地震計電磁変換器の検定方法とその精度について

松本英照, 高橋道夫

Calibration Methods for the Electromagnetic Transducer of the Seismometer and Their Accuracy

by

Hideteru Matumoto and Michio Takahashi

Meteorological Research Institute, Tokyo

(Received August 5, 1976)

Abstract

Newly devised calibration methods to improve accuracy of calibration are discussed together with the conventional methods. Our special transducers which must undergo hard vibrations and shocks before actual operation were calibrated with these methods. It was confirmed that these transducers can stand up against the presumed vibrations and shocks. The advantage of the MKSA unit system in the calculation of natural frequency, damping constant and sensitivity is shown in the course of the discussion.

These calibration methods are as follows:

(1) Natural frequency.

Two methods, named the phase method and the oscillation method, were devised. The circuit diagram of the phase method is shown in Fig. 2. As can be derived from Eq. (17), when the Lissajous figure shows agreement in phase as between coil output and oscillator output, the frequency of the oscillator fits the natural frequency of the transducer. When the damping constant is less than three, the error is at most one percent. The circuit diagram of the oscillation method is shown in Fig. 4. As shown in Eq. (23), the pendulum oscillates just at its natural frequency when the negative resistance, defined in Eq. (20), satisfies the condition of Eq. (21). Fig. 6 shows the record of free oscillation of the pendulum and the record obtained with the oscillation method. As can be seen from Fig. 6, the two frequencies completely agree with each other. Even if the damping constant is greater than three, the error can be lowered less than one percent.

(2) Damping constant.

There are no difficulties in an accurate measurement of the damping constant, if it is very small or very great, even with the conventional methods described by HAGIWARA (1945). But with transducers with nearly critical damping, there appear some problems that make it difficult to measure damping constant accurately with the conventional methods. For such transducers, the so-called resonance method, the circuit diagram of which is shown in Fig. 2, is available. The damping constant can be calculated from the sharpness of the resonance characteristics. The theoretical characteristics and the calculation method are shown in Fig. 7 drawn upon Eq. (31). Owing to the accurate natural frequency measured with the previous methods, even if the damping is nearly critical, one can measure the damping constant accurately with this method.

(3) Sensitivity.

Sensitivity of a transducer can be measured with various methods. The sensitivities of transducers A and B were measured with the following methods in which newly devised

methods are included: damping constant method, condenser method, DC current method, weight method, AC current method, test coil method and vibration table method. The measurement values of sensitivities of transducers A and B are summarized in Table 1. Measurement values are consistent with each other except for the vibration table method. So far, without reasonable foundation, some of these methods have been regarded as not so accurate. Nevertheless Table 1 shows that every one of them except the vibration table method is available for accurate measurement of sensitivity.

1. はじめに

地震現象に対する理解を深めるのには地震動を正確に観測することがその第一歩である。測定機器を用いた定量的観測が始められて約1世紀の歴史があるが、この間、測定機器も純機械式から光学式、電磁式そして電子式へと変遷している。それに対応して変換器の基本定数、すなわち固有振動数、減衰定数および電圧感度の検定においても、長さ・質量・時間の単位のみで足りる測定から電流の単位を用いる必要のある測定がつけ加わっている。この報告の目的のひとつは定数を計算するときに必要な機械量と電気量との間の複雑な関係を明瞭にすることにある。このことは MKSA 単位系を忠実に、例えば電圧感度の単位に通常用いられている $V \cdot \text{sec}/\text{cm}$ でなく $V \cdot \text{sec}/\text{m}$ を用いることによって成功している〔狐崎 (1970)〕。この研究は筆者らを含む数人が担当しているケーブル式の「海底地震常時観測システムの開発・研究」において必要があつてすすめられたものであるが、この報告の大きな目的は従来からのものに比べて精度のよい検定方法を導入し変換器の検定精度の向上に資することにある。

上のシステムについては別に詳しく述べる機会があると考えられるが、システム開発におけるこの研究の位置づけを明らかにするために、このシステムに使用する変換器に課せられた条件について述べておこう。それは3つあって、

条件① 小型で可能な限り長周期であること。

これは 4000 m の深海における水圧に耐える容器内に収納しなければならないので耐圧容器の内容積の制限と、地震計としての望ましい周波数特性とによる。

条件② 高耐振動・衝撃性を有すること。

これは海底に設置する際の布設工法上、布設船上で大きな振動・衝撃を受けることがさげられないことによる。

条件③ 経年的に安定した特性を有すること。

これは海底に設置されたのちは修理は勿論、調整も検定も不可能であり、10年以上の長きにわたって安定に作動しなければならないことによる。

変換器はこのような条件を課せられているので、実際に予測される大きさの振動・衝撃を与える試験や枯化試験も実施しなければならない。それらの試験のとき、損傷や不安定性に起因する基本定数のわずかな変化をとらえるためには、従来の測定方法の精度では、充分でないことが開発初期に発見された。このために基本定数の正確な検定方法を確立しておくことが不可欠であり、従ってこの報告の大部分はこれらの基本定数の測定についてその方法、精度および実際に得られた結果と留意しなければならない点について述べる。

