金属間化合物の弾性率測定

田 中 克 志*

1. は じ め に

弾性率は物質の力学的性質を表す重要な量である。純金属の弾性率の値は広い温度範囲に渡って決定されており、データブックとしてまとめられている⁽¹⁾。それに対して金属間化合物の弾性率の値の報告は非常に少ない⁽²⁾。特に単結晶の弾性率はごく一部の物質のみ報告されており、測定温度範囲もほとんどの場合室温のみである。これは、後に述べるように弾性率の測定にいくつかの困難があることによる。一方、弾性率を電子論を用いた第一原理計算によって理論的に求める試みも行われつつある⁽³⁾⁽⁴⁾。しかしながら現段階においては、計算された値と実測値との一致は必ずしも良くない⁽⁵⁾。また現在のところ計算される弾性率は絶対0度における値のみである。本報では、金属間化合物の弾性率測定に適した測定方法である直方体共振法を紹介するとともに、最近筆者らが測定したチタン-アルミニウム化合物の弾性率を中心に、金属間化合物の弾性的性質の研究について述べる。

2. 弾 性 率 測 定 法

弾性率を測定する方法はその原理により図1のように大別することができる。これらの中で最も広く用いられている方法はパルスエコー法である。その理由として、温度変化などの相対変化に対する測定精度が極めて高いこと、測定精度を向上させるための工夫も数多く試みられていること⁽⁶⁾があげられる。しかしながらこの方法では、使用する超音波の周波数にも依存するが精度の高い測定を行うためには比較的大きい単結晶(5~10 mm 角程度以上)が必要とされている。また、対称性の低い結晶の場合には、試料が複数個必要、音波

の群速度と位相速度が一致しなくなるために精度の高い測定が困難⁽⁷⁾などの問題点がある。最近の新しい技術である超音波顕微鏡法は100 μm 以下の領域で弾性率を決定できるという利点があるが、対称性の低い結晶に対してすべての弾性率が精度良く決定された例はまだ聞かない。これら2つの方法では、金属間化合物が実際に使用されるような高温においては試料中を伝播する音波とトランスデューサとの結合に問題が多く、測定は困難である。

一方、共振法では試料とトランスデューサ間の信号の伝達に偏波面の保存などを必要とせず振幅のみを伝えればよい。ため、試料の振動とトランスデューサとの結合方法を、かなり自由に選ぶことができる。そのため、高温での測定も比較的容易に行うことができる。実際1773 K という高温においてもいくつかのメーカーから市販されている振動リード法の装置を用いて容易にヤング率を測定することができる。ただ、振動リード法は特定のモードの振動が強く励起されることから、そのモードに対する弾性率、多くの場合曲げ振動によりヤング率、ねじり振動により剛性率、が測定される。この場合でも、いくつかの結晶方位に切り出した複数個の試料を用いることによりすべての独立な単結晶弾性率を決定することが可能である⁽⁸⁾。

静的方法 → 引張試験

図1 弾性率の測定方法の分類。

* 京都大学助手；工学研究科材料工学教室（〒606-01 京都市左京区吉田本町）

Measurment of Elastic Constants of Intermetallic Compounds; Katsushi Tanaka (Department of Materials Science and Engineering, Kyoto University, Kyoto)

Keywords: elastic constants, intermetallic compounds, rectangular parallelepiped resonance method, elastic anisotropy, titanium aluminide
1996年1月17日受理

直方体共振法に代表される試料に立体形状の試料を用いる方法では、多種多様なモードの振動を励起する。立体形状の試料の場合、振動リード法の場合のようにある特定の弾性率に支配されるような振動モードはなく、それぞれのモードすべてに独立な弾性率のすべてが関与する。そのため、後に示すように解析に複雑な手続を必要とするが、試料の独立な弾性率の数に対して十分な数の共振周波数を測定すれば、1個の試料ですべての独立な弾性率を決定することができる。共振周波数と弾性率の値の関係は Demarest⁽⁹⁾によって立方体形状の試料に対して実用的な計算法が示され、Ohno⁽¹⁰⁾によって直方体形状の試料への拡張が行われた。最近では任意形状の試料をそのまま用いる方法も示されている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。筆者らは、試料に直方体形状を用いる方法が試料の成形の容易さと共振周波数から弾性率を導出する解析の容易さのバランスが最もよいと考え、この方法を採用している。

