有限要素法による連続通電加熱の温度分布の解析

植村邦彦*・五十部誠一郎*・野口明徳*

Estimation of Temperature Profile at Sequence Ohmic Heating by Finite Element Method

Kunihiko UEMURA*, Seiichirou ISOBE* and Akinori NOGUCHI*

* National Food Research Institute, Kannondai, Tsukuba-shi, Ibaraki 305

The Ohmic heating process equipped with ring electrodes has been applied for variety of liquid foods. The gradient of electric potential formed by ring electrodes was never flat like as made by parallel electrodes. The gradient of potential was estimated by an equation of electric conduction. Assuming the liquid sample flew in the shape of plug through the gradient of potential, the temperature profile in cross-section of sample was estimated by an equation of heat conduction. The flowing sample corresponded to shifting nodes by each step of the Finite Element Method calculation. The result of the temperature profile gave good agreement with the result of the experiment. Other computations with any induced voltage, any velocity of a flowing sample and any space between electrodes were tested. The space between electrodes was the most effective on flat temperature profile of all factors.

(Received Feb. 1, 1996)

食品加工における各単位操作の中で「加熱」は最も重要な操作のひとつと考えられている。熱に不安定な成分が含まれる場合はその損失を極力少なくするために、均一かつ迅速な加熱が望ましい。しかし、対象となる材料の熱物性、形態、処理後に求められる製品品質などから、熱移動を基本とする従来の加熱方法では均一迅速加熱を期待するのは困難である。

材料の電気抵抗によって発生するジュール熱を利用する通電加熱は、こうした問題を回避し得る加熱方法として最近注目を集めており、水産練り製品の製造^{1)~3)}、パン粉製造などで既に実用化が進んでいる。これらの場合、一般に平行平板型電極によるバッチ式の加熱方式が利用されているが、加熱容器が断熱系でない限りは熱の放散のため材料内部の温度分布が必ずしも均一とならないことが予想される⁴⁾⁵⁾。こうした問題に併せて、材料が搬送される流路系に電極を配置する連続式加熱方式の開発が想定され、その場合、適切な電極設計のためには、材料の移動速度、電極間の距離、印加電圧と温度分布の関係を明確にすることが必要である。しかし、これに類

する研究例は内部発熱量を一定とした系における温度分布の考察⁶⁾以外はほとんど見られない。

そこで、本研究はリング状電極を備える連続式通電加熱装置を用いた場合の材料温度実測値と電気伝導方程式および非定常熱伝導方程式から得た計算値とを比較した。この計算結果を用いて、印加電圧、電極間隔、材料の流量と材料の温度分布の相互関係を予測し、今後の電極設計の一助とすることを目的とした。

実験方法

1. 供試材料

品質安定化のために均一かつ迅速な加熱処理が求められながらも高い粘弾性のために対応が困難とされている味噌を材料に選定した。味噌は市販のもの（マルダイ（株）「蔵出し・金印」）を用いた。その試験材料および通電加熱装置構成材料の物理定数を表1に示す。材料（味噌）の密度、熱伝導率、電気伝導率および定圧比熱の各値は前報⁴⁾⁷⁾で示したものをを用いた。ただし、材料の比熱、熱伝導率および電気伝導率は温度 T の関数である。

* 農林水産省食品総合研究所（〒305 茨城県つくば市観音台 2-1-2）

配管材料のテトラフルオロエチレン樹脂(テフロン)およびステンレス鋼の熱物性値は文献⁸⁾の値を用いた。

2. 通電加熱装置

図1に連続式通電加熱装置の概略を示す。原料はモノポンプ(兵神装備(株)2 NELS 15 PL)を用いて一定流量で通電加熱部に送る。通電加熱部は図2に示すように、外径50 mmφ 内径30 mmφ のテフロン製円筒管の途中に2個のステンレス製リング電極(内径30 mmφ, 幅15 mm)をはめ込んだ構造である。リング電極間の距離は60 mmに固定した。両電極に高周波交流電源(20 kHz, 68 Vで固定)を印加して通電を行った。材料の温度分布は通電部出口部に挿入した絶縁型熱電対列(林電工(株), T 201 B)で行った。

熱電対列は極細の熱電対を5 mm 間隔で並べ、材料の中心、および中心から5 mm, 10 mm, 15 mm (材料外周部)の各位置の温度を同時に測定した。熱電対列は流れる材料の抗力でたわまないように両端を円筒管側面で支

