多方向波浪場における防波堤周辺の波動場の計算モデル

松見 吉晴*・E. P. D. Mansard**・大野 賢一***

1. はじめに

傾斜堤や消波ブロック被覆防波堤の安定性は、従来、一方向の規則波または不規則波を用いた模型実験によって主に評価されてきた。すなわち、一方向の波浪条件での実験が、実海域の多方向波浪に比較して被災が大きくなると仮定されているからである。この仮定は、多方向波浪の場合、波の方向分散性により作用波力の減少が容易に推測できる防波堤の主幹部に関しては真実であろう。一方、防波堤の堤頭部は、その形状特性から、堤頭部での波の回折および浅水変形、多方向不規則波浪の場合の波の方向分散性により、一方向波浪と比較して作用波力の増大が、特に堤頭部の先端および背面において予測されうる。堤頭部のこの部分での被災事例は、一方向波浪の模型実験 (Vidal ら, 1991, 1992; van der Meer ら, 1992) においても確認されている事実である。

著者ら (1994) は、多方向不規則波浪が堤頭部の安定性に及ぼす影響を検討するため、National Research Council of Canada の多方向造波水槽を用いた実験を行った。その結果、多方向不規則波浪の場合、堤頭部の先端および背面における被災が、一方向不規則波浪の場合より若干大きくなることが確認された。しかし、この被災増大の原因については、堤頭部周辺の波浪変化と密接に関係すると推測できるものの、多方向不規則波浪実験における波高および流速場に関する詳細な多点計測の困難さから、堤頭部周辺の運動学的な諸量 (防波堤周辺の波高分布、流速変化等) と関係づけた定量的な検討がまだ十分に行われていない。

本研究は、多方向不規則波浪場での防波堤の安定性に及ぼす波の方向分散性の影響について、防波堤周辺の波浪場の運動学的特性と関連づけた検討を可能にするため、構造物壁面での部分反射境界も考慮された多方向造波水槽内の斜波および多方向不規則波浪場に関する計算モデルを示すものである。

2. 数値造波水槽モデル

本研究では、直線に配置されたサーペントタイプの造波装置をもつ多方向波浪水槽モデルを想定して、この水槽内の波浪場を Isaacson (1989) の線形回折モデルを拡張した手法に基づき、造波板および防波堤等の固定境界表示に対して特異点分布法を適用して波浪場の数値シミュレーションを行っている。

(1) 支配方程式

計算モデルの座標系を図-1 に示す。Isaacson の回折モデルによると、波動場の速度ポテンシャル Φ は次式のように表される。

$$\Phi = \left\{ \phi_0(x) \cosh(ks) + \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(x) \cos(k_ms) \right\} e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $s=z+d$, x は静水面の点 (x, y) , ω は角周波数, ϕ_0 および ϕ_m は回折波の複素振幅関数である。波数 k および固有値 k_m はそれぞれ次の実正根として求められる。

図-1 造波水槽モデルの説明図

* 正 会 員 工 博 鳥取大学助教授 工学部社会開発システム工学科

** Dr.of Eng. National Research Council of Canada

*** 学生会員 鳥取大学大学院 工学研究科

$$kd \tanh(kd) = \omega^2 d / g \quad \cdots (2)$$

$$k_m d \tan(k_m d) = -\omega^2 d / g \quad \cdots (3)$$

式(1)の右辺第1項が進行波成分, 第2項が回折散乱波成分を表している. 式(1)はラプラス方程式を満足することから, $\phi_m (m=0, 1, 2, \dots)$ は次のヘルムホルツ方程式を満足することになる.

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} + k^2 \phi_0 = 0 \quad \cdots (4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} - k_m^2 \phi_m = 0 \quad (m=1, 2, \dots) \quad \cdots (5)$$

$\phi_m (m=0, 1, \dots)$ は後述する造波板および構造物表面の境界条件, 水槽内の完全消波壁での放射条件に従う.

