延長因子分析による尺度改訂の方法

—因子得点推定値、グラム・シュミット直交化そして構造方程式モデリング—

清水 和秋

(関西大学社会学部)

キーワード: 因子分析、項目分析、小包化

Methods for Scale Revision by Extension Factor Analysis:

Using estimates for factor scores, Gram-Schmidt orthonormalization and structural equation modeling

Kazuaki SHIMIZU

(Faculty of Sociology, Kansai University)

Key words: factor analysis, item analysis, parceling

はじめに

項目を対象にした探索的因子分析から多次元尺度を構成する方法が、心理学尺度構成を目的とした研究で活用されている。因子分析の立場からの項目分析では、適切な因子数の決定や因子軸の回転が行われることが必要条件である。残念なことに、過去においては、因子分析と主成分分析の混乱や因子数の決定で Guttman 基準 (固有値 1.0 以上) を機械的に適用したり、単純構造を確認することもなく Varimax 法の直交回転で因子軸の回転を終わったりすることもあった (清水(2003)や柳井(1999)など参照)。

尺度構成を目的とした研究では、一つの標本あるいは調査対象者集団を対象として行われることが多い。この標本の特殊な傾向が、因子分析結果に影響を与えることもある。その例の一つとして、天井効果・床効果という機械的基準で項目を因子分析から除外することによってもたらされることを指摘しておきたい。

Cattell のスクリーを適用して固有値の減衰から因子数を決定する手順や Promax 法による斜交回転により単純構造を求めることは、尺度構成の方法論として定着してきた感がある。そして、因子の不変性に関しても多集団同時分析により検証することが行われるようになってきた (清水, 2011)。

ここでは、Reise, Waller, & Comrey(2000)などで議論されることはあっても実際場面では検討されることの少なかった尺度改訂の方法を延長因子分析の応用として検討してみることにする。そして、小包化した観測変数を項目から確認する方法への応用にも言及してみることにする。

因子分析モデル

ここでは、標準得点を対象とする記述モデルとする。なお、調査参加者の数を N とし、観測変数の数を n 、因子の数を m とし、観測変数の標準得点行列を因子得点行列と因子パターン行列の転置の積と独自因子得点と独自性の対角行列の積の和として表す。

$$(1) \quad \mathbf{Z} = \mathbf{F}\mathbf{V}'_{fs} + \mathbf{U}\mathbf{D}$$

探索的因子分析で推定するのは因子パターン行列であり、因子得点間の相関行列は回転した因子軸間の相関に一致する。因子分析では、観測変数と因子得点の相関は因子構造行列として定義される。

延長因子分析

因子分析では対象としなかった新たな項目を同じ N 人を対象にして収集できたとする。この i 個の項目からなる標準得点行列を $\mathbf{Z}$ と表す。そして、(1)式の標準得点行列を ${}_p\mathbf{Z}$ と表記する。 N 人を対象として、3 種類の標準得点形式の行列を次のように定義してみる。

$$(2) \quad {}_c\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} {}_p\mathbf{Z} & {}_i\mathbf{Z} & \mathbf{F} \end{bmatrix}$$

${}_c\mathbf{Z}$ の積和を N で割り、次のように超行列を定義してみる。なお、ここで、 ${}_{pp}\mathbf{R}$ を探索的因子分析の対象であった相関行列とし、そして、 $\mathbf{V}_{fs}$ は因子構造行列、 $\mathbf{C}_f$ は因子間相関行列とする。 N 人を対象としているので、計算可能である相関行列には添え字に i を付けて次のように超行列を展開してみることにする。

$$(3) \quad \frac{1}{N} {}_c\mathbf{Z}' {}_c\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} {}_{pp}\mathbf{R} & {}_{pi}\mathbf{R}' & \mathbf{V}_{fs} \\ {}_{ip}\mathbf{R} & {}_{ii}\mathbf{R} & \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{fs} \\ \mathbf{V}_{fs} \end{pmatrix} \\ \mathbf{V}'_{fs} & \begin{pmatrix} \mathbf{V}'_{fs} \\ \mathbf{V}'_{fs} \end{pmatrix} & \mathbf{C}_f \end{bmatrix}$$

延長因子分析とは新しく加えた項目と探索的因子分析で定義される因子得点との相関である因子構造行列 ($\mathbf{V}_{fs}$) を推定する方法のことであり、これに $\mathbf{C}_f$ の逆行列を掛ければ、新しく加えた項目の因子パターン行列を得ることができる。その結果、新しく加えた項目を探索的因子分析で得た m 次元の因子空間に布置させることにより、因子空間上で項目分析を行うことができるようになる (Cattell & Tsujioka(1964); 辻岡(1964); 辻岡・清水(1975); 清水(2010))。

($\mathbf{V}_{fs}$) の推定方法

a) 因子得点の推定値を利用する方法

真の因子得点 $\mathbf{F}$ は探索的因子分析の枠組みにおいては具体的に操作することができない。因子得点の推定値によって ($\mathbf{V}_{fs}$) を計算することになる (Hom, 1973)。代表的な回帰法の推定値では、推定値間の値と $\mathbf{C}_f$ とでは値がずれることになる。因子軸間の相関を固定した因子得点の推定方法は、この問題を解決するためであった (清水, 1981)。

b) グラム・シュミット直交化による方法

Steiger(1979)は、因子得点の推定において、真の因子得点と推定値との間で推定残差が無視できるほど小さいとはいえないことそしてこの推定残差がここでいう ($\mathbf{V}_{fs}$) に影響することを明らかにしている。この問題の解決方法として、Gorsuch(1997)は(3)式の既知の情報からグラム・シュミット直交化により ($\mathbf{V}_{fs}$) を推定する方法を提案している。この方法では、まず(3)式を次のように行列 ${}_c\mathbf{P}$ により分解できると想定する。

$$(4) \quad {}_c\mathbf{R} = {}_c\mathbf{P} {}_c\mathbf{P}' + {}_c\mathbf{E} \quad \text{ここで、} \quad {}_c\mathbf{P}' = \begin{bmatrix} \mathbf{P}' & {}_i\mathbf{P}' & {}_f\mathbf{P}' \end{bmatrix}$$

であり、($\mathbf{V}_{fs}$) の推定値が、 $\mathbf{P}$ と ${}_i\mathbf{P}$ の転置の積から得られるとして、(3)式の超行列の左の列の部分行列にグラム・シュミット直交化を適用することにより $\mathbf{P}$ と ${}_i\mathbf{P}$ とを計算する方法である。清水(2012)ではこの計算のための R でのスクリプトを提供している。適用例については、山本・清水(2012)を参照されたい。

c) 構造方程式モデリング(SEM)による方法

観測変数 n を対象とした測定モデルに i 個の項目を潜在変数と共分散関係として置くと、因子得点との関係を推定することができる。SEM では因子得点 $\mathbf{F}$ を操作できるので、他の方法よりは正確な ($\mathbf{V}_{fs}$) の推定値を得る可能性がある。ただし、測定モデルにこの i 個の項目を挿入すると潜在変数の意味が変化する可能性もある。

最後に

小包化した観測変数によって SEM での解析が行われるようになってきた。小包化の適否の評価や山本・清水(2012)のように併存的妥当性の検討も、延長因子分析の応用が期待される分野である。

ここでは、 N 人から 2 種類の観測変数 n と i とを同時に調査できなかったことを前提とした。調査できなかった場合の ($\mathbf{V}_{fs}$) の推定が残された課題である。