一般に地震計において変換器出力が地震記象となるまでに諸種の電子回路を通過するが、これらの電子回路の特性の測定は計測器の完備してきた現在、容易にかつ正確に測りうる。それゆえ地震計の総合特性を論じる際、変換器の基本定数測定の不正確さが大きく影響する。例えば固有振動数および減衰定数の不正確さはスペクトルを比べるとき、特に固有振動数前後の周波数におけるスペクトルの大きさの不正確さに直接ひびくし、電圧感度の不正確さは異なる交換器の間の情報の互換性を失うことになる。総合特性を一挙に求める方法に比較し、変換器の特性と電子回路の特性とから総合特性を求める方法が原理的にもより正確であるはずだから、そのためにも変換器の基本定数を正確につかんでおくことが欠くことのできない手続きであると考えられる。

本論においては各種の検定法がとりあげられるのでそれらの方法の位置づけについてふれておくことにする。固有振動数を測る 3.1 の位相法はそれ自体新しい考え方ではないが、電磁変換器に応用してその精度が確められたのは初めてである。

3.2 の発振法は質的に新しい方法である。減衰定数を測る 4.1 の共振法は固有振動数をあらかじめ求めておいてこの方法を適用するところに新しさがある。また電圧感度がわかっている場合には外づけのダンパーによる減衰定数までも発振法を用いて同時に計算できる点で測定法としての前進がある。電圧感度を測る 5.1 の減衰定数法, 5.2 の容量法は今まで見られなかったものである。また 5.5 の交流電流法, 5.6 のテストコイル法には新しい工夫がもりこまれている。5.3 の直流電流法は古くから気象庁でルーチンの用にいられていた方法である。5.4 の重錘法は最も信頼がおけると考えられて、ひろく用いられていた方法である。5.7 の振動台法は手軽であるから一般的に広く重宝されていた方法である。

2. 基本関係式

この節では基本定数の測定を理解するうえに必要な、振子の運動方程式およびコイルの発電の式をとりあげ、それらと固有振動数・減衰定数・電圧感度の関連について述べる。

変換器振子の運動方程式は理想的な場合、次のように書ける。ただし変換器にはメインコイルとテストコイルの両方がついているものとする。

$$K\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + U\theta = -MH\ddot{x} - G_1 I_1 - G_2 I_2 \quad (1)$$

またコイルの両端に生じる起電力は、

$$E_{S1} = G_1 \dot{\theta} \quad (2)$$

$$E_{S2} = G_2 \dot{\theta} \quad (3)$$

(1)~(3) において (かつこ内は MKSA 系による単位),

K : 振子の回転軸まわりの慣性モーメント ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$),

D : 振子の単位角速度あたりの制動力のモーメント ($\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}$),

U : 振子の単位角変位あたりの復元力のモーメント ($\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}^2$),

θ : 振子のふれの角度 (rad.),

M : 振子の質量 (kg),

H : 振子の重心から回転軸までの距離 (m),

x : 地動変位の受感方向成分 (m),

G : 動電定数 ($\text{V} \cdot \text{sec}$),

I : コイルに流れる電流 (A),

E_S : コイルに誘起される起電力 (V)。

また、

添字 1: メインコイルに関する量,

添字 2: テストコイルに関する量。

なお動電定数 G は理想的な場合には、

$$G = 2\pi a N B L \quad (4)$$

ここで、

a : コイルの半径 (m),

N : コイルの巻数,

B : 磁場の磁束密度 (Wb/m^2),

L : コイルの中心と回転軸との距離 (m)。

(1)~(4) において各種の機械量・電気量の単位に、かつこ内に示した MKSA 系以外のものを用いれば式中の相当する項に変換の定数を係数としてつけ加えなければならない。MKSA 系だとこのように簡便なので以下ではすべての単位に MKSA 系を用いる。

固有振動数 f_0 , あるいは固有角振動数 ω_0 は衆知のように、

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{U}{K}} \quad (5)$$

減衰定数 h は、図 1 に示すようにメインコイルの抵抗を R_{C1} , それに外づけされた抵抗を R_{D1} , テストコイルのそれらを R_{C2} , R_{D2} としたとき (1)~(3) からわかるように、

$$h = \frac{1}{2\omega_0 K} \left[D + \frac{G_1^2}{R_{C1} + R_{D1}} + \frac{G_2^2}{R_{C2} + R_{D2}} \right] \quad (6)$$

となる。(6) は、

$$h = h_0 + h_e \quad (7)$$

Fig. 1. Schematic diagram showing connections of termination resistances R_{D1} and R_{D2} to the output coil and the test coil of the transducer respectively. R_{C1} and R_{C2} represent the internal resistance of both coils.

