prepared as a needle, m.p. 116° , from resorcin, introducing an aldehyde between the two hydroxyl groups by Gatterman's reaction, acetylating these hydroxy groups, and then oxidating the aldehyde to carboxylic group. In this oxydation, the yield of diacetoxy-benzoic acid was found to be best when three times as much of KMnO_4 were used as it was theoretically calculated. 3-Acetyl-4,5-dihydroxycoumarin, mp. 158° , was obtained in 30% of the yield, condensing 2,6-diacetoxybenzoic acid chloride with sodium acetoacetic acid ethyl ester in the solution of the dried ether. In this case, almost no 3-acetyl-4-hydroxy-5-acetoxycoumarin was obtained.

The antibacterial activities of these derivatives of coumarin will be published in the following paper.

微生物發育現象に関する研究 (第 2 報)

細菌發育曲線の推計學的取扱ひ方

松 山 晃 (東京大学農学部農芸化学教室)

昭和 27 年 5 月 10 日 受 理

Studies on the Microbial Growth. Part 2. A Statistical Treatment of the Bacterial Growth Curve.

By Akira MATSUYAMA (Dept. of Agr. Chem., Fac. of Agr., University of Tokyo)

I. まえがき 一定量の培養基中における細菌の發育曲線が S 字形曲線をなし自己触媒反応の曲線にきわめてよく一致していることは MCKENDRICK and PAI⁽¹⁾ (1911), ROBERTSON⁽²⁾ (1922, 1923), THORNTON⁽³⁾ (1922), LOTKA⁽⁴⁾ (1925) 等によつて報告されている. 又 PULLEY and GREAVES⁽⁵⁾ (1932) は微生物の代謝生産物について実験し, 土壌細菌による硝酸塩及び酵母による CO_2 の代謝生産量の時間的経過も又上記自己触媒反応の曲線にあてはまることを明かにした.

しかしながらこれらの報告における実測値の理論曲線への当てはめの方法はいずれも目測的なものにすぎなかったが, 最近佐々木⁽⁶⁾ (1951) はペニシリンの迅速検定法について研究した際, 比濁法により細菌の發育を実測し, その時間的経過が自己触媒反応の方程式から導き出される VERHURST の算定曲線によく適合することを認め, 適合性をしらべる方法としては逆数の定差図を用いた.

著者は前報⁽⁷⁾で報告した光電的比濁計により総菌数についてその時間的経過を実測して, 1) 細菌發育曲線の VERHURST の算定曲線への適合性をしらべる図式的方法, 2) 細菌を培養した場合に發育の試験管差が培養時間に伴つてどのように変化するか, 3) W. E. DEMING の最小自乗法⁽⁸⁾⁽⁹⁾による適合度の検定等の諸点について計算並びに検討を行つたのでその結果について報告する.

II. 細菌發育曲線の測定

1. 実験方法 供試菌株及び接種法: 毎月 1 回宛新しい普通寒天培地にうえかえられた *Escherichia coli* (var. *communis*) の保存株を 1 白金耳とり, 本培養に用いたと同じ組成の肉エキスペプトン培地に 37° で 24 時間前培養した後, 接種時の菌濃度が $10^{6.3}/\text{ml}$ 程度になるように接種した. この際培地は予じめ 37° に保つておき, 接種時の菌濃度については比濁計の読みと稀釈倍率から理論的に計算された濃度との一致を確めた.

培地の調製: 測定用培地の組成及び pH は次のものを用いた.

肉エキス (極東魚肉エキス) 10 g, ペプトン (ポリペプトン) 10 g, 食塩 2 g, 蒸留水 1000 ml, pH=7.0.

比濁計による測定では培地の濁りが測定結果に影響するので, 出来るだけ之を除くために上記組成の培地を濾過した後, コッホの殺菌器で 3 日間に亘り間断殺菌を行い, その上澄液を無菌的に各培養試験管に 15 ml 宛分注した. 綿栓にはガーゼをつけて綿屑が液中に混入しないように留意した.

総菌数測定法: 前述のようにして 15 ml 宛 12 本の試験管に分注された培地にそれぞれ前培養した菌を $10^{6.3}/\text{ml}$ 程度になるように接種 37° で静置培養し, 前報で報告した比濁計を用いて各培養試験管について 1 時間毎に比濁を行つた. 比濁の操作は赤色フィルターを用い前報と同様に行つた. 又測定に際しては一定時間強振盪して細胞がつかがっているための誤差をさけるようにした.