持した。

3. 伝導解析

以下に示した電気伝導解析および熱伝導解析は、装置および材料が軸対象であることを仮定し、その対称軸をZ軸に置いた円柱座標で行った。

(1) 電気伝導方程式

電気伝導方程式は単位面積を単位時間通過する電荷量 j [A] と電荷の流れる電位勾配に比例するオームの法則

$$j = -\sigma \nabla \nu \quad (1)$$

に従う。各点の電位は、定常伝導微分方程式

$$0 = \nabla (\sigma \nabla \nu) \quad (2)$$

および、材料が電極に接する面における境界条件

$$r=R, l < z < l+W \text{ のとき, } \nu = \frac{V_0}{2}$$

$$r=R, l+W+D < z < l+W+2D \text{ のとき,}$$

$$\nu = -\frac{V_0}{2} \quad (3)$$

表 1 材料の熱物理定数

物 理 定 数		味 噌	ステンレス鋼	テフロン
密 度	[kg/m ³]	1.16×10^3	7.865×10^3	2.17×10^3
定 圧 比 熱	[kJ/kg/K]	$-0.0232 T^2 + 5.017 T + 3405$	460	1050
熱 伝 導 率	[W/m/K]	$0.0015 T + 0.4204$	19	0.25
電気伝導率	[1/Ω/m]	$0.1135 T + 1.317$	1.0×10^6	1.0×10^{-16}

T: 材料温度 [°C]

図 1 連続式通電加熱装置

図2 通電加熱部断面および有限要素分割

図中の単位は全て mm

を満足する。ここで、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, σ : 電気伝導率 [$1/(\Omega \cdot m)$], R : 材料の外径 [m], z : 原点から電極までの距離 [m], D : 電極間距離 [m], W : 電極幅 [m], V_0 : 電極に加えた電圧の実効値 [V] である。

(2) 熱伝導方程式

材料に電位勾配が生じたとき、ジュール熱による単位時間・単位体積あたりの発熱量 ΔH [$W/(sec \cdot m^3)$] は、

$$\Delta H = \sigma \cdot (\nabla V)^2 \quad (4)$$

で与えられる。ただし、 σ : 電気伝導率 [$1/(\Omega \cdot m)$], ∇V : 電位勾配 [V/m] である。

材料内の単位面積を単位時間に移動する熱量 q [W/m^2] は、熱の流れる方向の温度勾配に比例するフーリエの法則、

$$q = -\lambda \nabla T \quad (5)$$

を満足する。ここで λ : 熱伝導率 [$W/(m \cdot K)$] である。また、材料内部に単位時間・単位体積当たり (4) 式で与えられる発熱があるとき、熱伝導方程式は

$$\rho_{sample} \cdot c_{sample} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda_{sample} \nabla T) + \Delta H \quad (6)$$

となる。ただし、 λ_{sample} : 熱伝導率 [$W/(m \cdot K)$], c_{sample} : 比熱 [$J/(kg \cdot K)$], ρ_{sample} : 密度 [kg/m^3] である。同様

に、容器の熱伝導方程式は

$$\rho_{case} \cdot c_{case} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda_{case} \nabla T) \quad (7)$$

となる。ただし、通電開始前には、材料、容器、電極は全て同一温度 [$^{\circ}C$] になっていると仮定する。

$$(T)_{t=0} = T_s \quad (8)$$

材料容器の外表面は外気にさらされているため、容器と空気間に熱伝達境界層が生じる。従って、外気と接する円筒管側面の境界条件は外気の温度を T_f [$^{\circ}C$], 外気の熱伝達率を h [$W/(m^2 \cdot K)$] とすると、

$$-\lambda_{tube} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R_0+d} = h \cdot (T_f - T_{r=R_0+d}) \quad (9)$$

となる。同様に、外気と接する電極外面の境界条件は

$$-\lambda_{electrode} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R_0+d} = h \cdot (T_f - T_{r=R_0+d}) \quad (10)$$

となる。ただし、 λ_{tube} : テフロン管の熱伝導率 [$W/(m \cdot K)$], $\lambda_{electrode}$: 電極の熱伝導率 [$W/(m \cdot K)$], R_0 : 材料の半径 [m], d : テフロン管および電極の厚み [m] である。

