斜交プロマックス回転における因子間相関の制約について

宮本 友介

(大阪大学大学院人間科学研究科)

キーワード: 斜交回転・プロマックス法・非線形計画法

A constraint on factor correlation in promax rotation

Yusuke MIYAMOTO

(Graduate School of Human Sciences, Osaka University)

Keywords: oblique rotation, promax, nonlinear programming

目 的

因子分析における因子の斜交回転では, Hendrickson & White (1964) によって提案されたプロマックス法が広く用いられている。プロマックス法は, 直交ヴァリマックス法によって得られた解を要素ごとにべき乗することで強調したものを目標行列として, 斜交プロクラステス回転で近似するという比較的単純な手法であるため, 多くの統計解析ソフトウェアで採用されている。しかし, プロマックス法自体には「因子負荷行列の単純構造を目指す」といった基準は含まれておらず, また因子間相関が自由パラメータとなるため, 過剰適合の可能性がある。図 1 は, この点についてシミュレーションによる実験で検討したものである。スクリー基準により因子数 5 が選択されるような相関行列から 30 変数, 標本サイズ 500 のデータを生成し, 100 回の試行で因子間相関として現れる値の最大値を求めた。因子数を過大推定した場合, 因子間相関が大きくなる傾向が顕著となっている。

こうした現象を防ぐためには, 斜交プロマックス回転に何らかの制約を設ける必要がある。たとえば, Browne (1972) の不完全プロクラステス回転や, Kiers (1994) の SIMPLIMAX 法は, 因子負荷行列の一部に制約を置き, 外部からの情報を取り入れることでプロマックス法を発展させたものと見ることもできる。だが, 探索的因子分析の文脈では, そうした制約を置くに足る情報が得られていないことがある。そこで, 本研究では「因子間相関 (の絶対値) の上限」という制約のみ置くことで, プロマックス法を改良することを試みる。

方 法

因子負荷行列および因子得点行列の初期直交解をそれぞれ A_0 , F_0 とし, 回転後の両行列を $A = A_0T$ および $F = F_0(T^{-1})'$ と表すとする。データ行列 X を因子分析モデルで表すと $X \approx F_0A_0' = F_0(T^{-1})'T'A_0' = FA'$ となり, 回転の不定性がある。共分散構造は $\Sigma \approx A(F'F)A' = A(T^{-1}(T^{-1})')A' = A\Phi A'$ となり, 因子間相関行列 $\Phi = (T'T)^{-1}$ に対して, $\text{diag } \Phi = I$ という制約のもとで, A

についての基準を最適化することが, 一般的な斜交回転の問題である。プロマックス法においては, 因子負荷行列 A を目標行列 B に近似させることを目指し,

$$Q(T) = \|A_0T - B\|^2 + \sum_{j=1}^k \omega_{jj} (\phi_{jj}(T) - 1)$$

を最小化することになる。 $\omega_{jj} \geq 0$ は Lagrange の未定乗数である。Green (1952) は直交回転による斜交解の近似を求める手法を提案しているが, 同様の手順により, ここでは, さらに因子間相関行列の非対角成分にも $\phi_{ij}^2 < \rho^2$ という制約 (ρ は因子間相関の上限を表すハイパーパラメータ) を加え, 以下の Lagrange 関数を最小化する:

$$Q(T) = \|A_0T - B\|^2 + \sum_{j=1}^k \omega_{jj} (\phi_{jj}(T^{-1}) - 1) + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j}^k \omega_{ij} (\rho^2 - \phi_{ij}^2(T^{-1})).$$

$\phi(T^{-1})$ は, ϕ が T^{-1} の関数となっていることを表す。

これは非線形計画法の問題であり, Kuhn & Tucker (1951) の定理から, 上式を T および ω_{jj} について微分することで, 制約条件下で最適な回転を求めることができる。

考 察

因子間相関の上限を表すハイパーパラメータ ρ については, 別途定める必要がある。これには, 先行研究のデータなどを参照することも可能であるし, ある程度は「経験則」から設定することも考えられよう。シミュレーションによる実験では, $\rho = .4$ 程度で安定した解が得られるようであるが, より検証の必要がある。また, 上記と同様の定式化から, 特定の ρ を定めるのではなく, ω_{ij} の係数項を一種の罰則関数とし, ω_{ij} をリッジパラメータとして検証する方法も考えられる。

引用文献

- Browne, M. W. (1972) Oblique rotation to a partially specified target. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, **25**, 207–212.
- Green, B. F. (1952) The orthogonal approximation of an oblique structure in factor analysis. *Psychometrika*, **17**, 429–440.
- Hendrickson A. E. & White, P. O. (1964). PROMAX: a quick method for rotation to oblique simple structure. *The British Journal of Statistical Psychology*, textbf17, 65–70.
- Kiers, H.A.L. (1994) SIMPLIMAX: Oblique rotation to an optimal target with simple structure. *Psychometrika*, **59**, 567–579.
- Kuhn, H. & Tucker, A. (1951) Nonlinear programming. *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probabilities*, California, USA. pp. 481–492.

図 1: プロマックス解で得られる最大因子間相関の数値実験