2. 測定結果 測定結果を Table 1 及び Fig. 1 に示す 測定は菌接種後 1 時間毎に 10 時間に亘つて行

われたが、それ以後の値については次報で論ずることにする。

Table 1: Growth of *E. coli* (by turbidimetry)

t (hrs.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	24
$\bar{I}$	1.017	1.292	2.242	6.042	18.57	53.22	93.06	105.0	110.5	115.8	120.3	360.1
n_1^2	0.010749		0.026615		2.5971		18.748		23.951		23.452	
		0.013749		0.19447		17.633		14.155		19.198		118.73

$\bar{I}$ indicates the mean value of the observed readings I of twelve tubes, using the photoelectric turbidimeter.;
 n_1^2 is the mean square.

Fig. 1. Growth Curve of *Escherichia coli* (var. *communis*) (from data in Table 1)

III. 適合性の図式検定法

自己触媒反応における同様の関係が一定培地中における細菌の発育経過についても成り立つとすれば、細菌の増殖速度は次式によつて示される。

$$dy/dt = ry(L-y) \dots \dots \dots (1)$$

但し y は総菌数, t は培養時間, L は増殖の最大値, r は常数である。これを積分すれば $\ln y/(L-y) = rt + C \dots \dots \dots (2)$ 但し C は積分常数。今 $t=a$ のとき $y=L/2$ であるとすれば $C = -ra$

この関係を (2) 式に代入して $\ln y/(L-y) = r(t-a) \dots \dots \dots (3)$ $\therefore y = L/(1 + e^{-r(t-a)}) \dots \dots \dots (4)$

(4) 式は VERHURST (1838) が人口増加曲線として発表した算定曲線に外ならない。

1. 逆数の定差図について 細菌発育曲線の (4) 式への当てはめの図式的方法として佐々木 (1951) は (4) 式について h を常数として $e^{-rh} \cdot L/y(t) - L/y(t+h) = e^{-rh} - 1$ 即ち $1/y(t)$ と $1/y(t+h)$ との間に線型関係が成り立つことから, $1/y(t)$, $1/y(t+h)$ を両座標として作られた逆数の定差図を用いた。そして実測値から作られた定差図上で直線上の点が得られたことから細菌発育曲線がよく (4) 式に適合することを報告した。この際 y の値としては $\log n/n_0$ に相当する値が用いられた。即ち接種時 ($t=0$) の濁度 (比濁計の読み) を I_0 , 菌数を n_0 , 培養 t 時間後の濁度を I , 菌数を n , $Y \equiv \log I - \log I_0 = \log n/n_0$ とすれば $y \equiv Y$ としたことになる。しかし (4) 式で $t=0$ の場合 $y = L/(1 + e^{ra})$ となるので, もし発育曲線が (4) 式に当てはまるとすれば $y \equiv Y + \varepsilon$ [但し $\varepsilon = L/(1 + e^{ra})$] とするのが妥当である。実用上は $Y \gg \varepsilon$ が成り立つときには $y \equiv Y$ として佐々木の用いた逆数の定差図によつて理論式への適合性をしらべ, 且つ図からパラメーター L, a, r を推定する方法はきわめてすぐれている。しかし接種時及び菌数の比較的增加しない誘導期の値についてはこの方法で

(a) $y \equiv Y$

(b) $y \equiv Y + \varepsilon$

Fig. 2. Diagrams of finite differences $1/y(t+h)$ to $1/y(t)$

The point corresponding to $1/y(0)$ is not showed, because of $y(0)=0$.