(2) 造波板上の境界条件

造波板では, 造波板の水平方向の変位速度と造波板に対して法線方向の水粒子速度が等しいことより, 境界条件として次式を得る.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (\text{造波板上 } S_0) \quad \cdots (6)$$

ここに, n は造波板 S_0 より流体中に向う単位法線ベクトル, ξ は造波板の水平変位である. ξ は直線配置のピストン型造波機の場合, Snake principle (Biesel, 1954) により造波板の幅 B を考慮して次のように求められる.

$$\xi(x, t) = ibe^{ik'x} e^{-i\omega t} \quad \cdots (7)$$

ここに, b は静水面位置における造波板の変位振幅, k' は造波板の変位波数である. b および k' は, 波向を θ としたとき, それぞれ次式で与えられる.

$$k' = k \sin \theta \quad \cdots (8)$$

$$b = \frac{a \cos \theta}{\sinh(kd) F_0(kd) \sin \tau} \quad \cdots (9)$$

ここに, $\tau = k'B/2$, F_0 は造波効率を表す. 造波板のセグメント幅 B が広い場合, 造波板から2次の進行波が発生するが, その限界幅 B は波長 L に関係付けられ, $B/L \leq 1/(\sqrt{2} + |\sin \theta|)$ で与えられる (Biesel, 1954).

式(1)および式(7)を式(6)に代入することにより, 造波板での境界条件は次式のように表される.

$$\frac{\partial \phi_0(x)}{\partial n} \cosh(ks) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial \phi_m(x)}{\partial n} \cos(k_ms) = \omega b e^{ik'x} \quad \cdots (10)$$

さらに, 式(10)の左辺の各項の直交性を利用し, 式(10)の両辺に $\cosh(ks)$ および $\cos(k_ms)$ を順に掛けて底面から静水面まで積分することにより, 造波板での境界条件として次式が得られる.

$$\partial \phi_0(x) / \partial n = \omega b e^{ik'x} F_0(kd) \quad \cdots (11)$$

$$\partial \phi_m(x) / \partial n = \omega b e^{ik'x} F_m(k_md) \quad (m \geq 1) \quad \cdots (12)$$

F_0 および F_m は, 一般に次式で与えられる.

$$F_0(kd) = \frac{4k}{2kd + \sinh(2kd)} \int_0^d \cosh(ks) ds \quad \cdots (13)$$

図-2 入射角 γ の説明図

$$F_m(k_md) = \frac{4k_m}{2k_md + \sinh(2k_md)} \int_0^d \cos(k_ms) ds \quad \cdots (14)$$

(3) 部分反射壁上の境界条件

本計算モデルでは, 進行波成分 ϕ_0 の部分反射に関する境界条件を Berkhoff (1976) の方法に従って, 次式で与えている.

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \alpha k \phi_0 = 0 \quad \cdots (15)$$

ここに, $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$ は複素反射率を表し, 一般的な反射率 K_r および反射波の位相のずれ ε と次のように関係付けられる. すなわち, 入射波が $x=0$ の位置の直立壁に対して図-2に示す角度 γ で反射する場合, 波浪場のポテンシャル ϕ_0 は次式で与えられる.

$$\phi_0 = \exp[i(kx \cos \gamma + ky \sin \gamma)] + K_r \exp[i(-kx \cos \gamma + ky \sin \gamma + \varepsilon)] \quad \cdots (16)$$

式(16)を式(15)に代入し整理すると, α_1 および α_2 は次のように表される.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{2K_r \sin \varepsilon \cos \gamma}{1 + K_r^2 + 2K_r \cos \varepsilon} \\ \alpha_2 &= \frac{(1 - K_r^2) \cos \gamma}{1 + K_r^2 + 2K_r \cos \varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad \cdots (17)$$

式(17)より明らかなように K_r , ε および γ を与えれば, 複素反射率 α が求まる.