ここで,

$$h_0 = \frac{D}{2\omega_0 K} \quad (8)$$

$$h_e = \frac{1}{2\omega_0 K} \left[\frac{G_1^2}{R_{C1} + R_{D1}} + \frac{G_2^2}{R_{C2} + R_{D2}} \right] \quad (9)$$

のように分割して考えられることもある。 h_0 は両コイルを開放したときの減衰定数で、空気の流体抵抗のみのときはその値は小さいが、オイルダンパーや電磁ダンパーが付加されているときは大きくなる。 h_e はコイルに電流が流れることによる減衰定数で、(7) は最終的な振子の減衰定数は両者の和であることを示している。

電圧感度 S_v は,

$$S_v = \frac{G}{l} \quad (10)$$

ここで,

$$l = \frac{K}{MH} \quad (11)$$

で与えられる。 l は長さの次元をもつ量で、振子を回転軸のまわりに回転する剛体とみなしたときの相当単振子長である。

以上は振子が軸のまわりに回転する型の変換器の場合であるが、振子が直線運動をするいわゆる直動型振子の場合にはもっと簡単で (1)~(10) に相当する式は次のようになる。

$$M\ddot{y} + D'\dot{y} + U'y = -M\ddot{x} - G_1'I_1 - G_2'I_2 \quad (1)'$$

$$E_{S1} = G_1'\dot{y} \quad (2)'$$

$$E_{S2} = G_2'\dot{y} \quad (3)'$$

$$G' = 2\pi aNB \quad (4)'$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{U'}{M}} \quad (5)'$$

$$h = \frac{1}{2\omega_0 M} \left[D' + \frac{G_1'^2}{R_{C1} + R_{D1}} + \frac{G_2'^2}{R_{C2} + R_{D2}} \right] \quad (6)'$$

$$h = h_0 + h_e \quad (7)'$$

$$h_0 = \frac{D'}{2\omega_0 M} \quad (8)'$$

$$h_e = \frac{1}{2\omega_0 M} \left[\frac{G_1'^2}{R_{C1} + R_{D1}} + \frac{G_2'^2}{R_{C2} + R_{D2}} \right] \quad (9)'$$

$$S_v = G' \quad (10)'$$

(1)'~(3)' において,

y : 振子の変位 (m)。

また' の記号のついたものは (1)~(10) と同様の

量であるが次元が異なり,

D' : kg/sec

U' : kg/sec²

G' : V·sec/m

なお l に相当する量は直動型の場合には存在しない。直動型の場合もほぼ同様の議論となるので以下においてはとりあげない。

減衰定数 および電圧感度の測定においては固有振動数の正確な値が必要な場合が多い。また減衰定数を測定して電圧感度を求めるという方法もある。このため固有振動数、減衰定数、電圧感度の順にその測定について述べる。

3. 固有振動数の測定

減衰定数が 1 より充分小さい状態にある変換器振子の固有振動数は自由振動させて測定する方法を用いても何ら問題なく正確に測定できる。しかし、海底地震常時観測システムには次に述べる理由でコイルの両端を開放しても約 1 の大きさの減衰が残る変換器が使用されるために自由振動が不可能で、固有振動数は簡単には測れない。その理由は、このシステムに使用する変換器は耐振動・衝撃特性が良いことが必要であるだけでなく、小型という絶対条件を課せられているので変換器製作において採用された方針は、固有振動数はやむを得ず大きくとるが、低周波域を電子回路で等化するというものであった。この方針に基いて検討した結果、振子の減衰定数は大きくとった方が電子回路の素子の数が少なくなり回路設計が容易になることが明らかとなった。大きな減衰定数を得るためには、外づけ抵抗を小さくするよりもなんらかのダンパーを用意する方が回路の S/N 設計に有利なことは当然である。このためコイル枠に非鉄金属を使用し電磁ダンパーとして働かせた。以上の理由でこの変換器にははじめから減衰定数が約 1 の制動作用があるので自由振動をしない。一般に、このような大きな制動をもつ変換器の固有振動数および減衰定数を測定するには困難がともない、臨界減衰に近い状態にある変換器の検定に関する工藤ら (1968) の研究もあるが、これも耐振動・衝撃試験による微小な変化をとらえるという目的にはその精度が充分ではない。このような背景のもとに開発した後述の検定方法により、実際に振動・衝撃試験を実施しそれによって固

有振動数がわずかではあるが有意義に変化するかどうかを調べ、耐振動・衝撃性能の評価が可能になったことが確められた。また海底に設置する前に短期間の枯化による変化を調べ、それから海底設置後の長期間の変化を推定するのも十分に役立つ方法であると考えている。

コイルの両端を開放しても大きな減衰が残る、すなわち (8) の h_0 が小さくないという事情はこの場合の電磁ダンパーのみならず、空気ダンパー、オイルダンパーなどの場合にもあてはまることである。次に述べる2つの方法はこれらの場合にも応用できる。

3.1 位相法

変換器を静止した台にのせて、図2のようにテストコイルに発振器から交流電流を流すとしよう。このときコイルに流れる電流は (2), (3) より、

Fig. 2. Circuit diagram common to the phase method, the resonance method and the test coil method.

$$I_1 = \frac{G_1 \dot{\theta}}{R_{C1} + R_{D1}} \quad (12)$$

$$I_2 = \frac{G_2 \dot{\theta} - V_0}{R_{C2} + R_{D2} + R_I} \quad (13)$$

よって振子の運動方程式 (1) は、

$$K\ddot{\theta} + \left(D + \frac{G_1^2}{R_{C1} + R_{D1}} + \frac{G_2^2}{R_{C2} + R_{D2} + R_I} \right) \dot{\theta} + U\theta = \frac{G_2 V_0}{R_{C2} + R_{D2} + R_I} \quad (14)$$