Fig. 3. The Schema of Logistic Curve (5)

は $y \equiv Y$ と考えたために起る直線からのズレをさけることは出来ない。Table 1 の実測値から $y \equiv Y$ としてこの方法によつて作られた Fig. 2 (a) の定差図はこのズレを示している。Fig. 2 (b) は $y \equiv Y + \varepsilon$ として作られた定差図である。

2. ε 項の導入とその際の定差図 $y \equiv Y$ とする

ことによつて起る図上の点のズレを除くために $y \equiv Y + \varepsilon$ とすることは誘導期等 $Y_0 + \varepsilon$ が成り立たない時期の則定値をもすべて活用する意味で原理上すぐれている。次報で論ずるようにここでは対数期の直線性や定常期の高さ等、発育曲線を部分的に考えるのではなく、曲線全体として取扱つていたので実測値全部を動員することは原理上考えねばならぬことである。誘導期の長い場合には特にそうである。 ε の導入によつて (4) 式は $y \equiv Y + \varepsilon = L/[1 + e^{-r(t-a)}] \dots (5)$ となるが、この場合の線型変換は次のように行われる。 n 組の値 $Y(t), Y(t+h); Y(t+h), Y(t+2h); \dots; Y[t+(n-1)h], Y(t+nh)$ を考え、 $Y(t) \equiv Y_0 + y_0, Y(t+h) \equiv Y_1 + y_1$ [但し $y_0 \equiv Y(0), y_1 \equiv Y(1)$ とし y_0, y_1 は固定] とすれば (5) 式から

$$\frac{1}{Y(t+h) + \varepsilon} = -\frac{e^{-rh}}{Y(t) + \varepsilon} + \frac{1 - e^{-rh}}{L} \therefore Y_1 + \left(\frac{A + By_0 + \varepsilon}{B} \right) \frac{Y_1}{Y_0} + \left(\frac{-1 + By_1 + \varepsilon}{B} \right) = 0 \dots (6)$$

但し $A = e^{-rh}, B = (1 - e^{-rh})/L, h=1$ (測定間隔を時間で示す)。従つて Y_1 と Y_1/Y_0 とは線型関係にあることが分るので測定値が (5) 式に適合しているかどうかをみるには $Y_1, Y_1/Y_0$ を両座標とした定差図を作つて図

Fig. 4. Diagrams of Finite Differences
 Y_1 to Y_1/Y_0

上の点の直線性をしらべるとよいことになる。

又 (5) 式に含まれるパラメーター L, a, r, ε は定差図上に得られた直線について $\tan \theta$ (θ は直線と Y_1/Y_0 軸とのなす角) 及び Y_1 と交る点の Y_1 座標から求められる。即ち定差 $h=1$ のときに得られる定差図上の直線 (6) を $Y_1 = P_1 \frac{Y_1}{Y_0} + Q_1$, 定差 $h \neq 2$ の場合を $Z_1 = P_2 \frac{Z_1}{Z_0} + Q_2$ としグラフにより P_1, Q_1, P_2, Q_2 を求め、これによつて L, r, ε を計算する。 a は補間法によつて計算する。このようにして Table 1 の測定値 (本実験では y 座標には総菌数そのものでなくその対数を用いた) から計算された結果を Table 2 及び Fig. 4 の定差図に示す。この場合図上の点が一

直線上にあることから細菌発育曲線が VERHURST の算定曲線に図式的にはよく適合していることが分る。パラメーターの近似値 L_0, a_0, r_0 及び ε_0 は次のように計算されたが図式的に求められた ε は 0.0194 で、 $L/(1 + e^{ra})$ として計算によつて求められた値 0.0667 と大分くいちがつているが、以下の計算では後者の値を用いることにする。

Table 2.

t	$\log \bar{I}$	Y	Y_0	Y_1	Y_1/Y_0	Z_0	Z_1	Z_1/Z_0
0	0.0073	0	0	0		0	0	
1	0.1113	0.1040	0.1040	0.2393	2.3010	0.3433	0.9182	2.6746
2	0.3506	0.3433	0.3433	0.6698	1.9511	1.2615	1.6182	1.2828
3	0.7811	0.7738	0.7738	1.1575	1.4959	1.9615	1.6928	0.8630
4	1.2688	1.2615	1.2615	1.6148	1.2801	2.0361	1.7297	0.8495
5	1.7261	1.7188	1.7188	1.8575	1.0807			
6	1.9688	1.9615	1.9615	1.9099	0.9737			
7	2.0212	2.0139	2.0139	1.9321	0.9594			
8	2.0434	2.0361	2.0361	1.9524	0.9589			
9	2.0637	2.0564	2.0564	1.9690	0.9575			
10	2.0803	2.0730						