(4) グリーン関数表示

a) 進行波浪場

ϕ_0 はヘルムホルツ方程式(4)を支配方程式として, 造波板での境界条件(11), 反射壁での境界条件(15)および放射条件に従うが, 本計算モデルでは, 式(4)の数値解析法として造波板および反射壁面に湧き出し分布法を適用している. すなわち, ポテンシャル $\phi_0 (= \phi_0 \cosh(kd))$ は次式で表される.

$$\phi_0(x) = \frac{1}{4\pi} \int_S D(X) G(x, X) dS \quad \cdots (18)$$

ここに, S および X は造波板および反射壁の境界面およびその位置のベクトル表示, $D(X)$ は湧き出し強さの分布関数, $G(x, X)$ はグリーン関数で次式で与えられる.

$$G(x, X) = i\pi H_0^{(1)}(kr) \quad \cdots (19)$$

ここに, $H_0^{(1)}$ は0次の第1種ハンケル関数, $r = |x - X|$ である.

b) 回折散乱波浪場

ϕ_m の支配方程式 (5) の数値解析法として ϕ_0 と同様湧き出し分布法を適用すると、 ϕ_m は 0 次の第 2 種変形ベッセル関数 $K_0(k_m r)$ に比例する表示式で与えられる。この関数値は r の増加に伴い急激に減少することから、回折散乱波は湧き出し位置から十分に離れれば無視できることになる。ここで、 $k_m r = (k_m d)(r/d)$ と変形する。 $k_m d$ は $\pi/2$ より大きい値であり、いま、 $k_m d = \pi/2$ とおくと $r/d = 2, 3$ における K_0 の値は $r/d = 0.1$ での K_0 の値の約 0.014 および 0.0025 倍になる。すなわち、物体境界面より水深の 2, 3 倍離れた位置では、回折散乱波の影響はほとんど無視できる。そこで、本計算モデルでは回折波の成分モードを無視することにした。

(5) 湧き出し強さの分布関数の決定

湧き出し強さの分布関数に関する積分方程式は、造波

板および反射壁に関する境界条件 (式 (11) および (15)) より次のように与えられる。

[造波板の場合]

$$-\frac{1}{2}D(X) + \frac{1}{4\pi} \int_S D(X) \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{X})}{\partial n} dS = \omega b e^{ik_y y} F_0 \cosh(kd) \quad (20)$$

[構造物の場合]

$$-\frac{1}{2}D(X) + \frac{1}{4\pi} \int_S D(X) \left[\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{X})}{\partial n} + k\alpha G(\mathbf{x}, \mathbf{X}) \right] dS = 0 \quad (21)$$

最終的に波浪場のポテンシャル $\phi'_0(\mathbf{x})$ は、中央近似法によって離散化表示すると次式で求められる。

$$\phi'_0(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N D(X_j) G(\mathbf{x}, X_j) \Delta S_j \quad (22)$$

ここに、 X_j は湧き出し点の位置、 ΔS_j は線素長、 N は湧き出し点の総数である。なお、 ΔS の設定は $\Delta S/L \leq 0.2$ の条件 (平石, 1991) に基づいて行っている。

(6) 波浪場の表示

水面変位 $\eta(t=0)$ 、波高 H および位相角 ψ はそれぞれ次のように与えられる：

$$\eta_{t=0} = -\frac{\omega}{g} \operatorname{Im}(\phi'_0) = \frac{\omega}{g} |\phi'_0| \cos \psi \quad (23)$$

$$H = \frac{2\omega}{g} |\phi'_0|, \quad \psi = -\tan^{-1} \left[\frac{\operatorname{Re}(\phi'_0)}{\operatorname{Im}(\phi'_0)} \right] \quad (24)$$