3. 直方体共振法

(1) 測定方法

この方法の最大の利点は、どれほど小さい試料でもその試料1個ですべての独立な弾性率が比較的精度良く決定できることである。もちろん試料を正確に結晶面に合わせて直方体に切り出し、その大きさを精度良く測定するためにはある程度の大きさ(2~3 mm 角程度)は必要である。この試料が小さくてもよいという利点は特にいわゆる新材料を研究の対象とする場合に顕著である。大きな単結晶を育成することは必ずしも容易なことではないが、2 mm 角程度の試料であれば多結晶試料中の粗大粒を切り出すことによって得ることができるからである。

現在我々が使用している直方体共振法の測定系を図2に示す。直方体試料は2枚の圧電素子の間に軽く挟まれている。一方の圧電素子に発振器からの正弦波を加え、試料に振動を励起する。振動を励起する周波数を連続的に変化させると、試料の固有振動数と一致したときに共鳴振動が起こり、試料の振動をモニターしているもう一方の圧電素子から大きな出

図2 直方体共振法の測定系のブロック図。

力が得られる。高温における測定は図3のように圧電素子と試料の間に振動を伝達する伸長棒を挿入することで圧電素子の劣化など高温に付随する様々な問題を避けることができる。こうして測定されたすべての共振周波数を再現するような弾性率の値を図4に示すアルゴリズムによって決定する。

しかしながら、試料の共振周波数から弾性率を導く過程が試行錯誤であるために多量の数値計算が必要で、解析が困難とされてきた⁽¹³⁾。筆者らは、振動数のみではなく位相も測定することによって、斜方晶まで有効な系統のかつ効率的な測定・解析方法を提案している⁽¹⁴⁾。

図3 (a) 低温測定用試料セル, (b) 高温測定用試料セル。

図4 測定された共振周波数の解析流れ図。

(2) 弾性率の決定精度

本方法では、共振周波数の解析が非線形最小二乗法で行われているために、最終的に決定された数値の持つ誤差の評価が難しい。そこで、同じ組成の試料を2個作り、それぞれ独立に弾性率の決定を試みた。表1に示すように、2つの試料の測定値はほぼ一致し、1%程度の絶対精度で弾性率の値を決定できることが分かった。この時、個々の試料に対してフィッティングの残差から計算される推定誤差はもう一桁小さく無視できる。試料の剪断弾性率だけを見ると、 c_{11} および c_{12} に比べて高い精度で決定されている。これは、試料の共振時の変形のあるものは剪断変形に非常に近く、剪断弾性率が直接共振周波数と強く結びついているためである⁽¹⁰⁾。

フィッティングからくる推定誤差が十分小さいこと、共振周波数の計算が十分な精度で行われていることから、直方体共振法における弾性率の決定精度は主として試料の寸法精度によっていることが分かった。したがって試料の成形精度、具体的には試料面の平行面からのずれを考慮することにより、実験誤差を見積もることができる。ただし、これは表1に示すように十分高い精度で試料が成形された場合であることを注意しておきたい。

4. 弾性率が示すもの

弾性率はいうまでもなく物体に小さな力を加えた際の応力と歪みの関係を表すものである。しかしながら、結晶の異方性まで含めた単結晶弾性率の値を用いて物質全体の変形量を求めることは、工学的には単結晶で作られるタービンプレードを設計するような特殊な場合に限られる。しかし、その値は材料科学の基礎的な諸問題、例えば転位や介在物などによって生じる内部応力場および歪み場の計算には不可欠である。拡張転位の幅から積層欠陥エネルギーを決定する計算⁽¹⁵⁾はその一例であろう。また、Yooらは転位の周りの弾性場と転位の弾性相互作用を考えることによってNi₃Alの降伏応力の逆温度依存性と弾性異方性との間に深い関係があることを示している⁽¹⁶⁾。このような金属間化合物の弾性異方性は中村による解説⁽²⁾にまとめられている。近年では、塑性的性質は転位芯の拡がり方向とすべり面との関係で議論されており、やはり弾性異方性が重要になっている。このような考察には実際にすべり変形が起こっている温度における弾性率の値が重要である。図5にいくつかのNi₃X金属間化合物

表1 同一組成(Ni₇₆Al₂₂Ta₂)複数試料の弾性率測定結果。

試料	x/mm	y/mm	z/mm	c_{11} /GPa	c_{12} /GPa	c_{44} /GPa	c' /GPa
No. 1	2.336 $^{+6}_{-8}$	2.596 $^{+5}_{-7}$	2.763 $^{+5}_{-2}$	229.6	150.5	124.6	39.55
No. 2	2.926 $^{+4}_{-3}$	2.911 $^{+4}_{-3}$	3.034 $^{+4}_{-3}$	227.8	148.7	124.4	39.55