但し $h=1$ (hr.), $y_0=0, y_1=0.1040, y_2=0.3433$

$y_0=0, y_1=0.104, y_2=0.343, h=1; P_1=-1.375, Q_1=3.325; P_2=-0.430, Q_2=2.140, e^{-r}=X$ とする。

$$X = \frac{y_1 + Q_1}{y_2 + Q_2} - 1 = 0.381 \quad \text{従つて } r = 0.965$$

$$L \text{ は 2 つの方法で求められるので平均値をとる。} L_1 = \frac{(1-X)(Q_1 + y_1 - P_1 - y_0)}{1+X} = 2.154,$$

$$L_2 = \frac{(1-X^2)(Q_2 + y_2 - P_2 - y_0)}{1+X^2} = 2.176, \quad L = \frac{L_1 + L_2}{2} = 2.165 \quad \varepsilon = 1 - \frac{(1-X)(y_1 + Q_1)}{L} = 0.0194$$

$t=a$ の附近では大体直線をなすものとみなして補間法により $a=3.573$, 又 $\frac{L}{1+era}=0.0667$

IV. DEMING の最小自乗法による曲線のあてはめ さきに W.E. DEMING が推計学の立場から論じた新しい最小自乗法は、パラメーターについて線型でない式をあてはめるとき及び x , y 両座標に誤差があるときの曲線のあてはめの問題に応用出来るのでその重要性が指摘されてきた(例えば文献⁽⁹⁾)。本実験で得られた実測値によつて細菌発育曲線が VERHURST の算定曲線にどの程度に当てはまるかを検討することは上の場合に相当するので、さらに DEMING の最小自乗法を用いて曲線のあてはめを行つてみた。組織的計算の手順及び記号については文献⁽⁸⁾⁽⁹⁾によつた。但し細菌発育曲線の測定では各点の座標の測定誤差は必ずしも独立とはいへないので各測定誤差の独立性を前提とした DEMING 法を用いることには多少問題があるが、他に適当な方法がないので近似法としてこれによつた。

今我々の当面する問題は Table 1 の実測値を (5) 式に当てはめることで、その組織的計算は次のように要約される。

即ち“重みをつけた平方和” $S=\sum(\omega_t V_t^2 + \omega_y V_y^2)$ (但し V_t は t の残差, V_y は y の残差; ω_t , ω_y はそれぞれの重み) の最小値 $\min S$ を計算し $\min S/\sigma^2$ は自由度 f なる χ^2 -分布をするからカイ自乗検定によつて曲線の理論式へのあてはめを行うことになる。

1. 測定値の重みについて (測定値の精度の推定) 発育曲線を実測したとき培養時間 t 及び細菌数の対数 y の測定値をそれぞれ T 及び Y とし $T=t+E_t$, $Y=y+E_y$ とする。ここで E_t , E_y はそれぞれ真の値 t 及び y の測定誤差で平均値何れも 0, 分散 σ_t^2 及び σ_y^2 (標準偏差 σ_t 及び σ_y) なる正規分布をするものとする。これからの計算に必要な測定値の重みは $\omega_t=\sigma^2/\sigma_t^2$, $\omega_y=\sigma^2/\sigma_y^2$ である。但し σ^2 は単に一つの比例の因子であつて、ここでは計算の便宜上 0.0057736 と定める。 σ_t^2 及び σ_y^2 は経験的に知られていないからこの場合次のようにして定めた。

σ_t : 半経験的に培養時間をあらわす t 座標についての誤差はすべて等しく標準偏差を約 1 分と考え、 $\sigma_t=0.02$ ($\approx 1/60$) と定める。但し接種時には t 座標に誤差がない、即ち $\sigma_{t_0}=0$ とする。

σ_y : y 座標 (y は総菌数の対数) では単一の測定の精度が標本ごとに異なることが考えられるので実験的に見当をつけてみた。 σ_y はここではパーセント誤差の形で試験管差をあらわすから microbiological assay での誤差の推定に役立つので、これからの計算では E_y の分散 σ_y^2 を知れば充分であるが一応標準偏差 σ_y についても検討した*。 y 座標の誤差の分散 σ_y^2 及び培養による試験管差の分散 σ_b^2 の経験的推定の仕方は近似的に次のように試みられた**。

(i) 培養試験管 12 本について 1 時間毎に測定された値 I から各測定時毎に分散 σ_I^2 の不偏推定量 u_I^2 を求め $\sigma_I^2=(0.4343 \cdot \sigma_I/I)^2$ として σ_Y^2 の不偏推定量 u_Y^2 を計算する。