ここに、 $\operatorname{Re}(\)$ および $\operatorname{Im}(\)$ はそれぞれ実部と虚部を表す。

静水面位置 ($z=0$) での平面流速 W および卓越流向 δ は複素流速 $\partial \phi'_0 / \partial x$ および $\partial \phi'_0 / \partial y$ を用いて次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} W &= |\partial \phi'_0 / \partial x + i \partial \phi'_0 / \partial y| \\ \delta &= \tan^{-1} \left[\operatorname{Re} \left(\frac{\partial \phi'_0 / \partial y}{\partial \phi'_0 / \partial x} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

3. 一方向波浪場のシミュレーション

(1) 複素反射率の設定

複素反射率 α を算定する際、構造物の反射率 K_r 、反射波の位相のずれ ε および入射角 γ が必要になる。 K_r は従来の研究成果および実験結果より適切な値が与えられるが、 ε については入射波の波高、周期および波向に関係付けられるものの、その特性は明らかにされておらず適切な値を設定することが困難である。そこで、本研究では ε を変化させたときの計算結果より ε の波浪場に及ぼす影響について検討を行った。一方、入射角 γ については、構造物に対して斜め入射の場合、反射壁前面での波浪場は造波板からの波と他の反射壁からの反射波が重畳することから、適切な γ を選定することが非常に困難

図-3 水面形に及ぼす反射波の位相ずれの影響

図-4 波高分布に及ぼす反射波の位相ずれの影響

である。そこで、本計算モデルでは便宜的に造波波向と反射壁の法線方向となす角度に設定した。ただし、造波波向に対して陰になる反射壁では $y=0^\circ$ とおいている。

図-3は、図-1に示す配置設置された島堤(主幹長: 6 m, 堤頭半径: 1.5 m, $K_r=0.3$)を対象に、 ε を 0, $\pi/4$ および $\pi/2$ と変化させたときの $t=0$ における水面形を示したものである。なお、造波条件は周期 $T=1.7$ s, 波向 $\theta=-15^\circ$, 波高 $H_0=10$ cm の一方向規則波で、水深は 50 cm である。これらの結果より、造波板と堤体との間の波浪場は斜め入射波と反射波の重合場となることから、その水域での水面形には ε の値が大きくなるに伴い当然の結果としてわずかに乱れが生じ出してくる。一方、堤体両端からの回折波形および堤体後方の水面形に対する ε の影響は、 ε の違いによる顕著な変化が見られないことから、ほとんどないと言えよう。

図-4は、 ε の波浪場に及ぼす影響をより定量的に見るため、堤体前方 ($x=5.2$ m), 堤体側方 ($x=10.2$ m) および堤体後方 ($x=17.2$ m) の各位置における波高分布を示したものである。 $x=10.2$ m および 17.2 m での波高分布には ε による顕著な差はないが、 $x=5.2$ m では

図-5 堤頭部周辺の卓越流速ベクトル分布

堤体の反射域で目だった変化が現れている。以上の計算結果より、反射波の位相のずれは反射域の波浪場に顕著な影響を及ぼすが、現在の所、 ε としてどのような値をとればよいか明かでないこと、さらに多方向波浪場の反射域では ε の影響が種々の波向および周期の波の重合により相殺される可能性も考えられることから、本計算モデルでは $\varepsilon=0$ と仮定して計算を進めることにした。

(2) 計算結果

図-5は、式(25)より算定した堤頭部周辺の卓越流速ベクトルを示したもので、波浪条件は $T=1.7$ s, $H_0=10$ cm, $\theta=-15^\circ$ である。本計算モデルでは、回折散乱波モードを無視していることから、堤体近傍の厳密な議論はできないが、これらの図より堤頭部先端および特に背面で大きな流速が認められる。この大きな流速が、Vidal らおよび van der Meer らの一方波浪下での堤体模型実験における堤頭部の先端および背面の被災事例と関係付けられるものと推察できよう。

