \\ &= \frac{\sqrt{(\Delta\epsilon_x - \Delta\epsilon_y)^2 + (\Delta\epsilon_y - \Delta\epsilon_z)^2 + (\Delta\epsilon_z - \Delta\epsilon_x)^2 + \frac{9}{2}(f \Delta\epsilon_v)^2}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 2\left(\frac{\sigma_m}{f}\right)^2}} \quad (7) \end{aligned}$$

最後の項は分母が式 (3) の左辺となるように、第 1~4 項から導いた。その分子を簡単に表示するために $\Delta\epsilon_{\text{eq}}$ を次のように定義する。

$$\Delta \varepsilon_{eq} = \frac{\rho^{n-1} \sqrt{2}}{3} \times \sqrt{\{(\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y)^2 + (\Delta \varepsilon_y - \Delta \varepsilon_z)^2 + (\Delta \varepsilon_z - \Delta \varepsilon_x)^2\} + \frac{9}{2} (f \Delta \varepsilon_p)^2} \quad (8)$$

式(3)と(8)とを用いて式(7)の最後の項の分母・分子を簡単化すると

$$\frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{\Delta \varepsilon_y - \Delta \varepsilon_z}{\sigma_y - \sigma_z} = \frac{\Delta \varepsilon_z - \Delta \varepsilon_x}{\sigma_z - \sigma_x} = \frac{3f^2 \Delta \varepsilon_p}{2\sigma_m} = \frac{3\Delta \varepsilon_{eq}}{2\rho^{2n-1}\sigma_{eq}} \quad (9)$$

となる。式(1),(2),(9)から各ひずみ増分を求めると

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varepsilon_x &= \frac{3}{2} \frac{1}{\rho^{2n-1}} \frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \left\{ \sigma_x - \left(1 - \frac{2}{9f^2}\right) \sigma_m \right\} \\ \Delta \varepsilon_y &= \frac{3}{2} \frac{1}{\rho^{2n-1}} \frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \left\{ \sigma_y - \left(1 - \frac{2}{9f^2}\right) \sigma_m \right\} \\ \Delta \varepsilon_z &= \frac{3}{2} \frac{1}{\rho^{2n-1}} \frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \left\{ \sigma_z - \left(1 - \frac{2}{9f^2}\right) \sigma_m \right\} \\ \Delta \varepsilon_p &= \frac{1}{\rho^{2n-1}} \frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \frac{\sigma_m}{f^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

となる。

なお体積が減少すれば密度は増加するから、 $\Delta \varepsilon_p$ と $\Delta \rho$ とは関係がある。すなわち

$$\Delta \varepsilon_p = -\frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (11)$$

である。なぜなら密度が ρ から $\rho + \Delta \rho$ に増加すると体積は $1/\rho$ から $1/(\rho + \Delta \rho)$ の割合に変化するから、

$$-\Delta \varepsilon_p = \frac{1}{\rho + \Delta \rho} - \frac{1}{\rho} = \frac{-\Delta \rho}{\rho + \Delta \rho} \approx -\frac{\Delta \rho}{\rho}$$

となり、式(11)が求まる。 $-\Delta \varepsilon_p$ の負号は圧縮体積ひずみを正とするから必要である。

式(9),(10)で $\rho=1, 1/f^2=0$ とすると従来の塑性力学での Levy-Mises の式、ひずみ増分理論の式ができる(式(9)の第4項を削除する)。

(10) 応力ひずみ関係式の応用

応力とひずみ関係式を理解するために簡単な応用例をあげてみる。

(i) 滑らかな金型中での角柱成形

図2に示すような成形においては金型を剛体と近似すると x, y 方向のひずみは生じない。 $\Delta \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_y = 0$ である。これを式(10)の第2, 3式に代入すると

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_x - \left(1 - \frac{2}{9f^2}\right) \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} &= 0 \\ \sigma_y - \left(1 - \frac{2}{9f^2}\right) \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} &= 0 \end{aligned} \right.$$