(ii) σ_Y は従来の経験からは知られていないので実験的に求める近似法として、 σ_Y と培養時間との関係を示す曲線は連続であると考え、両座標に t 及び u_Y をとり、図上の点の近傍を通るようになめらかな曲線でつなぐことにより u_Y の値を補正した。その補正値を Table 3 に $u_Y(\text{corr.})$ で表わした。

(iii) t 座標の誤差 (分散 σ_t^2) によつて y 座標に分散 σ_{yt}^2 の誤差がおけるとすると、誤差の伝播について $\sigma_{yt}^2=(F_t \cdot \sigma_t)^2$ が成り立つものとする (F_t は Table 3 に示した)。

(iv) t 軸から伝播した誤差、測定計器による誤差及び主として培養の試験管差による誤差は何れも平均値 0 で分散がそれぞれ σ_{yt}^2 , σ_m^{2***} 及び σ_b^2 の正規分布をする。そして互いに独立であるとみなすことが出来て次の関係が成立つと考える。 $\sigma_Y^2=\sigma_{yt}^2+\sigma_y^2=\sigma_{yt}^2+\sigma_m^2+\sigma_b^2$ 。但し $\sigma_y^2=\sigma_m^2+\sigma_b^2$ 。

以上いくつかの仮定を含んだ手順によつて近似的に推定された σ_y^2 及び σ_b の値を Table 3 及び Fig. 5 に

* $u^2[=Sx/(N-1)]$ は分散 σ^2 の不偏推定量であるが u は必ずしも σ の不偏推定量とはならない。従つて本実験の値だけでは σ_y の推定には不充分であるので次報においてもさらに検討する予定である。

** ここでの誤差は平均値何れも 0, 分散 σ_I^2 , σ_{yt}^2 , σ_m^2 , σ_b^2 等の正規分布をするものとする。

*** σ_m は前報⁽⁷⁾ Fig. 5 から図式的に求めた。

**** 同時に接種、培養した数本の培養試験管の間の菌増殖度の差異を“同時培養による試験管差”とよぶことにする。(次頁参照)

Table 3.

t	σ_t	$-F_t$	σ_{ty}	μ_Y (obs.)	μ_Y (corr.)	σ_y^2 (est.)
		$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-4}$
0	0	6.2398	0	4.4276	3.75	14.06
1	0.02	14.856	29.71	3.9416	3.65	13.23
2	0.02	30.804	61.61	3.1602	3.50	11.87
3	0.02	48.427	96.85	3.1698	3.45	10.96
4	0.02	50.076	100.15	3.7688	3.40	10.56
5	0.02	33.610	67.22	3.4267	3.00	8.548
6	0.02	16.717	33.43	2.0207	2.40	5.648
7	0.02	7.1214	14.24	1.5562	1.90	3.590
8	0.02	2.8347	5.669	1.9235	1.75	3.060
9	0.02	1.0988	2.198	1.6433	1.70	2.890
10	0.02	0.42133	0.8427	1.7519	1.70	2.890
24	0.02	0	0	1.3142	1.32	1.742

$F_t = -L \cdot r \cdot e^{-r(t-a)} / \{1 + e^{-r(t-a)}\}^2$; $\sigma_{ty}^2 = (F_t \cdot \sigma_t)^2$
 if $t=0$, then $\sigma_{ty} = 0$; $\mu_Y^2(\text{obs.}) = (\log_{10} e)^2$.
 $\mu_Y^2(I^2)$; $\sigma_y^2(\text{est.}) = \mu_Y^2(\text{corr.}) - \sigma_{ty}^2$

ら、 σ_b と t との関係を示した Fig. 5 は単一の測定において、“同時培養による試験管差”**** が培養時間にもなつてどのように変化していくかをパーセント誤差の形であらわしている。平均値の上下に標準偏差 σ_b によつて与えられる区間は危険率 32% の信頼区間であるが、本実験での同時培養による試験管差については単一の測定の % error は 32% の危険率で、対数期の中点 $t=a$ では $\pm 3\%$ 、定常期では $\pm 1.5\%$ であつた。又この区間の 2.26 倍の区間は危険率 5% の区間であるから、単一の測定の % error は 5% の危険率ではそれぞれ $\pm 6.8\%$ 及び $\pm 3.4\%$ となる。Fig. 1 の発育曲線の上に破線で示された zone は危険率 5% の信頼帯の約 7 倍を示している。