または、次のようにも書き替えられる。

$$\ddot{\theta} + 2h\omega_0 \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = \frac{G_2}{KR} V_0 \quad (15)$$

ここで、

$$h = \frac{1}{2\omega_0 K} \left(D + \frac{G_1^2}{R_{C1} + R_{D1}} + \frac{G_2^2}{R_{C2} + R_{D2} + R_I} \right)$$

$$R = R_{C2} + R_{D2} + R_I$$

また、 R_{D1} の両端の電位差 V_1 は (12) を用いて

$$V_1 = \frac{R_{D1}}{R_{C1} + R_{D1}} G_1 \dot{\theta} \quad (16)$$

$\dot{\theta}$ と V_0 の位相の差 δ はよく知られているように (15) より

$$\delta = \tan^{-1} \frac{1 - u^2}{2hu} \quad (17)$$

ここで、

$$u = \frac{\omega}{\omega_0}$$

(16) に示されるように $\dot{\theta}$ と V_1 には位相差はないので (17) に示される $\dot{\theta}$ と V_0 の位相差がそのまま V_0 と V_1 の位相差におきかえられる。(17) よりわかるように $\delta=0$ となる (V_0 と V_1 の位相が一致する) のは $u=1$ すなわち発振器の周波数と振子の固有振動数とが一致したときのみである。位相の一致点を検出する方法としては、コイルの出力と発振器出力をシンクロスコープにつなぎ、そのブラウン管上でリサージュ図を描かしながら発振器の周波数を調整し、長円がつぶれて完全に一本の線になる周波数をさがせばよい。そのときの周波数をカウンターで読みとると、それが固有振動数である。実験的に確認したところによると、リサージュ図により2つの信号の位相が一致したことを検出する精度として0.2度を得ることは容易である。したがって (17) からわかるように減衰定数が3以下の場合には固有振動数は1%以上の精度で測定できる。測定に際しては、減衰が小さいほど精度がよいので図2の回路において R_D は大きいほど好ましい。またコイルはその形からもわかるように R_C と直列に自己インダクタンスを、両コイル間に相互インダクタンスを伴うが、これは低周波域では問題にならないし、そうでなくても R_D 大きくとることにより無視することができ、実際に減衰定数が3以下の場合には1%の精度が得られていることを確かめた。

3.2 発振法

変換器は受動的電気力学変換器であるから等価回路 (定電流表示) を考えることができる (図3) [田 (1963) など]。この等価回路表示において地動加速度 $\ddot{x}$ は左側の両端子から流れこむ電流

$$I_0 = -\frac{MH}{G} \ddot{x}$$

Fig. 3. Equivalent circuit of a transducer.

Fig. 4. Circuit diagram of the oscillation method.

に相当する。またコイルの出力端子が右側の両端子に相当する。 C_s , L_s , R_s の値は図に書かれている各値に相当するので、

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_s C_s}} \quad (18)$$

(18) に示されるように固有振動数を求めることは図3における $L_s C_s$ を求めることに相当する。その方法として例えば図4のように演算増幅器を用いて負性抵抗回路を構成し、 R_1 , R_2 , R_F を調節すれば回路(変換器)は発振を始める。 V_3 が正しい正弦波で発振しているときの周波数が固有振動数になっているのでそれをカウンターを利用して読みとる。

演算増幅器を理想的なものとして、各部を流れる電流、電位を図4のように与えたとき、キルヒホッフの法則より、

$$-V_2 = \frac{I_1}{j\omega C_s} = R_s I_2 = j\omega L_s I_3$$

$$V_2 - V_1 = R_c(I_1 + I_2 + I_3)$$

$$V_1 - V_3 = R_F(I_1 + I_2 + I_3)$$

$$V_3 - V_1 = R_2(I_1 + I_2 + I_3 - I_4)$$

$$V_1 = R_1(I_1 + I_2 + I_3 - I_4)$$

これらより、

Fig. 5. Equivalent circuit of Fig. 4.

$$\frac{V_1}{I_1 + I_2 + I_3} = -\frac{R_1}{R_2} R_F \quad (19)$$

従ってここで、

$$R_- = -\frac{R_1}{R_2} R_F \quad (20)$$

$$\frac{1}{Z_s} = j\omega C_s + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{j\omega L_s}$$

とおくと図4は図5のように簡単になり、

$$\frac{V_2}{Z_s} + \frac{V_2}{R_c + R_-} = 0$$

または、

$$Z_s + R_c + R_- = 0 \quad (21)$$

(21) は発振条件を与えるものでその実数部の関係から電力条件

$$R_s + R_c + R_- = 0 \quad (22)$$

虚数部の関係から周波数条件

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_s C_s}} = \omega_0 \quad (23)$$

を得る。(23) は発振周波数が振子の固有振動数になっていることを示す。(22) については減衰定数の測定の手でふれる。

演算増幅器に位相のおくれがあると発振周波数は固有振動数からずれてくるが、これは一般に充分小さいものであり、振子の減衰定数が3よりも大きいときでも1%の精度が得られることが確かめられた。

図6は、ある変換器について自由振動させた記録と、外づけ抵抗を小さくすることによって減衰定数を5にしたのち発振させた記録とを示す。振動数はよく一致している。また位相法による測定結果もこれらと一致した。

Fig. 6. Two records obtained from the same transducer. The upper one is the record of free oscillation when $h=0$. The lower one is the record obtained with the oscillation method when $h=5$.