となる。これより

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{9f^2 - 2}{9f^2 + 4} \sigma_z \quad (12)$$

となり、これをさらに式(3)に代入して

$$\sigma_z = \frac{1}{3} \rho^n \sqrt{9f^2 + 4} \sigma_{eq} \quad (13)$$

をうる。式(12),(13)において素材の材料定数とそのときの密度が与えられると、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ の値すなわちポンチ圧力と金型圧力とが計算できる。角柱の代りに円柱であっても同様の結果となる($\sigma_y = \sigma_z$ は金型圧力 σ_r となる)。

(ii) 静水圧成形

静水圧を p とし、 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$ を式(3)と(10)に代入するとそれぞれ次式をうる。

$$p = \rho^n f \sigma_{eq} = \frac{\rho^n}{a(1-\rho)^m} \sigma_{eq} \quad (14)$$

$$\Delta \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_y = \Delta \varepsilon_z = \frac{\Delta \varepsilon_p}{3} = \frac{1}{\rho^{2n-1}} \cdot \frac{p}{3f^2} \frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \quad (15)$$

素材の材料定数 a, m, n, σ_{eq} と静水圧 p の値を用いると、式(14)より密度 ρ が決まる。静水圧 p が p_1 から p_2 に増加するときには、それに応じて密度 ρ_1 と ρ_2 とを、さらにその差から密度増分 $\Delta \rho$ を求めることができる。したがって式(11)より $\Delta \varepsilon_p$ を、さらに式(15)より $\Delta \varepsilon_x, \Delta \varepsilon_y, \Delta \varepsilon_z$ を $\Delta \varepsilon_p/3$ として決めることができる。

(iii) 任意の3次元応力の場合

任意の3次元応力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ がある値から別の値に変化し、そのため密度変化があったときには、式(3)を用いて密度増分 $\Delta \rho$ を、さらに式(11)により $\Delta \varepsilon_p$ を、さらにこれを式(10)の第4式の左辺に代入して右辺の分数の値を求める。この値と各応力の値とを式(10)の第1~3式に代入すると各ひずみ増分値が決定される。

3. 材料試験——材料定数 a, m, n, σ_{eq} の決定法

材料定数の決定法としては種々考えられるが、ここでは1例をあげるのにとどめる。

できるだけ滑らかな角柱または円柱の圧縮成形(図2)において、ポンチ圧力 σ_x と金型圧力 σ_z とを測定する。式(12)を $1/f$ について解き、式(4)を用いて次式をうる。

$$\frac{1}{f} = a(1-\rho)^m = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{\sigma_z - \sigma_x}{\sigma_x + 2\sigma_z}} \quad (16)$$

また式(3)に $\sigma_x = \sigma_y, \sigma_m = (\sigma_x + 2\sigma_z)/3$ を代入して

$$(\rho^n \sigma_{eq})^2 = (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \frac{1}{9f^2} (\sigma_x + 2\sigma_z)^2 \quad (17)$$

をうる。圧縮成形の進行とともに、密度 ρ と圧力 σ_x, σ_z が増加するが、測定された σ_x と σ_z の値と式(16)を用いて $(1/f)$ を計算し、種々の密度に対して $\log(1-\rho)$ と $\log(1/f)$ をプロットする。その関係はほぼ直線になる。これを図9(a)のように直線とすると a, m の値が求まる。

図9 材料定数 a, m, n, σ_{eq} を決定する線図 (概念図)。

このようにして決められた $1/f$ を用いて式 (17) の右辺の値 (これを q とする) を計算し、種々の ρ に対して $\log q \sim \log \rho$ としてプロットするとほぼ直線となる (図9 (b))。この直線から n と σ_{eq} を決めることができる。