ここで興味あることは σ_b は対数期の経過に伴つて次第に増大し、対数期の丁度中点で最大値に達し、その後漸減して定常期に入るとその値は半減してほぼ一定になることである。

2. 正規方程式とその解及び S の最小値の計算 計算に必要な函数 F 及びその導函数は次のようになる。

$$F = Y + \varepsilon - \frac{L}{1 + e^{-r(t-a)}} \dots \dots \dots (6)$$

この場合パラメーターは独立ではなく $t=0$ のとき $Y=0$ 。従つて $\varepsilon = L/(1 + e^{ra})$ であるから、独立なパラメーターは L, a, r の 3 個である。

$$F_t = -\frac{L \cdot r \cdot e^{-r(t-a)}}{\{1 + e^{-r(t-a)}\}^2}, \quad F_Y = 1, \quad F_0 = Y + \frac{L}{1 + e^{ra}} - \frac{L}{1 + e^{-r(t-a)}}$$

$$F_L = \frac{1}{1 + e^{ra}} - \frac{1}{1 + e^{-r(t-a)}}, \quad F_a = -L \cdot r \left[\frac{era}{(1 + e^{ra})^2} - \frac{e^{-r(t-a)}}{\{1 + e^{-r(t-a)}\}^2} \right]$$

$$F_r = -L \left[-\frac{a \cdot era}{(1 + e^{ra})^2} + \frac{(t-a)e^{-r(t-a)}}{\{1 + e^{-r(t-a)}\}^2} \right]$$

パラメーターの近似値としては図式的に求められた $L_0=2.165$, $a_0=3.573$, $r_0=0.965$ なる値を用いる。

行列準備表、行列及び正規方程式の解を Table 4, Table 5 に示す。

Table 4. Data, Weights and Derived Functions

i	N	Data T	Y	Y_y	$1/\omega_t$	$1/\omega_z$	W	$-F_L$	F_a	F_r	F_0
0	12	0	0	0.0667	0	3.5150	0.28418	0	0	0	0
1	12	1	0.1040	0.1707	1	3.3075	0.30034	0.046225	+0.086157	+0.16508	+0.0039
2	12	2	0.3433	0.4100	1	2.9675	0.32654	.14894	+ .24565	+ .27112	+ .0208
3	12	3	0.7738	0.8405	1	2.7400	0.33619	.33428	+ .42187	+ .056528	+ .0501
4	12	4	1.2615	1.3282	1	2.6400	0.34593	.57072	+ .43079	- .44926	+ .0259
5	12	5	1.7188	1.7855	1	2.1370	0.44444	.76771	+ .27369	- .72802	+ .0567
6	12	6	1.9615	2.0282	1	1.4120	0.69449	.88147	+ .10477	- .65147	+ .0531
7	12	7	2.0139	2.0806	1	0.89750	1.10795	.93384	+ .0088164	- .48394	- .0079
8	12	8	2.0361	2.1028	1	0.76500	1.30582	.95542	- .034050	- .36108	- .0324
9	12	9	2.0564	2.1231	1	0.72250	1.38385	.96389	- .051409	- .29282	- .0305
10	12	10	2.0730	2.1397	1	0.72250	1.38404	.96716	- .058184	- .25909	- .0209

$Y_z = Y + \varepsilon$; $1/\omega_t = \sigma_t^2/12\sigma^2$; $1/\omega_y = \sigma_y^2/12\sigma^2$

Fig. 5. Estimates of Errors in y -coordinate

示した。一般に $\log I \equiv p$ とすれば近似的に $\sigma_p^2 = (\log e \cdot \sigma_I/I)^2$ (I は菌数に比例する比濁計の読み) であるか