(3) 要素分割

有限要素法で、伝導方程式の解を求めるために、図2

に示すように円柱型材料の中心軸を z 軸に、通電加熱部の出口に原点 $z=0$ を取る。材料の形状および電極配置が z 軸に関して軸対称であることから、求める電位分布および温度分布も軸対象となる。軸を通過する面で切り取った材料、電極およびテフロン管の断面を、 20×22 の要素に分割した。従って、各要素は大きさが $r_u=1.25$ [mm], $r_a=5.0$ [mm] の4節点要素となる。

(4) 材料の流れ

材料の流量は一秒あたりの処理量 x [g/s] で表した。材料の粘度が高いため、材料の流れはプラグフロー (z 軸方向の速度が r の位置によらず一定となる) になると仮定した。この場合、 z 軸の向きと逆方向に流れていると仮定すると、材料が一要素 z_u 進むときに要する時間(単位輸送時間) t_u [s] は(11)式で与えられる。

$$t_u = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho}{x} \cdot z_u \quad (11)$$

ただし、 R : 材料の半径 [m], ρ : 材料の密度 [kg/m^3] である。

(5) 有限要素計算

有限要素法の解析プログラムは矢川らの方法³⁾に示されたものを流れる材料に対応するように拡張し、Microsoft 社 Visual C++, ver 2.0 を用いてコンパイルした。コンパイルおよび計算には Gate Way 2000 (P 5-100) を用いた。有限要素法による温度履歴および温度分布の計算のフローチャートを表2に示した。表に示す各工程の詳細は以下の通りである。

① データ入力

材料、容器、および電極の寸法、熱物理量(密度、定圧比熱、熱伝導率)、材料の電気物理量(電気伝導率)、境界条件(外気温度、熱伝達率、印加電圧)および初期条件(初期温度)を与える。ただし、材料の定圧比熱、熱伝導率、電気伝導率は温度とともに変化する近似式で表した。

② 要素内の電位分布の計算

要素の温度に対する電気伝導率を(1)~(3)式の電気伝導方程式に代入し、有限要素法により各要素の節点の電位を求める。

③ 発熱量の計算

前ステップで得られた電位分布の勾配である電位勾配および要素の電気伝導率を(4)式に代入して各要素の発熱量を計算する。

④ 温度分布の計算

要素の熱伝導率および比熱を要素の温度と表1から求め、(5)~(9)式の熱伝導方程式に代入して各要素の節点の

温度を有限要素法で求める。

⑤ 時間および材料を送る

離散化された時間 Δt として(11)式で示した単位輸送時間 t_u をクラנק・ニコルソン差分式に適用し、②③④の行程を材料が通電加熱部を通過するのに要する時間まで繰り返し計算した。

結果および考察

1. 温度測定結果と計算結果

味噌を0.98 g/s, 2.82 g/s および 4.54 g/s の速度で流した時の温度の測定結果、およびこれらの測定条件に基づいた初期条件 $T_s=9.7^\circ\text{C}$ と境界条件 $h=9.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$, $T_f=8.4^\circ\text{C}$ を用いて得られた計算結果を図3に示した。ただし、境界条件における熱伝達率の値は前報⁴⁾と同様の方法で求めた。図3より実測と計算結果の非常に良い一致が認められたことから、ここで用いた計算モデルが適切であることが確認された。従って、以後の結果は各種運転条件にこのモデルを適用することにより求めたものである。

表2 計算のフローチャート

2. 材料断面の温度分布

印加電圧 68 V, 電極間の距離 60 mm, 材料流量 0.98 g/s の条件で通電加熱を 100 秒間行ったときに想定される材料断面 (図 2 参照) の温度分布を図 4 に示した。材料温度は出口側電極のかつ材料外周付近で最大となり, 逆に材料の中心に近づくほど低下した。これは, 材料断面の発熱量 (図 5 参照) の分布が, 向かい合う電極の端部 ($r=15$ mm, $z=25$ mm および $z=85$ mm) の 2 点で計算上は極大となるため, 結果的に, ここを通過した材料の温度が他の部分よりも高くなることが原因と思われる。

材料の最高温度は $r=10$ mm, $z=20$ mm の位置で

図 3 半径方向温度分布の実測値と計算値

77.8°C と計算され, $r=0$ mm, $z=20$ mm の位置での計算温度 (65.6°C) との差は, 材料外周部の最大発熱量 ($r=14.375$ mm, $z=27.5$ mm のとき 6.69×10^6 W/m²) と材料中心部の最大発熱 ($r=55$ mm, $z=0$ mm のとき 2.53×10^6 W/m²) との差に比べると異常なほど小さい。これ