4. 多孔質体の延性破壊

簡単のために $\sigma_y = \sigma_z = 0$ として、多孔質体が単軸引張応力をうけて延性破壊をする場合を取扱う。多孔質体の塑性変形が進むにしたがって、空孔は成長し、空孔と空孔の間の地金は細く絞られ、ついには破断する。空孔の成長度は多孔質体の密度低下度によって測ることができる。

式 (10) の第4式と式 (11) とから

$$\frac{\sigma_m}{\rho^n \sigma_{eq}} d\varepsilon_{eq} = \rho^{n-2} f^2 d\rho$$

これを整理し、引張試験の始めから破壊時までの積分の形とすると (21)。

$$\int_0^{\varepsilon_f} \frac{\sigma_m}{\rho^n \sigma_{eq}} d\varepsilon_{eq} = \int_{\rho_0}^{\rho_f} \rho^{n-2} f^2 d\rho = \int_{\rho_0}^{\rho_f} \frac{\rho^{n-2}}{a^2 (1-\rho)^{2m}} d\rho \quad (18)$$

ここに、 ε_f は多孔質体の延性破壊ひずみであり、 ρ_0 と ρ_f はそれぞれ初期密度および破壊時の密度である。式 (18) の右辺は ρ_f, ρ_0 のみの関数であり、空孔の成長度が一定に達したときに破壊が生ずるとすると、 ρ_f は材料定数ということになり、結局右辺は初期密度のみの関数となる。左辺はひずみ 0 から ε_f に到るまでの間における応力の静水圧成分の履歴にのみ依存する量である。式 (18) は破壊条件として複雑すぎる形式をもち、他方ではこれの基礎の仮定は、上述のように単純化しすぎている。ここでは余りこまかい理論展開をさけ、式 (18) と同形であるが、単純化した延性破壊条件式を提示するのにとどめておく⁽²⁰⁾。すなわち

$$\int_0^{\varepsilon_f} \left(1 + \frac{1}{A} \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}\right) d\varepsilon = \frac{B}{1-\rho} \quad (19)$$

である。A, B は材料定数である。

いまこの式の応用例として、高圧 p の雰囲気中での銅焼結体の引張破壊ひずみを計算してみよう (図10)。簡単のため材料は非加工硬化性とし、また多少粗い近似計算

図10 静水圧 p の中での引張試験。

を行なうことにする。 $\rho=1$ のときには $1/f^2=0$ であるから、 ρ が大きいときにも近似的に $1/f^2=0$ とし、これと $\sigma_y = \sigma_z = p$ とを式 (3) に代入すると、

$$\sigma_x = p - \rho^n \sigma_{eq} (= -\sigma_t) \quad (20)$$

となる。 σ_t は軸方向引張応力である。平均応力 σ_m は

$$\sigma_m = p - \frac{1}{3} \rho^n \sigma_{eq} \quad (21)$$

となる。さらに近似的に

$$\rho = \rho_0 \quad (22)$$

とし、式 (21), (22) を式 (19) に代入して積分すると

$$\varepsilon_f = \frac{B/A}{\left(A - \frac{\rho_0^n}{3} + \frac{p}{\sigma_{eq}}\right)(1-\rho_0)} \quad (23)$$

図11 (a) は式 (23) の ε_f と p と ρ_0 の関係を模式的に示したものであり、この傾向は図11 (b) に示す銅焼結体実験結果とよく合っている。多孔質体の延性破壊ひずみの定量的予測については文献を参照されたい^{(8) (9) (14) (20) (21)}。

図11 静水圧中での延性 (銅)。

5. 金型からの取出し力と取出し後の変形 (スプリングバック)

多孔質体を金型中で成形したのち、上ポンチを金型から遠ざけ、下ポンチの力によって成形体を金型から押出す。成形体は金型から出ると膨張するが、この変形は主として弾性変形であるので、スプリングバックと呼ばれ

る。スプリングバックは製品の寸法を決める上で重要な値であるとともに、スプリングバック量と取出し力が大きくなると、取出し中に成形体に破壊が生ずる。ここでは簡単のため円柱成形を例にとり、製品直径と型内径の差を予測してみよう。

