正常および骨粗鬆症モデルラットにおける骨梁形態の フラクタル性の検討

九州大学整形外科

三 浦 裕 正・津 村 弘
川 村 秀 哉・杉 岡 洋 一

Fractal Dimension of Trabeculae in Normal and Osteoporotic Bone

by

Hiromasa Miura, Hiroshi Tsumura, Hideya Kawamura
and Yoichi Sugioka

Department of Orthopaedic Surgery,
Kyushu University, Fukuoka, Japan

Fractal is mathematical theory advocated by Mandelbrot in 1985. He made it possible to analyze complicated patterns using the fractal dimension, that is, the index of complexity of a certain pattern. This study investigated the fractal dimension of trabecular pattern and the difference in fractal dimension between normal and osteoporotic cancellous bone. Normal rats and osteoporotic talcum model rats were compared. Fractal dimension in the proximal portion of the tibia of both groups was evaluated using the box counting method. Results showed that there are significant characteristics of fractal in trabecular bone and the fractal dimension of normal and osteoporotic bone was 1.76 and 1.59, respectively. The difference in fractal dimension between normal bone and osteoporotic bone means that not only bone loss but also change in trabecular pattern occurs in osteoporosis. Fractal analysis will provide a new tool for image diagnosis and enable us to evaluate the complexity of patterns quantitatively.

Key words : fractal (フラクタル), osteoporosis (骨粗鬆症), trabecula (骨梁), diagnostic imaging (画像診断)

は じ め に

フラクタルとはマンデルブロー²⁾によって導入された新しい概念で、巨視的にも微視的にもパターンが同形であるような自己相似性をもつ形状を対象とする数学理論である。自然界には一見不規則なものとして見過ごされてしまいがちなパターンが数多く存在する。たとえば水面のさざなみ、山肌、雲、河川、海岸線などであり、これらは今まで複雑で不規則なパターンを持つものとして、解析の対象とはなりえなかった。しかしながら、マンデルブローはフラクタル次元というものを実験し、一見不規則なパターンの中にも法則性

が隠されていることを示した。簡潔に言えば、フラクタル次元はあるパターンの複雑さを表す指標となる。通常我々が使用している topological な次元は 1, 2, 3 の整数値を取るが、フラクタル次元はこれらの次元を拡張したもので中間値を取ることができる。平面図形であれば 1 から 2 までの値になるが、2 に近いほどその図形は複雑であると言える。フラクタル次元を測定することによってパターンの複雑さの定量化が可能となる。

本研究の目的はフラクタル理論を応用し、骨梁構造におけるフラクタル性の存在を確認することと、正常骨と骨粗鬆症モデルでの骨梁形態のパターンについて

定量的な比較検討を行うことにある。

方 法

正常ラットおよび Talcum 投与によるラット骨粗鬆症モデルにおける脛骨近位部の骨梁を比較検討した。なおラット骨粗鬆症モデルは Talcum（硅酸マグネシウム）300mg を 3 週間皮下注にて連日投与し作成した。それぞれ 5 検体ずつ脛骨骨梁の組織標本写真をスキャナーによりコンピュータに取り込んだ後、Box-Counting 法¹⁾を用いてフラクタル次元を測定した（図 1）。Box Counting 法とはフラクタル次元の測定法のひとつであるが、方法の概略は、まず与えられた図形 X に対し、正方形による被覆を行う。図形 X と交わる一辺 d の正方形の個数を $N(d)$ とし、d を種々変化させた場合、個数 $N(d)$ と d との間に $\log N(d) = -k \log d + C$ という傾き $-k$ の直線関係が存在すれば k を図形 X のフラクタル次元と定義する（図 2）。

結 果

正方形の一辺の長さ d と骨梁と交わった正方形の個数 $N(d)$ を両対数グラフ上にプロットすると、正常骨梁、骨粗鬆症モデル共に、ほぼ直線関係にあり、極めて高いフラクタル性の存在が確認された（図 3）。両群のフラクタル次元の平均値を比較すると、正常では 1.76、骨粗鬆症モデルでは 1.59 と統計学的に 1 %

以下の危険率で有意差を認めた（図 4）。

考 察

フラクタル理論は物理学の分野から展開し、近年では医学、生物学においても応用されつつある³⁾。しかし近年ようやくその端緒についたばかりであり、気道分岐や網膜血管の分布、大脳溝あるいは神経細胞樹状突起のフラクタル性の検討など基礎的段階の研究が行

図 2 Box Counting 法
正方形の一辺を d、図形 X と交わる正方形の個数を $N(d)$ とする。 $\log N(d) = -k \log d + C$ ならば k を図形 X のフラクタル次元と定義する。

図 1 正常ラット（左）および Talcum 投与によるラット骨粗鬆症モデル（右）における脛骨近位部の骨梁

図3 正常骨梁（左）、骨粗鬆症モデル（右）共に、ほぼ直線関係にあり、極めて高いフラクタル性の存在が確認された。

図4 フラクタル次元

われているに過ぎない。特に整形外科領域への応用は極めて少ない。

今回フラクタル理論の応用によって、骨梁構造にフラクタル性が存在すること、つまり自己相似性が存在することが明かとなり、今後、フラクタル次元という新しい観点からの骨梁構造の解析が可能になると考えられる。また正常と骨粗鬆症において骨梁のフラクタル次元が異なるという事実は、骨粗鬆症では骨量の減少だけでなく、パターンそのものの変化も生じていることを示している。日常診療における骨粗鬆症の診断の際、レ線上のパターンの変化に言及することはあっても、その変化を定量化することは困難であったが、フラクタル理論によりその実現に十分期待がもてる。

現在、骨塩定量は骨粗鬆症診断において重要な役割

を占めているが、骨塩定量による一元的な方法論に頼るだけでなく、フラクタル理論を応用した骨梁の構造的な解析も有用ではないかと考えられる。むしろ骨梁のパターンの変化を示すフラクタル次元の方が、より骨粗鬆症の力学的状況をより反映するかもしれない。

フラクタル理論の応用によって、これまでややもすれば観察者の経験や主観に依存していた画像診断におけるパターン認識が、より定量的な評価のレベルまで向上する可能性が期待できる。今後は骨粗鬆症解析をさらに発展させ、骨梁の三次元構造のフラクタル次元測定、また直接レ線からの次元測定やコンピュータ化による測定の簡易化、さらに骨塩量との相関や力学的条件との関連についても検討する予定である。

ま と め

正常骨梁、骨粗鬆症骨梁ともに極めて高いフラクタル性の存在が明かとなり、フラクタル次元はそれぞれ1.76、1.59であった。これにより両者は、骨量の違いのみでなく、骨梁分布のパターンに差があることが定量的に示された。

参 考 文 献

- 1) 石村貞夫, 石村園子: フラクタル数学. 東京図書, 1990.
- 2) Mandelbrot, BB: フラクタル幾何学. 日経サイエンス, 1985.
- 3) 松下 貢: 医学, 生物学におけるフラクタル. 朝倉書店, 1992.