一般に固有振動数の測定において振子のふれ幅を実用的な振幅以上に大きくするとバネ等の復元力の非線型性が無視できなくなり、誤まった結果を得ることがあるので注意しなければならない。いいかえると、(1)における復元力項 $U\theta$ は実は $U\theta + U'\theta^2 + U''\theta^3 + \dots$ というのを、 θ が小さいために第2項以下を省略した形であるから、 θ が小さいうちは充分によい近似であったものが、 θ が大きくなると無視できなくなることに対応する。しかし振子のふれ幅が小さすぎると地動雑動に邪魔されることもあるので、測定にあたっては変換器の構造、特に大きさを考えて最適のふれ幅において行わなければならない。この事情はどのような方法を用いても生じてくる問題である。

4. 減衰定数の測定

先に述べたシステムにおいて、低周波域を等化するための電子回路の周波数特性を設計するにあたり、固有振動数のみならず減衰定数の値が必要となる。減衰定数は(7)~(9)に定義されているが、そのうちの h_0 については(9)からわかるように動電定数等を測定することによって算出できる。(8)の h_0 については D の測定が至難であるからむしろ h_0 を直接測定した方がよさそうに思われる。しかし発振法で得られた発振の電力条件(22)から、図3の等価回路表示における

$$R_s = \frac{G^2}{D} \quad (24)$$

の関係、および(8)から、

$$h_0 = \frac{G^2}{2\omega_0 K} \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} R_F - R_C} \quad (25)$$

すなわち h_0 についても動電定数等から、発振法を用いて、算出することができる。従って減衰定数の測定と動電定数(または電圧感度)の測定とは互いに他にとってかわりうるものであるといえる。

それはそれとして動電定数を知らないで減衰定数を測定することを考えよう。一般に減衰が充分に小さいときは自由振動の記録の減衰比から算出する方法で充分な精度がえられる。この場合、固有振動数の値をあらかじめ知っておく必要はないので測定は簡単である。また減衰が充分に大きいときは記録の過減衰曲線からその対数の時間変化率を測定し算出することができる〔萩原(1945)など〕。この場合は固有振動数の値をあらかじめ知っておく必要があり、そのためには前述の方法が有効である。減衰が臨界制動前後の大きさのときは、そのいずれの方法も精度が低くなる。すなわち減衰定数が1より少しだけ小さいときは記録から読みとる減衰比の誤差が大きくなる。もしくは記録器のダイナミックレンジの制限から減衰比が読みとれなくなる。例えば減衰定数が0.7のときは減衰比は22にもなる。減衰定数が1より少しだけ大きいときも次のような事情で過減衰曲線の対数の時間変化率を測定することが困難になる。その事情とは、振子にある初期変位と初期速度とを与えて自由にしたとき、得られる記録はよく知られているように $\dot{\theta}$ に比例し、

$$\dot{\theta} = Ae^{(-h + \sqrt{h^2 - 1})\omega_0 t} + Be^{(-h - \sqrt{h^2 - 1})\omega_0 t} \quad (26)$$

ここで、

A, B : 与える初期条件により決る定数。

減衰定数が1より充分大きければたとえ B の絶対値が A より相当大きい初期条件を与えても(26)の第2項は時間とともにすみやかに減衰し第1項のみが残る。そのような時間が経たのちの記録から減衰定数が正確に計算できる。ところが減衰定数が1に近い値の場合には(26)の第2項が必ずしもすみやかに減衰しない。したがってある一定の長い時間を経た後の記録を読みとらなければならない。また与える初期条件を厳密に一定に保つことが困難なときには(26)の B が大きくなる初期条件を与えてしまうこともあるだろう。この場合には B が大きくても第2項が無視できるように更に長い時間を経た後の記録を読みとらなければならない。この時、記録の振幅はすでに小さ

くなっている地動雑音の混入がさけられず結果の再現性も悪くなる。地動雑音という観点からすれば減衰定数のあまりにも大きいものも測定が困難である。

先に述べた工藤ら(1968)の臨界減衰に近い状態にある振子の固有振動数と減衰定数とをインパルス応答から同時に求めようとする試みもあるが、筆者らは固有振動数は正確に測定できるという前提に立ち、電気信号により振子に強制振動を与えて共振させてより正確に減衰定数を測る方法について述べる。

4.1 共振法

回路は図2と同様に構成する。ただし、 R_{D1} と R_{D2} とは充分大きくとってあるにもかかわらず、振子は減衰定数にして、約1の減衰の状態にあるものとする。このとき振子の運動方程式(1)は(15)と同様に、

$$\ddot{\theta} + 2h\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = \frac{G_2}{KR}V_0 \quad (27)$$

ここでこの場合は、

$$h = h_0$$

メインコイルの出力 V_1 は(16)で $R_{D1} \rightarrow \infty$ として、

$$V_1 = G_1\dot{\theta} \quad (28)$$

さらに(27)を用いて

$$V_1 = \frac{G_1G_2}{KR} \frac{V_0}{j\omega + 2h\omega_0 + \frac{\omega_0^2}{j\omega}} \quad (29)$$

