数量化を用いた非計量三相主成分分析法

○中村裕子¹

(1 大阪大学人間科学研究科)

キーワード: TUCKER3, 数量化

Three-way principal component analysis by using quantification method

Yuko NAKAMURA¹

(1 Graduate School of Human Sciences, Osaka Univ.)

Key Words: TUCKER3, quantification method

目 的

複数の被験者に対して複数の刺激を呈示し、各刺激に対する複数の反応を測定したデータは、三相データと呼ばれる。こうしたデータに対して主成分分析を行うための手法はいくつか存在するが、そのうちの1つが TUCKER3 (Tucker, 1966) と呼ばれる手法である。

TUCKER3 は、データの数値をそのまま数量として用いる手法である。しかし、データの性質によっては数値をそのまま数量とみなさない方がよい場合もある。例えば名義尺度のデータにおいては、値はラベルとしての意味しかもたない。また順序尺度のデータは値の順序のみが意味を持ち、値の差や比は意味を持たない尺度である。こうしたデータの数値を直接「数量」と見なさず、分析によってふさわしい数量、「数量化得点」を与え、新たな尺度を構成する分析法を「数量化法」という。

本研究では、三相非計量データに対し、数量化と TUCKER3 を同時に行う手法を提案する。提案手法を用いると、データの次元縮約を行うとともに数量化得点の導出を行うことで、データの持つ性質をより多角的に捉えることができる。

提 案 手 法

提案手法の目的関数を、以下に示す。

$$f(\mathbf{Q}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{G}) = \|\mathbf{YQ} - \mathbf{AG}(\mathbf{C} \otimes \mathbf{B})\|^2 \quad (1)$$

これを、制約条件

$$\mathbf{A}'\mathbf{A} = \mathbf{B}'\mathbf{B} = \mathbf{C}'\mathbf{C} = \mathbf{I} \quad (2)$$

$$\frac{1}{hn} \mathbf{q}_j' \mathbf{Y}_j' \mathbf{Y}_j \mathbf{q}_j = 1 \quad (3)$$

$$\mathbf{JY}_j \mathbf{q}_j = \mathbf{Y}_j \mathbf{q}_j \quad (4)$$

のもとで最小化する。

$\mathbf{Y}$ は三相データ行列をダミー変数行列化したものである。ダミー変数行列とは、各変数の該当カテゴリにのみ1が立ち、その他のカテゴリには全て0が入る行列である。 $\mathbf{Q}$ は各変数の数量化得点ベクトルを対角に並べた行列である。また、行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ はそれぞれ各相に対応する主成分負荷行列である。また、行列 $\mathbf{G}$ は主成分同士の結びつきを表現する核行列である。

パラメータの推定手順は、以下の通りである。

まず、数量化得点の算出は、

$$\mathbf{q}_j = \sqrt{hn}(\mathbf{Y}_j' \mathbf{Y}_j)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{y}_j^* (\mathbf{y}_j^*)' \mathbf{y}_j)^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

ただし、

$$\mathbf{y}_j^* = \sqrt{hn}(\mathbf{Y}_j' \mathbf{Y}_j)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{Y}_j' \mathbf{J} \mathbf{y}_j \quad (6)$$

を計算することで求められる。また主成分得点行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{G}$ の推定には、Kroonenberg&de Leeuw(1980)のアルゴリズムを用いた。

実 デ ー タ 解 析

提案手法を実際のデータに適用した。詳細は当日報告する。

考 察

本研究では、数量化を伴う三相非計量データに対する主成分分析の手法を提案した。提案手法は、TUCKER3 モデルにおける既知のデータ行列を、未知パラメータ $\mathbf{Q}$ を用いて $\mathbf{YQ}$ と書き換えたものである。よって、提案手法はTUCKER3 モデルの拡張と見なすことが出来る。実データの解析例からも、提案手法を分析に用いることで、三相非計量データの次元縮約を行うとともに、変数ごとの数量化得点を算出することによって、データの持つ性質をより多角的に捉えられるということが例証された。

引用文献

- Kroonenberg, P.M. and de Leeuw, J. (1980). Principal component analysis of three-mode data by means of alternating least squares algorithms. *Psychometrika*, 45, 69-97
- Tucker, L.R. (1966). Some mathematical notes on three-mode factor analysis. *Psychometrika*, 31, 279-311