図5 Ni₃Xの弾性率の温度依存性。

の剪断弾性率の温度依存性を示した。この中で、Ni₃Feの弾性率の温度変化が滑らかでないのは、規則-不規則変態点付近で弾性率が大きく変化したことによる。以下では、弾性率の値から直接理解することのできるいくつかの興味深い点について述べる。

物質(結晶)が弾性を示すのは、応力によって平衡位置から変位し、エネルギー的に不安定になった原子が元の平衡位置に戻ろうとするためである。したがって結晶内の原子が強く結びついている場合、すなわち原子が深いポテンシャルの底にいる場合には、原子間隔を伸縮させるような変形に対して強い抵抗力が働く。すべての原子の原子間隔を均等に伸縮させる変形は等方的な膨張収縮であり、その変形に対応する弾性率は立方晶結晶では体積弾性率である。Girifalcoはモースポテンシャルを用いて物質の体積弾性率と凝集エネルギーとの間にはほぼ比例関係が成り立つことを示している⁽¹⁷⁾。図6は純金属と金属間化合物の融点と体積弾性率の関係を示したものである。横軸は本来ならば凝集エネルギーを用いるべきであるが、凝集エネルギーが実験的に決定されている物質の数は限られているので、ここでは凝集エネルギーと深い関係がある融点の値を用いた。この図から両者の間に強い相関があることが見て取れる。金属間化合物といえども例外はなく、融点の値が分かっている物質はその値から体積弾性率のおおよその値を予測できる。多くの金属間化合物は「硬い」物質であるというイメージがあるが、体積弾性率から見る限り決して特別硬い物質ではない。

一般の変形では上述のような均等な原子間距離の変化は起こらず、結晶構造に依存して単位胞内のそれぞれの原子間距

図6 体積弾性率と融点の関係.

離が異なった変化をする. そこで, 原子間距離に伴うポテンシャルエネルギーの変化の大きさを仮定すると, すべての弾性率を歪みに伴う原子間距離の変化で表すことができる. このような二体間に働く力を中心力とする近似法は中心力近似と呼ばれ, そこで用いられるポテンシャル形は数多く提案されている. この近似では用いるポテンシャル形に関係なく, Cauchy の関係(立方晶では $c_{12}=c_{44}$) が成り立つ. 実際, イオン結晶ではイオン相互のクーロン力による結合力が中心力に近く, この Cauchy の関係がよく成り立つことが知られている. しかしながら, 一般に純金属では c_{12} の値が c_{44} より大きく, 中心力近似から予想されるより剪断変形が起こりやすい. この理由の1つとして, 金属中の伝導電子の影響が考えられる.

金属では伝導電子が金属の凝集力に果たす割合はかなり大きい. また, ブリルアンゾーンの境界付近の波数ベクトルを持つ電子以外は結晶内の周期ポテンシャルの影響が弱い. ため, 極端な場合, 箱形ポテンシャル中の電子ガスと仮定することもできよう. 電子ガスのエネルギーはその体積当たりの電子数と箱の中の平均ポテンシャルにのみ依存することから, 体積変化のない変形に対応する剪断弾性率への寄与は0となる. 同時にポアソン比は0.5に近づき, 引張変形時に体積変化し難くなる. この効果は, すべての伝導電子が自由電子と非常によく似た振る舞いをするアルカリ金属で顕著である. 表2にアルカリ金属の弾性率の値を示す⁽¹⁾. いずれの物質においても c_{12} の値は c_{44} より大きく, ポアソン比も約0.46と大きい.

一方, c_{12} が c_{44} より小さくなる理由としては, 原子間の結合の方向は固定されたものであり, その長さのみが変化できるという極端な状況が考えられる. この極端な仮定の下では剪断変形は不可能になり剪断弾性率は ∞ , ポアソン比は-1となる. 残念ながらこのような物質は存在しないので例はあげられない.

以上のように弾性率の値は大雑把で定性的ではあるが物質内部の結合の様子を教えてくれる量としても重要である. 上述の考え方を金属間化合物に当てはめて考えると, 多くの金

表2 アルカリ金属の弾性率の値.