材料定数と寸法をつぎのように表わす。 E : 弾性係数, ν : ポアソン比, r_i : 金型の内半径, r_0 : 金型外半径, Δr_i : 成形中の金型内圧 σ_r による r_i の増加量, δ : 無負荷状態での製品半径と型内半径の差とし、またこれらの文字に添字 D と P をつけて型と多孔質体を表わすことにする。 Δr_i と σ_r との関係は内圧をうける厚肉円筒の問題として初等的な材料力学の教科書に書かれている(図 12(a), (b) 参照)。すなわち

$$\Delta r_i = -\frac{\sigma_r r_i}{E_D} \left(\frac{r_0^2 + r_i^2}{r_0^2 - r_i^2} + \nu_D \right) \quad (24)$$

図 12 スプリングバックと残留応力の計算のための図。

- (a) 無負荷状態の金型
- (b) 加工終了時の金型と製品
- (c) 取出し後の製品
- (d) 取出し前の金型と製品

ポンチ圧力 σ_z と型内圧 σ_r とをうけている成形体が、無負荷状態になったときにうける半径増加は $\delta - \Delta r_i$ であって(図 12(b), (c) 参照)、これも初歩的な材料力学により計算できる。すなわち

$$\begin{aligned} \delta - \Delta r_i &= \frac{1}{E_P} (\sigma_r - \nu_P \sigma_r - \nu_P \sigma_z) (r_i + \delta) \\ &= \frac{1}{E_P} \{ (1 - \nu_P) \sigma_r - \nu_P \sigma_z \} r_i \end{aligned} \quad (25)$$

式(25)の Δr_i に式(24)を代入すると

$$\delta = r_i \left\{ \frac{\sigma_r}{E_D} \left\{ \frac{\left(\frac{r_0}{r_i} \right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{r_i} \right)^2 - 1} + \nu_D \right\} + \frac{1}{E_P} \{ (1 - \nu_P) \sigma_r - \nu_P \sigma_z \} \right\} \quad (26)$$

がえられる⁽¹⁹⁾。

式(26)に含まれる σ_z と σ_r の値はそれぞれ式(13)と式(12)の値であり、これらは成形密度 ρ とともに大きくなる。図 13 は銅の粉末を銅の金型中で成形した場合の δ の実験結果と、式(26)による δ の予測値とを比較したものである⁽²²⁾。ただし $E_D = 2.1 \times 10^5$ MPa, $r_0/r_i = 4.2$, $\nu_D = 0.30$ とし、 E_P , ν_P は ρ によって変わるので定数ではなく、銅成形体の単軸圧縮試験における実測値を用いた。図によれば、計算結果と実験結果とは比較的良好合う。また式によれば、金型の形状 r_0/r_i が大きいほど δ は小さくなるが、金型肉厚を余り大きくしても効果はないことも予想される。

つぎに成形完了後にポンチ圧力 σ_z を除荷したときに金型に残留している内圧 $\bar{\sigma}_r$ を計算してみよう。図 12(d)

図 13 スプリングバックと密度の関係

図 14 残留応力と密度の関係。

に示すように金型に内圧 $\bar{\sigma}_r$ が作用して型内半径が $\Delta r'_i$ だけ増加し、また成形体の半径は無負荷状態より $\Delta r''$ だけ小さいとすると、 $\Delta r'_i + \Delta r'' = \delta$ である。 $\Delta r'_i$ は式 (24) の σ_r の代りに $\bar{\sigma}_r$ において、また $\Delta r''$ は式 (25) の右辺において $\sigma_z = 0$, $\sigma_r = \bar{\sigma}_r$ において求められる。すなわち

$$\frac{\bar{\sigma}_r r_i}{E_D} \left(\frac{r_0^2 + r_i^2}{r_0^2 - r_i^2} + \nu_D \right) + \frac{1}{E_P} (1 - \nu_P) \bar{\sigma}_r r_i = \delta \quad (27)$$