V_0 の振幅 $|V_0|$ を一定にして周波数を変化させて V_1 の振幅 $|V_1|$ に注目すると

$$|V_1| = C \cdot \frac{u}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (2hu)^2}} \quad (30)$$

ここで

$$u = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$C = \frac{G_1G_2}{KR^2} |V_0|$$

$|V_1|$ の値は(30)からわかるように

$$\left. \begin{aligned} u \gg 1 \text{ のとき } |V_1| &= C \cdot \frac{1}{u} \\ u = 1 \text{ のとき } |V_1| &= C \cdot \frac{1}{2h} \\ u \ll 1 \text{ のとき } |V_1| &= C \cdot u \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Fig. 7. Theoretical output of the resonance method. The damping constant h can be calculated from the relation between the measurement value $C/2h$ at the natural frequency and the cross point value C of $a-a'$ and $b-b'$.

(30), (31) からわかることは図7のように横軸に $\log u$, たて軸に $\log |V_1|$ をとったときグラフは $u=1$ の左右で対称で、 $u=1$ のとき $|V_1| = C/2h$ の値をとる。 u が1より大きくなるに従って $|V_1|$ は直線 $a-a'$ に漸近し、 u が1より小さくなるに従って $b-b'$ に漸近する。 $a-a'$ と $b-b'$ はそれぞれ -6dB/oct. , $+6\text{dB/oct.}$ の勾配で $u=1$, $|V_1| = C$ で交わる。 ω_0 は前節の方法で正確に求めておき、数点の $u(=\omega/\omega_0)$ において $|V_1|$ を測定しグラフ上にプロットすることにより $a-a'$, $b-b'$ をひく。 $u=1$ における $|V_1|$ の測定値 $C/2h$ と $a-a'$ と $b-b'$ との交点の $|V_1|$ の値 C とから減衰定数が算出できる。

$a-a'$ を決めるとき注意しなければならないのは周波数が大きくなったときにあらわれる両コイル間の相互インダクタンスの効果で、これは図7において $c-c'$ のようにあらわれてくる。したがって $|V_1|$ は高周波になると $a-a'$ からずれて、相互インダクタンスが同相であるか逆相であるかによって、 $a-a'$ と $c-c'$ との和または差となる。このため相互インダクタンスの大きい変換器は $a-a'$ を決めるのが困難となる。

この共振法では、あらかじめ固有振動数を知っていなくてもよさそうに思われるが、より精度の高い測定を行おうとすればその値は不可欠のものである。というのは臨界減衰に近い状態では共振は全く鋭くなく、最大振幅をさがすことによって固有振動数を決めようとすると通常の場合 $\pm 15\%$ 程度の誤差が入ってくるのはさけられず、その誤差

が直接に減衰定数にきいてくる。また一般に行われているように $a-a'$ と $b-b'$ の交点の周波数を固有振動数とする方法も、先にのべた相互インダクタンスの効果で $a-a'$ が決り難く、また地動雑音の大きい場所では特に、精度が低いことを筆者らは確めてある。共振法においては固有振動数の正確な値を知っておくことが必要である。

正確な固有振動数の値が得られていると、このように減衰定数まで正確に測れる効果を述べたが、次にのべる電圧感度の測定においても正確な固有振動数の値を使用する必要がある方法が多い。このあたりの事情にも固有振動数の測定精度をあげる必要があらわれている。

5. 電圧感度の測定

電圧感度は記象の振幅から地動の大きさを算出するために重要な基本定数であるが、その精度は10パーセントで充分であるというのが従来、あるいは現在の一部の人達の考え方である。これは主として、地動振幅の大きさは変換器のおかれている場所の地盤によって数十パーセントも変動するという難点があり、そういう背景から記象から得られる振幅の情報は周波数の情報や初動方向の情報に比べて理論地震学上、比重が大きくなかった、という理由によるものである。しかし将来において、例えば振幅における理論地震学上の大きな発展があって正確な感度を必要とする時がくるかもしれない。われわれのシステムについて考えると、一度海底に設置したが最後、修理・調整・検定は不可能であるから設置前により正確な値を知りかつそれが経年的にどのように変化するかを知っておきたいのである。

電圧感度の測定は固有振動数や減衰定数とちがって実にいろいろな方法が考えられる。しかしある特定の変換器についてそれらのすべての方法を用いることは主として構造上の問題から不可能なこともある。それは例えば振子が目に見えないような構造のときである。本節ではいろいろの新しい方法を含む測定方法を紹介し、その結果がよく一致すること、従って変換器個々の事情により測定方法が異ったとしても得られた値の間には互換性があるという、いわば当然のことであるが、従来は一元的にしか測定をしえなかったために確認が得られていなかった計測上の確度について述べ

Fig. 8. Relation between $1/(R_C + R_D)$ and h when the damping constant method was applied to transducer A.