物質	c_{11} /GPa	c_{12} /GPa	c_{44} /GPa	$c'/$ GPa	ν
Li	13.50	11.44	8.78	1.03	0.459
Na	7.39	6.22	4.19	0.59	0.457
K	3.70	3.14	1.88	0.28	0.459

属間化合物では純金属と比較して c_{12} の値が小さく, 中には c_{44} の値より小さいものも少なくない. このことは, 金属間化合物中の自由電子の数が少なく, 原子間の結合の方向性が強いことを示唆している. 以下では近年多くの研究がなされている金属間化合物であるチタン-アルミニウム化合物について原子間の結合の様子を異方性も含めて考えてみる.

5. チタン-アルミニウム化合物の弾性的性質

(1) TiAl の場合

表3に示すのは室温で測定されたTi-56原子%Alの単結晶弾性率である⁽⁵⁾. TiAlは正方晶であるので6つの独立な弾性率がある. その結晶はfcc構造を基本構造とし, (001)面にTi面とAl面が順に積層したL1₀構造である. fcc構造では表3に示す弾性率の中で, c_{11} と c_{33} , c_{12} と c_{13} , c_{44} と c_{66} は等しい値を持つことから, それぞれの値の違いはその規則構造と密接に関係していることが期待される.

まず, $\langle 100 \rangle$ 方向と $[001]$ 方向に対する縦弾性率 c_{11} と c_{33} の両者を比較すると, 僅かの差ながら c_{11} の方が大きい. このことは $\{100\}$ 面間(Ti-Ti, Al-Al結合)と(001)面間(Ti-Al結合)の結合の強さにほとんど差がないものの $\{100\}$ 面間の結合の方が僅かに強いことを示している. また, 格子定数の軸比も1.02で格子が $\langle 100 \rangle$ 方向に収縮している. このことからやはり $\langle 100 \rangle$ 方向の結合の方が $\langle 001 \rangle$ 方向の結合より僅かに強いことが分かる.

c_{12} と c_{13} も上と同様, 非常に似通った値を持っており, これら4つの弾性率からは規則構造に伴う特に顕著な弾性異方性は認められない.

一方, (001)面上の剪断に対する弾性率である c_{44} の値は $\{100\}$ 面上の剪断に対する弾性率である c_{66} の値に比べて約1.3倍大きい. これは, (001)面間の結合に強い方向性があり, ずれ難いことを示している.

また, c_{12} および c_{13} のいずれも c_{44} および c_{66} の値より小さい. これから, TiAlでは結晶全体に広がった自由電子より, いわゆるボンド的な振る舞いをする電子が結合へ大きく寄与していることが分かる. この原子間を結ぶボンド的な電

表3 Ti-56.0原子%Alの弾性率の値.

c_{11} /GPa	c_{33} /GPa	c_{12} /GPa	c_{13} /GPa	c_{44} /GPa	c_{66} /GPa
183	178	74.1	74.4	105	78.4

図7 (a) {111}原子面上の剪断弾性率の方位依存性。
(b) {111}原子面の原子配列, a, b, cの原子面は
[111]方向のabcabc...積層を表す。

子はTi-Ti原子間で顕著であることが理論的な計算やX線回折の測定結果から報告されている⁽¹⁸⁾。

表3の弾性率の値から座標変換によってTiAlのすべり面である{111}面上の剪断弾性率の方位依存性を求めると興味深い結果が得られる。その剪断弾性率の方位依存性と原子配列を図7に示す。{111}面上の剪断弾性率は<112>方向で最も小さく、<110>方向で最も大きい。この場合1/2・<011>超部分転位の弾性エネルギーの方が1/2・<110>普通転位の弾性エネルギーよりも小さいことを示している。この転位の持つ弾性エネルギーの異方性はTi-56原子%Alにおいて、ほとんどの負荷方向に対して<011>すべりが<110>すべりよりも活動的であるという事実⁽¹⁹⁾とよく対応している。

(2) Ti₃Alの場合

Ti₃Alは六方晶のD0₁₉型の規則構造を持つ金属間化合物で、独立な弾性率の個数は5個である。それらの室温における測定値を表4に示す⁽²⁰⁾。この場合、規則構造によって結晶の対称性は変わらないことから、上述のTiAlの場合のように、個々の弾性率の値を比較して、その規則構造と弾性異方性の関係を議論することは難しい。そこでまず、弾性異方性を六方晶の純金属のそれと比較を行った。弾性的な異方

表4 Ti-25.5原子%Alの弾性率の値。

c_{11} /GPa	c_{33} /GPa	c_{12} /GPa	c_{13} /GPa	c_{44} /GPa	c_{66}^* /GPa
176	218	88.2	61.3	62.2	43.8