以上の計算の結果をまとめると次のようになる。

$$(i) \quad x_0^2 = \frac{\min S}{\sigma^2} = \frac{0.16654 \times 10^{-2}}{(0.57736 \times 10^{-2})^2} = 49.961$$

$$\text{自由度 } f = 11 - 3 = 8$$

$$\therefore Pr\{\chi^2 \geq x_0^2\} < 0.001 \quad \text{従つて DEMING}$$

の最小自乗法による適合度の検定では実測値から得られた曲線は VERHURST の算定曲線 (4) 式に適合しているとはいえないことが分る。

(ii) Table 5 の U , V 及び W の値を用いてパラメーターの調整値を求めると

$$L = L_0 - U = 2.165 - 0.041704 = 2.123296$$

$$a = a_0 - V = 3.573 - 0.130873 = 3.442127$$

$$r = r_0 - W = 0.965 + 0.069884 = 1.034884$$

$$\varepsilon = L/(1 + \varepsilon a) = 0.0585737$$

さきに図式的に求められたパラメーターの近似値はこの調整値に対し約 7% 以下のくいちがいに止つている。

V. むすび 本報では主として細菌発育曲線の VERHURST の人口増加の算定曲線へのあてはめの方法について検討したが、DEMING の最小自乗法で必要な測定値の重みの推定の仕方については問題が残されている。もし本報で行われた y 座標の誤差の推定の仕方が近似的に正しいとすれば、Fig. 5 に示された t 対 y_0 曲線は対数期のほぼ中心で最大値を示し、定常期に入ると共に約半減して水平になるという興味ある結果を示している。この点については更に多くの実験例について次報で検討を重ねる予定である。

終りに御懇篤な御指導を頂いた住木諭介先生に深く感謝すると共に御教示と御批判を与えられた増山元三郎、森口繁一両氏並びに佐々木智也氏に厚く謝意を表する。本研究は文部省科学研究費によつて行われた (本研究の要旨は昭和 24 年 6 月 25 日第 102 回日本農芸化学会東京支部例会に於いて講演した)

- (1) MCKENDRICK and PAI: *Proc. Roy. Soc., Edinburgh*, 31, 649 (1911).
- (2) ROBERTSON: *J. Physiol.*, 56, 404 (1922); *The Chemical Basis of Growth and Senescence*. (1923).
- (3) THORNTON: *Ann. Appl. Biol.*, (1922), 265.
- (4) LOTKA: *Elements of Physical Biology*, (1925).
- (5) PULLEY and GREAVES: *J. Bact.*, 24, 145 (1932).
- (6) 佐々木: *J. Antibiotics.*, 4, 155 (1951).

Table 5. Normal Equation.

Row	U	V	W	$10^{-1} \times$	C_1	C_2	C_3	Sum
1	5.69821	-0.12331	2.40267	0.53594	1	0	0	9.51351
2		0.19682	-0.11585	0.28712	0	1	0	1.24478
3			1.27469	0.04042	0	0	1	4.52109
4				0.79406×10^{-3}	0	0	0	1.57670
5	(-0.0216401)	-0.00267	0.05199	0.01160	0.02164	0	0	0.20587
6	(0.4216535)	0.19415	-0.06386	0.29872	0.02164	1	0	1.45065
7	(-0.3282909)		-1.01309	-0.22598	-0.42165	0	0	-4.01140
8	(0.0940541)		-0.02100	0.09826	0.00712	0	0	0.47715
9	(1.5386042)		0.24066	-0.16814	-0.41453	0	1	0.98684
10	(-0.6988362)			-0.05041	-0.09405	0	0	-0.89478
11				-0.45961	-0.03330	-1.53860	0	-2.23198
12				-0.11750	-0.28969	0.22986	0.69884	0.68964
13				$\varepsilon = 0.16654$	-0.41704	-1.30874	0.69884	0.86042
14				$\min S =$	0.89211	-0.45524	-1.72293	
15				$U =$	-0.45522	5.60031	1.36709	
16				$V =$	-1.72290	1.36708	4.15628	
17				$W =$				

* The factor, 10^{-1} , is used in this column except the rows 4, 8, 9, 10 and IV.
✓ shows that the accounts were checked.

- (7) 松山: 農化, 23, 156 (1949).
- (8) DEMING: *Statistical Adjustment of Data*, (1946)
- (9) 森口: 科学, 18, 478 (1948): 推計学によるデータのまとめ方 (1950).