図 4 試料断面の温度分布

図 5 試料断面の発熱量分布—通電加熱開始時

は、入り口側の電極付近の発熱量が最大となる点を通して材料はそこで急激に加熱されるため周囲の材料よりも電気伝導率が高くなり、出口側の電極付近の電位勾配を小さくするため、図6に示すように出口側電極の発熱量が小さくなるものと考えられる。

3. 印加電圧、材料の流量および電極間距離と試算温度分布の関係

材料断面で、最大となる温度（最高温度）およびその点から r 軸に垂線を下ろした足の温度（中心温度）との差を材料の温度差（温度むら）を表す指標とした。通電条件（印加電圧、材料流量、電極間の距離）を変えて材料断面の温度分布をそれぞれ計算したとき、最高温度と中心温度の変化を図7、図8および図9に示した。まず、図より判明することは、印加電圧が高いほど、材料流量が少ないほどあるいは電極間距離が短いほど最高温度が高くなることである。また、図7より印加電圧が63 Vのとき最高温度が100℃に達し、そのとき中心温度は70℃であった。

同様に、図8より、材料流量が1.1 g/sのとき最高温度が100℃で中心温度が83℃に達した。図9より、電極間隔が27.5 mmのとき最高温度100℃、中心温度40℃に達した。以上の結果より、最高温度と中心温度の差（温度むら）は材料流量、印加電圧、電極間の距離の順で大きくなることが予測できる。

以上の結果より、連続系での通電加熱において、できるだけ均一加熱を達成するためには、運転の各種制約条件の中で以下の優先順で各因子を決定することが重要と考えられる。すなわち、①電極間の距離を広げる。②印加電圧を下げる。③流量を遅くするとなる。

今後、電極設計および通電加熱の運転制御の指標として、本研究での計算結果が活用されることを期待したい。

図7 印加電圧と試料断面の最高温度および中心温度

発熱量の範囲 [W/m²]

□ 35000000～40000000	□ 15000000～20000000
■ 30000000～35000000	□ 10000000～15000000
□ 25000000～30000000	■ 5000000～10000000
■ 20000000～25000000	□ 0～5000000

図6 試料断面の発熱量分布—1000 s 通電加熱後

図 8 材料流量と試料断面の最高温度および中心温度

図 9 電極間の距離と試料断面の最高温度および中心温度

要 約

リング状電極を用いた連続式通電加熱において、材料内部温度分布の計算に、有限要素法による電位分布の計算ならびに材料の移動を考慮した非定常熱伝導解析を行ったところ、計算モデルと実測値の間に非常に一致が認められた。計算の結果、リング状電極を利用した連続式通電加熱において、下記のことが判明した。

1. 通電加熱を終えた材料は周辺部の温度が高く、中心部の温度が低くなる。
2. 電極付近で材料温度は最高となり、この最高温度は、印加電圧が高いほど、材料流量が遅いほど、あるいは電極間距離が短いほど最高温度が高い値を示す。
3. 温度むらは電極間の距離が狭いときに最も大きくなり、印加電圧が高いとき、流量が遅いときの順で温度むらは小さくなる。

謝 辞

本研究の一部はネスレ科学振興会の協力を得て実施されたものである。深く感謝いたします。

文 献

- 1) 柴 眞・沼倉忠弘・新井健一：日水誌，59，697 (1993)。
- 2) 柴 眞：日水誌，59，795 (1993)。
- 3) 柴 眞：日水誌，59，1007 (1993)。
- 4) 植村邦彦・五十部誠一郎・今井哲也・野口明德：日食工誌，43，5 (1996)。
- 5) PDEALWIS A.A. and FRYER, P.J.; *Chem. Eng. Sci.*, 46, 6, 1547-1559 (1990)。
- 6) QUARINI G.L.; *J. Food Eng.*, 24, 561-574 (1995)。
- 7) 植村邦彦・五十部誠一郎・野口明德：食総研報，60，(1996)。
- 8) 日本熱物性学会編：熱物性ハンドブック（養賢堂，東京）(1990)。

(平成 8 年 2 月 1 日受理)