* $c_{66} = (c_{11} - c_{12})/2$

図8 Ti₃Alと六方晶構造の純金属との弾性異方性の比較。

性を等方体を基準にして示したものが図8である。この図において破線で描かれている正六角形は等方体を表し、それからのずれがその物質の弾性異方性を表している。この図から、Ti₃Alの弾性異方性は純Tiのそれに非常に近いことが分かる。また、規則構造に伴う単位胞の取り方の違いを無視すれば、両者の格子定数、軸比とも非常に似通っており、Ti₃Alは純Tiの格子位置を規則的にAl原子に置き換えただけのようにも思える。しかしながら、現実のTi₃Al格子をつくるには、やはり僅かでも格子を収縮させる必要がある。このような格子の収縮はそれ自身弾性率の値に大きな影響を与えるため、単純に純TiとTi₃Alを比較するわけにはいかない。

ここでは純Tiの格子を収縮させTi₃Alと同じ格子定数にした状態の弾性率と実際のTi₃Alの弾性率を比較することによって、Ti原子を規則的にAl原子に置き換えたことによる弾性的性質の変化について考える。

格子を変形させた状態における弾性率の値は、高次の弾性率によって表すことができる。三次の弾性率による二次の弾性率(通常用いられる弾性率)の格子変形に伴う変化は以下の式で表される⁽²¹⁾。

$$\overline{c_{11}} = c_{11} + (2c_{11} + c_{111} + c_{112})\lambda_1 + (c_{113} - c_{11})\lambda_3 \quad (1)$$

$$\overline{c_{33}} = c_{33} + 2(c_{133} - c_{33})\lambda_1 + (3c_{33} + c_{333})\lambda_3 \quad (2)$$

$$\overline{c_{12}} = c_{12} + (2c_{12} + c_{111} + 2c_{112} - c_{222})\lambda_1 + (c_{123} - c_{12})\lambda_3 \quad (3)$$

$$\overline{c_{13}} = c_{13} + (c_{113} + c_{123})\lambda_1 + (c_{13} + c_{133})\lambda_3 \quad (4)$$

$$\overline{c_{44}} = c_{44} + (c_{144} + c_{155})\lambda_1 + (c_{44} + c_{344})\lambda_3 \quad (5)$$

ここで、 c_{ijk} は三次の弾性率、 λ は各結晶軸方向の歪み量で

表5 純Ti, 圧縮されたTi, Ti₃Alの弾性率.

	純Ti	圧縮されたTi	Ti ₃ Al
a/nm	0.2951	0.2907	0.2907×2
c/nm	0.46843	0.4649	0.4649
c_{11}/GPa	162.4	193.6	176
c_{33}/GPa	180.7	206.4	218
c_{12}/GPa	92.0	109.7	88.2
c_{13}/GPa	69.0	73.1	61.3
c_{44}/GPa	46.7	51.0	62.2
c_{66}/GPa	35.2	42.0	43.8

ある. 純Tiの三次の弾性率は二次の弾性率の圧力依存性から中心力近似を用いて計算した値が報告されている⁽²²⁾. 上式を用いて計算した結果を表5に示す. この表から, c_{12} と c_{13} は格子の圧縮によって純Tiより増加することが予想されるのに対して, 実際のTi₃Alでは逆に減少している. この c_{12} と c_{13} の減少は今まで述べてきたような考え方からは結晶内に均等に広がる自由電子の減少ととらえることができる. また, 体積弾性率が減少しているにもかかわらず剪断弾性率がより大きくなってきていることから, 原子間の結合の方向性も強くなっていることが分かる.

このようによく研究されている適当な比較対象がある場合には, その物質との比較で目的とする材料の性質をある程度理解することができる.

6. おわりに

以上, 金属間化合物の弾性率測定法と, 測定された弾性率の数値からどのような情報が得られるかについて述べてきた. 直方体共振法では, 他の測定方法に劣らぬ絶対精度(約1%)と広い測定温度範囲(4 K~1300 K)における測定が可能になったところである. 近年注目されているシリサイド化合物の弾性率測定にはさらに高温における値が要求されるようになってきたが, それに対しても加熱炉の変更で十分対応可能である. このような測定方法が開発できたことで金属間化合物の弾性率はようやく比較的容易に測定できるようになった.