Summary

The growth of the bacteria (*Escherichia coli*) was measured using the photoelectric turbidimeter, and the fitness to logistic curve (4) introduced by VERHURST was examined. The results were as follows ;

I. (i) The variable y in the equation (4) has been defined as $y \equiv Y + \varepsilon$, where Y is the bacterial turbidity (log) established so that the turbidity at the time of the inoculation may be zero, and ε is $L/(1+e^{ra})$. Y is observable but ε is unknown.

(ii) The equation (6) of finite differences derived from the equation (4) is used to examine the graphical goodness of fitting to the logistic curve (4). The points on this diagram of finite differences (Fig. 4) are on a straight line, and this fact means the graphical good fitness.

(iii) Parameters L , r and ε are calculated directly from the value of P_1 , Q_1 , P_2 , and Q_2 , but the estimate of ε is adopted from the value of the $L/(1+e^{ra})$. By means of interpolation, a is estimated.

II. According to the method of the least squares presented by W. E. DEMING, the minimum value of the sum of the weighted squares was calculated.

In order to determine the weights in y -coordinate, the standard deviations of the errors caused by incubation and measuring were estimated experimentally (Fig. 5). As the result of chi square test in which $\chi_0^2 = \min S/\sigma^2 = 49.949$, degree of freedom = 8, and $Pr \{ \chi^2 \geq \chi_0^2 \} < 0.001$, it cannot be allowed that the growth curve of the bacteria follows the logistic curve (4).

火成岩の風化に関する研究 (第 9 報) 花崗岩の風化 (1)

原 田 光 (鳥取大学文学部)

昭和 27 年 5 月 12 日 受 理

Studies on the Weathering of Igneous Rocks. Part 9. On the Weathering of Granite (1)

By Mitsuru HARADA (Department of Liberal Arts, Tottori University)

I. 試料 (1) 鳥取花崗岩及びその風化産物. 鳥取市栗谷に於て次の試料を採集した (年平均気温 15°, 年降水量 1931 mm).

[I] 新鮮岩 粗粒の花崗岩. 乳白色の正長石, やや灰色を帯びている石英及び黒雲母を主成分とし, 正長石は特に大きく, 幾分斑状を呈している. [II] 風化岩 本試料はなお母岩の組織を有するが, 僅かに圧力を加えると容易に破碎される部分である. 黒雲母は鉄を分離して淡色となり, 長石は全く不透明となり, また酸化鉄により汚染されている. 新鮮岩から風化岩へは徐々に移行し, 両者間に明瞭な境界がない. 地表から約 4m の深さに於て試料を採集した. [IIb] 割目沈殿物 岩石中にある割目を充している白色の土状の物質. 湿る時甚だしく滑かな感じを与える. 乾燥したものの破面は多少介殻状である. [III] 下層土 頗る礫に富む砂土. 層の厚さ約 1 m, 試料はその中央, 地表面から 80 cm の所で採集した. 淡色の黒雲母片及び分解不十分な正長石の粒子が含まれている. [IV] 表層土 礫に富む淡褐色の砂土. 層の厚さ 30 cm, 地表から 15 cm の所で試料を採集した. 腐植の含量 2.50%. 生育植物は疎林をなしているアカマツ及び灌木類.

(2) 福渡花崗岩及びその風化産物 岡山県久米郡福渡町に於て次の試料を採集した (年平均気温 14.5°, 年降水量 1200 mm 推定). [I] 新鮮岩 これは中粒の黒雲母花崗岩で, 淡紅色の正長石, 淡灰色の石英及び黒雲母から成り, 少量の斜長石を含んでいる. [II] 風化岩 これは母岩の外観を有するが, 結晶間の結合弱く, 容易に破碎される部分である. 前例と同様に新鮮岩から風化岩に次第に移行し, 両者間に明瞭な境界が認められない. 雲母は金色を呈し, 雲母から分離した酸化鉄によりその周囲淡褐色となり, 正長石は全く不透明となつているが, なお結晶形を保っている. 層の厚さ約 2 m, 試料はその中央, 地表から 1.5 m の所に於て採集した. [III] 下層土 礫に富む淡黄褐色の砂土. 砂粒中には金色の雲母, 僅かに風化した長石の粒子が含まれている. 層の厚さ 80 cm, その中央, 地表から 75 cm の所に於て試料を採集した. [IV] 表層土 礫に富む濃褐色の砂土・腐植の含量 3.55%. 試料は地表面から 15 cm の深さに於て採集した. 層の厚さ 35 cm (原野).