る。

5.1 減衰定数法

減衰定数は動電定数と(7)~(9)の関係にある。ある R_D を与えて自由振動させてその記録から減衰定数を求めることを二通り以上行えば動電定数が決り、事前に相当単振子長がわかっているれば電圧感度が得られる。ある変換器 A について実験した結果を図8に示す。最小二乗法で決めた直線の勾配からあらかじめ測定してある ω_0 , K , l 等の値を用いて電圧感度を計算し $445 \text{ V} \cdot \text{sec/m}$ を得た。

5.2 容量法

コイル出力に並列に容量 C [farad] をつなぐと(図9), 振子の固有振動数は f_0 から f'_0 に変化する [BENIOFF (1960) など],

Fig. 9. Circuit diagram of the condenser method.

$$\frac{f'_0}{f_0} = \sqrt{1 + \frac{CG^2}{K}} \quad (32)$$

このことは図3の等価回路表示からもうかがえる。(32)の関係を用いて動電定数がわかるので電圧感度を得る。この方法は固有振動数を有意に変化させるために、一般に大容量のケミカルコンデンサーを必要とする。その大容量値を正確に知る

ためには複雑な手続きを要するが、決して困難ではない。変換器 A についてこの方法で電圧感度を測定したところ 3 とおりの容量に対してそれぞれ、453, 451, 464 $\text{V}\cdot\text{sec}/\text{m}$ を得た。

5.3 直流電流法

コイルに直流電流を流すとき (1) は大部分の項が消え、

$$U\theta = -GI \quad (33)$$

ここで、

$$U = K\omega_0^2$$

θ の測定には顕微鏡を用いる。(33) から動電定数が、従って電圧感度が得られる。電流を大きくすると振子のふれの角が大きくなって復元力の非線型項が無視できなくなるだけでなく、コイルを横切る平均の磁界も弱くなり動電定数そのものも小さく見えてくることがあるという 2 点に留意して測定しなければならない。振子のふれの角は実用振幅内に収めるべきである。変換器 A は上下動にも水平動にも使用できる型のものであるが、それを上下動として使用し、実験の結果 I と θ との関係として図 10 が得られた。これから算出された上下動として使用したときの電圧感度は 444 $\text{V}\cdot\text{sec}/\text{m}$ である。同一変換器を同一条件で水平動として使用し、同様にして 445 $\text{V}\cdot\text{sec}/\text{m}$ を得た。

5.4 重錘法

上下動変換器の場合、コイルに直流電流 I を流すと同時に振子をもとの位置にもどすべく振子上の軸から L_A の距離の位置に質量 M_A の重錘をのせる。このとき (1) は大部分の項が消えるが外力のモーメントの項が加わり、

$$GI + M_A g L_A = 0 \quad (34)$$

ここで、

g : 重力加速度。

振子をもとの位置にもどったことの確認は顕微鏡で正確に行える。直流電流法とちがって復元力の非線型項および動電定数の振子位置によるちがいは、この方法では全く問題にならないという大きな長所があるが、水平動変換器に应用する場合には摩擦の小さい滑車を用いて振子を引っぱるような細工を工夫する必要がある。この方法を変換器 A にあてはめて得た測定値を図 11 に示す。この図から電圧感度として 451 $\text{V}\cdot\text{sec}/\text{m}$ を得た。また別の変換器 B にあてはめた結果、124 $\text{V}\cdot\text{sec}/\text{m}$

Fig. 10. Relation between the DC current and pendulum angular displacement θ when the DC current method was applied to transducer A.

Fig. 11. Relation between the DC current and moment $M_A L_A$ when the weight method was applied to transducer A.

を得た。

5.5 交流電流法

図 12 のようにコイルに交流電流を流すとき (1) は (14) と同様になる。そしてさらに発振器の周波数が振子の固有振動数より充分大きいときは制

Fig. 12. Circuit diagram of the AC current method.

動力項，復元力項は慣性力項に比べて充分小さくなり，

$$K\ddot{\theta} = \frac{GV_0}{R_c + R_D + R_I} \quad (35)$$

θ は顕微鏡を用いて目の残像を利用して測る。(35) から動電定数がわかり電圧感度が得られる。発振周波数が大きくなりすぎるとコイルのインダクタンスが無視できなくなり(35)に誤差を生じる。小さい周波数で(35)を成り立たせるためには R_D を調節して減衰が最大平坦応答(減衰定数 $h=1/\sqrt{2}$)になるようにしておけば(35)は固有振動数の3倍の周波数において0.6%の精度で成り立つ。変換器 A について3通りの周波数で実験した結果，463，462，448 V·sec/m を得た。

5.6 テストコイル法

テストコイルから図2のように V_0 を入力するとき，その周波数が振子の固有振動数より5.5において述べた意味で充分大きければ(14)は，

$$K\ddot{\theta} = \frac{G_2 V_0}{R_{C2} + R_{D2} + R_I} \quad (36)$$

と近似できる。このときメインコイルの出力 V_1 は(16)を用いて，

$$V_1 = \frac{R_{D1}}{R_{C1} + R_{D1}} \cdot \frac{G_1 G_2 V_0}{\omega K(R_{C2} + R_{D2} + R_I)} \quad (37)$$

(37) より G_1 と G_2 の積がもとまる。これとは別に，振子に任意の振動を与え，両コイルの出力を同時に見ることによって G_1 と G_2 の比がわかる。これらによって G_1 および G_2 が計算でき，電圧感度が得られる。変換器 B で実験した結果，122 V·sec/m を得た。