本文では詳しく述べなかったが, 弾性率は微量不純物に対して不敏感な量である. それに対して, 塑性, 破壊挙動といった他の機械的性質は微量不純物に影響されている場合が多い. 例えば長い間単結晶のNi₃Alは延性を示すが, 多結晶のNi₃Alは粒界割れを起し脆性を示す物質であると思われてきた. しかしながら, この粒界割れは環境から入ってくる水素の影響であることが分かってきている⁽²³⁾. 一方, この物質の弾性率から見ると, Ni₃Alは延性を示す物質であるとされていた. このことから弾性率から予測できる塑性, 破壊挙動といった性質は, その材料にとっての理想を表しているのではないかと思っている. 材料を高純度化すると今まで脆性を示していた材料が延性を示すようになるなど様々な機械的

性質が変化するが, そのような性質を先に予測することができれば, 弾性率は材料開発の大きな指針の一つになるのではないだろうか. 冒頭にも述べたように, 金属間化合物の種類の多さを考えると, 現在世にあるデータは全体のほんの一部にしか過ぎない. 弾性率の振る舞いを理解するためにも測定データの集積が望まれる.

弾性率の値をどのように解釈するかは定説がないため, 今回の解釈の仕方を一般的なものとするのは無理があるかもしれない. それでも, このような解釈により測定された数字から少しでも身近な物理的イメージを感じられるのではないかと考えている. このような解釈の仕方についても, 今後多くのデータが集まってくるに連れて一般的な方法が確立されていくことを期待したい.

最後に, Ni₃Xの室温以下の弾性率は現大阪大学の安田秀幸氏によって測定されたものであることを付記しておく. また弾性率の測定のために貴重な試料を提供して下さいの方々の方々に感謝したい.

文 献

- (1) G. Simmons and H. Wang: *Single Crystal Elastic Constants and Calculated Aggregate Properties; A Handbook*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, (1971).
- (2) 中村森彦: 日本金属学会会報, **30**(1991), 404.
- (3) C. L. Fu and M. H. Yoo: *Phil. Mag. Lett.*, **62**(1990), 159.
- (4) M. J. Mehl, J. E. Osburn, D. A. Papaconstantopoulos and B. M. Klein: *Phys. Rev. B*, **41**(1990), 10311.
- (5) K. Tanaka, T. Ichitsubo, H. Inui, M. Yamaguchi and M. Koiwa: *Phil. Mag. Lett.*, (1996), in press.
- (6) 祢宜田啓史: 固体物理, **28**(1993), 584.
- (7) K. Y. Kim: *Phys. Rev. B*, **49**(1994), 3713.
- (8) R. A. Artman: *J. Appl. Phys.*, **23**(1952), 475.
- (9) H. H. Demarest Jr.: *J. Acoust. Soc. Am.*, **49**(1971), 768.
- (10) I. Ohno: *J. Phys. Earth*, **24**(1976), 355.
- (11) W. M. Visscher, A. Migliori, T. M. Bell and R. A. Reinert: *J. Acoust. Soc. Am.*, **90**(1991), 2154.
- (12) 大石 亮, 鈴木哲郎: 日本金属学会秋期大会講演概要, (1994), 228.
- (13) 鈴木哲郎: 日本金属学会会報, **23**(1984), 708.
- (14) K. Okamoto, K. Tanaka and M. Koiwa: *Proc. of the 2nd. Pacific Rim International Conference on advanced Materials and Processing*, Korean Inst. Met. Mater., Seoul, Korea, (1995), 1153.
- (15) P. B. Hirsch, A. Howie, R. B. Nicholson, D. W. Pashley and M. J. Whelan: *Electron Microscopy of Thin Crystals*, R. E. Krieger publishing Co., Malabar, Florida, (1977), 428.
- (16) M. H. Yoo: *Acta metall.*, **35**(1987), 1559.
- (17) L. A. Girifalco and V. G. Weizer: *Phys. Rev.*, **114**(1959), 687.
- (18) Z. W. Lu, A. Zunger and A. G. Fox: *Acta metall. mater.*, **42**(1994), 3929.
- (19) 松室光昭, 乾 晴行, 白井泰治, 山口正治: 日本金属学会誌, **59**(1995), 584.
- (20) K. Tanaka, K. Okamoto, H. Inui, Y. Minonishi, M. Yamaguchi and M. Koiwa: *Phil. Mag. A*, (1996), in press.
- (21) D. Roy and S. Dasgupta: *Lattice theory of elastic constants*, Trans Tech Publication, Aedermannsdorf, Switzerland, (1988), 24.
- (22) R. R. Rao and A. Rajput: *Phys. Rev. B*, **19**(1979), 3323.
- (23) 高杉隆幸: 日本金属学会会報, **30**(1991), 31.