となる。これにより $\bar{\sigma}_r$ を計算することができるが、図 14 は銅成形体についての計算値と実験値の比較である⁽²²⁾。比較的良好に合っている。金型からの取出し力の計算には摩擦係数を知っておく必要がある。摩擦係数を μ とすると、摩擦応力 $\mu \bar{\sigma}_i$ により押し出し力を計算することも可能である。

6. 塑性加工と圧縮成形への応用

多孔質体の密度の計算には式 (3)、その変形の計算には式 (10)、その延性破壊ひずみの予測には式 (19) が用いられることを説明した。また簡単な応用例について述べた。

工業的な塑性加工および圧縮成形への応用については、以下に項目のみを述べるので文献を参照されたい。

計算手法としてはすべり線場法⁽¹⁰⁾、上界法⁽¹⁰⁾、格子線解析法⁽²³⁾、有限要素法⁽²⁴⁾がある。またくさびとピラミッド圧子の押込み⁽¹³⁾⁽¹⁶⁾、押し出し加工⁽³⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、型鍛造⁽²⁸⁾などの具体的な計算例もある。しかしながら広く塑性加工一般への応用例は少なく、とくに破壊を生じない加工

限界の予測への応用例はまったくない。今後この方面の研究および技術が開発されることを期待する次第である。ここで述べた塑性力学を基礎とするならこれは可能である。

文 献

- (1) 真崎 次次, 島 進: 塑性と加工, **18**(1977), 243.
- (2) 島 進: 塑性と加工, **18**(1977), 263.
- (3) 久保勝司: 塑性と加工, **18**(1977), 284.
- (4) 沖本邦郎: 粉体および粉末冶金, **22**(1975), 213.
- (5) 沖本邦郎: 粉体および粉末冶金, **22**(1975), 205.
- (6) 沖本邦郎: 粉体および粉末冶金, **22**(1975), 177.
- (7) 沖本邦郎: 粉体および粉末冶金, **22**(1975), 257.
- (8) 沖本邦郎: 粉体および粉末冶金, **22**(1975), 185.
- (9) 田端 強: 塑性と加工, **14**(1973), 436.
- (10) 田端 強: 塑性と加工, **15**(1974), 43.
- (11) 田端 強: 塑性と加工, **16**(1975), 276.
- (12) 田端 強: 塑性と加工, **17**(1976), 755.
- (13) 田端 強: 日本機械学会論文集, **44**(1978), 685, 679.
- (14) 田端 強: ASME-E, **99**(1977), 16.
- (15) 田端 強: 塑性と加工, **18**(1977), 373.
- (16) 田端 強: Bull. JSME, **20**(1977), 661.
- (17) 島 進: Int. Jour. Mech. Sci., **18**(1976), 285.
- (18) 大矢根守哉: 粉体および粉末冶金, **20**(1973), 142.
- (19) V.I. Garrov: Poroshkovaya Met., **11**(1974), 22.
- (20) 田端 強: 粒体粉末冶金協会講演概要集, (1973・秋), 95.
- (21) 沖本邦郎: 粉体粉末冶金協会講演概要集, (1978・秋), 掲載予定.
- (22) 大矢根守哉, ほか: (未発表).
- (23) 島 進: 塑性と加工, **18**(1977), 263.
- (24) 森 謙一郎: 塑性加工春期講演会論文集, (1978・春), 169.

◆学協会だより◆

IRRADIATION BEHAVIOUR OF METALLIC MATERIALS FOR FAST REACTOR CORE COMPONENTS

と き: 1979年6月5日～7日
と ころ: フランス・アジャクシオ

アブストラクト提出締切: 1978年11月15日 (500字以内)

フルペーパー提出締切: 1979年2月28日
照 会 先: Dr. Jacques Poirier, CEA-DMECN
Department de Technologie
BP n° 2 91190 GIF SUR YVETTE,
FRANCE