5.7 振動台法

変換器を振動台にのせて振らせ，そのときの振動台の速度とコイル出力の比から電圧感度を直接測定する方法である。変換器 A を上下動として使用して振動台にのせて450 V·sec/m，水平動として使用して480 V·sec/m を得た，振動台が実際に波形歪なく動いてくればこの方法は理想的な方法であろう。しかし振動台の波形は発振器の波形と比べるとずいぶん悪いのが通常であるし，また振動台上の位置によっても振幅が異なるということもある。われわれは振動台法では10%程度の精度を得るのが精一杯であると考えている。しかし感度の基準となる変換器と同時に振らせて，その出力と比較すればまだかなりの精度の向上が期待できる。

以上の方法で変換器 A, B について感度を測定した結果を表1にまとめて示す。振動台法の1つのデータ以外はよく一致している。現在まで，電圧感度は，うらづけもないままに測定方法が異なれば結果も異なると考えられているが，表1の示すところによれば，振動台法以外の方法で得られた結果のばらつきは意外に小さい。従って電圧感度

Table 1. Measurement values of the sensitivities of transducers A and B.
(unit: V·sec/m)

Method	1	2	3	4	5	6	7
Transducer A	445	453 451 464	444 445	451	463 462 448	—	450 480
Transducer B	—	—	—	124	—	122	—

Method 1: Damping constant method.

2: Condenser method.

3: DC current method.

4: Weight method.

5: AC current method.

6: Test coil method.

7: Vibration table method.

の測定にあたっては、長さ・質量・周波数・抵抗値・容量値などを注意深く測定したのち、ここで述べた振動台法以外のいずれかの方法で測定すれば正確に測ることができるといえる。振動台法の精度が低いのは振動台波形の歪がさけられないからであろう。

6. むすび

変換器の正確な検定方法を新しく開発した。この検定方法は変換器の初期の特性を測定するためのみでなく、耐振動・衝撃特性、安定性などをたしかめるためにも利用できる。例えば、この方法で固有振動数を正確に測定すれば直動型変換器のダイヤフラムバネの不良品が識別できるようになったことは一つの成果である。すなわち変換器を受感方向に傾斜させたとき（これは振子の零位置を移動させることに相当する）その固有振動数は多少変化するのは当然だが、その変化が大きなものほど使用バネが衝撃に対して弱い傾向があるという経験則が得られた。これは大きな減衰のかかった振子の固有振動数が精度よく測れるようになったからこそ実現できたバネのデバッグの一手段である。

また振動・衝撃ないしは経年によって磁界は微小な変化をするかもしれない。減衰定数・電圧感度を十分な精度で測定できれば、その変化が検知できよう。現在までのこれらに対する測定ではあ

まり高い精度が得られていなかったもので、このような微小変化の経年的な追跡が不可能に近かったがここに報告した検定法により微小変化の追跡に対する展望が開けた。このことは地震計測の精密化という点で大きな前進があったといえる。

謝辞

この研究を進めるにあたり有益な助言を頂いた気象研究所地震火山研究部第二研究室の諸氏に御礼を申し上げる。特に田教授（併任、気象大学校）には発振法という未発表の固有振動数測定法の手ほどきを受け、その利用価値をここに発表することができた。振動台は東京大学地震研究所のものを借りて実験を実施し、明石製作所（株）、沖電気工業（株）の振動台を利用してその確めを行った。これらの協力に謝意をあらわすものである。

参考文献

- BENIOFF, H., 1960: Long-Period Seismographs. Bull. Seis. Soc. Amer., 50, 7.
- 田 望, 1963: 地震観測用の諸計器の試作. 北海道大学地球物理学研究報告, 10, 143-169.
- 萩原尊礼, 1945: 振動測定. 宝文館出版, 45-49.
- 狐崎長琅, 1970: 電磁地震計の理論 (その 3). 物理探鉱, 23, 37-44.
- 工藤一嘉・嶋 悦三・佐藤泰夫, 1968: 臨界制振に近い状態にある地震計の検定. 地震研究所集報, 46, 1313-1324.

地震計電磁変換器の検定方法とその精度について

松本英照, 高橋道夫

変換器の固有振動数、減衰定数および電圧感度の従来の検定方法に加えて新しい検定方法を紹介し、それらを用いて実際に検定した結果とその検討を述べる。特筆すべきことは、新しい方法によると従来はその測定が困難とされた過減衰の状態にある振子でも固有振動数を容易に 1% 以下の誤差で測定できることが明らかになった。また臨界減衰に近い状態にある振子の減衰定数も、固有振動数をそのように正確にもとめた効果で、従来より精度よく測定できることを確認した。電圧感度の測定にはいろいろの方法が用いられたがそれらの結果は、振動台を用いる方法以外はよく一致した。このことは従来から裏付けなしに精度が低いと考えられている検定法でも充分利用できること、および振動台を利用する方法の精度は必ずしも高くないことを意味する。また定数を計算するときに必要な機械量と電気量との間の変換は、常用単位系である MKSA 単位系を用いることによって桁数の取扱いの煩雑さから解放されることを併せて強調してある。