4. 多方向不規則波浪場への応用

多方向不規則波浪場に関する本計算モデルは、各波向成分および周波数成分の一方波浪場の結果を、多方向不規則波浪の方向分布関数および周波数特性に基づいて線形に重ね合わせるモデルである。なお、ここに示す計算結果は、周波数スペクトルがピアソン・モスコビッツ型(ピーク周波数=1 Hz), 方向分布関数が光易型で $S_{\max}=10$ の条件で行われている。なお計算における波向変化は、主波向 0° の場合が $-45^\circ \sim 45^\circ$ まで、主波向 -15° の場合が $-60^\circ \sim 30^\circ$ までそれぞれ 5° 刻みで 19 種類、周波数は $0.3 \sim 1.7$ Hz の間を 0.2 Hz 刻みで 8 種類変化させている。

図-6は、堤体がない主波向 0° の場合の等波高分布を示したもので、図中の数字は H_0 による無次元波高の値

図-6 主波向 0° の場合の等波高分布

を示す。図より造波板から三角形に $x=12\text{ m}$ 程度まで広がる一様な波高領域が有効造波領域と判定できる。図-1に示す島堤は、主波向 $\theta=-15^\circ$ として求めた有効造波領域内に配置されるように設定されている。

図-7は、主波向 -15° の多方向波浪場における等波高分布および堤頭部周辺の卓越流速ベクトルを示したものである。等波高分布図より、本計算モデルが両堤頭部における波の回折現象および堤体と造波板間の反射域を定性的によく予測していることが認められる。また、堤体背後の無次元波高が0.2以下の値であり、堤体による遮蔽効果が再現されていることも確認できる。一方、卓越流速ベクトル図より、堤頭部先端から背面での流速は、主幹部前面の流速と同程度の大きさである。このことは、多方向不規則波浪の場合、堤頭部先端から背面に対して主幹部と同程度の作用外力の発生がありうることを示すものであろう。なお、流速の大きさが図-5に示す一方向波浪の場合と比較してかなり小さくなっている原因は、本計算モデルにおいて各成分波の位相が考慮されていないことにも関係するが、明らかになっていない。

5. あとがき

本研究では、サーベント型造波装置をもつ水槽内の任意反射防波堤周辺の波浪場が、線形回折モデルと湧き出し分布法の併用により数値シミュレーションされた。従って今後、本計算モデルにより多方向波浪場での防波堤の安定性に関して波動場の運動学的な側面からの検討が行える。その際、本計算モデルの妥当性の検証、構造物での反射波の位相のずれおよび反射角の問題等が残された問題であり、今後多方向不規則波浪水槽を用いた実験によりこれらの問題について検討する予定である。

本研究は、財団法人中国電力技術研究財団の国際交流活動助成金によるカナダ National Research Council of

図-7 多方向波浪場の堤体周辺の等波高分布および卓越流速ベクトル分布

Canada での研究の一部であり、ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 平石哲也 (1991): サーベント型造波装置の有効造波領域の拡張法に関する実験的検討, 海岸工学論文集, 第 38 巻, pp. 126-130.
- Berkhoff, J. C. W. (1976): Mathematical models for simple harmonic water wave diffraction and refraction, Delft Hydraulics Laboratory, Rpt. No. 168.
- Biesel, F. (1954): Wave machines, Proc. of 1st Conf. on Ships and Waves, Hoboken, N. J., pp. 288-304.
- Isaacson, M. (1989): Prediction of directional waves due to a segmented wave generator, Proc. of 23rd Congress of IAHR, Vol. C, pp. 435-443.
- Matsumi, Y., E. P. D. Mansard and J. Rutledge (1994): Influence of wave directionality on stability of breakwater heads, Proc. of 24th ICCE, in press.
- Van der Meer, J. W. and J. J. Veldman (1992): Singular points at berm breakwaters, Coastal Eng., Vol. 17, pp. 153-171.
- Vidal, C., M. A. Losada and R. Medina (1991): Stability of mound breakwater head and trunk, J. of Waterway, Coastal and Ocean Eng. Div., ASCE, Vol. 117, No. 6, pp. 570-587.