MPS法による流体－構造の動的解析に関する検討

Dynamic Analysis of Fluid-Elastic Solids using MPS Method

小笠原敏記¹・菊地重友²・佐々木信也³・堺茂樹⁴

Toshinori OGASAWARA, Shigetomo KIKUCHI, Shinya SASAKI and Shigeki SAKAI

This study provides dynamic analysis of fluid-elastic solids using MPS (Moving Particle Semi-implicit) method. A two-dimensional code based on particle interaction model of MPS method is developed to simulate fluid-structure interaction. The governing equations of elastic structures are characterized by material density, Young's modulus and Poisson's ratio in solids. Meshes are not needed in the MPS method, so that fracture as well as large deformation can be analyzed without mesh distortion. The applicability of the present model is demonstrated for dam breaking. The result is in good agreement with experimental data. Furthermore, structure analysis in a breakwater is carried out with wave propagation. The results raise the possibility that the present model can simulate fluid-structures interaction.

1. はじめに

2008年の富山県入善町で起きた想定波高を超える高波や海水温の上昇に起因して強化する台風による高潮、地震発生確率の高まる東南海・南海沖地震、日本海溝・千島海溝周辺海溝型地震などによる津波において、海岸構造物の破壊、防潮堤の倒壊、家屋や石油備蓄タンクの倒壊による被害が危惧される。それらの一部がまた漂流物となり、二次的な被害にもつながることが予想される。このような現象は、流体の持つ力が固体構造物に作用し、大変形や破壊を引き起こすことに帰着されることから、流体－構造体の連成解析が要求される。近年、計算機の飛躍的な進歩により計算処理速度が向上したことから、気液や固液のような混相場の数値計算が様々な計算手法で行われている(五十里ら, 2004; 陸田・土井, 2006; 川崎・袴田, 2007)。その中でも粒子法の一つであるMPS(Moving-Particle Semi-implicit)法(Koshizuka・Oka, 1996)は、自由表面を含む非圧縮性流れの複雑な流動計算を可能とし、また粒子ベースの剛体解析や弾性構造体の動的解析の適用も試みられている(近藤ら, 2006; 田中ら, 2007)。

そこで本研究では、全く格子を用いない完全ラグランジュ解析手法であるMPS法を用いて、流体－構造の動的解析モデルを開発し、段波による流体の衝突力が及ぼす構造物の変形・破壊過程について、そのモデルの適用性を検討する。さらに、構造物の倒壊前後の流体の水位や速度、圧力の変化および構造物の移動特性も明確にする。

2. 流体－構造の連成解析モデル

(1) MPS法の概要

MPS法は、自由表面を含む非圧縮性流れの複雑な流動を計算する目的で開発された。その特徴は、勾配、発散およびラプラシアンを微分演算子に粒子間相互作用モデルを用いて、微分方程式を離散化する点と圧力計算に密度の時間微分がゼロであることを利用して、計算点の密集度を表す粒子数密度を使用する点にある。粒子間相互作用モデル(勾配モデル、発散モデル、ラプラシアンモデル)はそれぞれ次式のように表わされる。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\phi_j - \phi_i}{|r_j - r_i|} (r_j - r_i) w(|r_j - r_i|) \quad (1)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|r_j - r_i|^2} w(|r_j - r_i|) \quad (2)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) w(|r_j - r_i|) \quad (3)$$

ここで、 d は空間次元数であり、2次元場では2とする。 n^0 は初期の粒子数密度、 ϕ_i , ϕ_j は粒子 i と近傍粒子 j のスカラ変数、 $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{r}_j$ は各粒子の位置ベクトル、 $\mathbf{u}_i$, $\mathbf{u}_j$ は各粒子のベクトル変数、 w は重み関数、 λ は式(3)が拡散方程式の解析解を満たすように定めた係数である。なお、内容の詳細については越塚(2005)を参照されたい。

(2) 支配方程式

流体場には次式の連続の式およびNS方程式を用いる。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} \quad (5)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 $\mathbf{v}$ は速度、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 $\mathbf{g}$ は重力加速度である。式(5)の右辺第1項は圧力勾配項、第2項は粘性項であり、それぞれ粒子間相互

1 正 会 員 博(工) 岩手大学助教工学部建設環境工学科
2 学生会員 岩手大学工学部建設環境工学専攻
3 修(工) 東亜建設工業㈱
4 正 会 員 工博 岩手大学教授工学部建設環境工学科

作用モデル式(1)および式(3)を用いて離散化を行う。

次に、構造物には応力とひずみの関係を線形として次式の弾性体の支配方程式を用いる。

$$\rho \frac{Dv_\alpha}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\lambda \varepsilon_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} + 2\mu \varepsilon_{\alpha\beta}) \quad (6)$$

ここで、 v_α と ρ は構造物の速度と密度(添字 α 、 β は空間座標)、 $\varepsilon_{\gamma\gamma}$ は体積ひずみ、 $\delta_{\alpha\beta}$ はKroneckerのデルタである。また、ひずみテンソル $\varepsilon_{\alpha\beta}$ は、

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \quad (7)$$

と表される。なお、 u_α と u_β は相対変位である。 λ と μ はラメ定数であり、ヤング率 E およびポアソン比 ν より次の関係になる。

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (8)$$

(3) 弾性体の動的解析モデル

弾性構造体を有限個の粒子で表わし、各粒子に座標、速度、角度および角速度の自由度を与える(宋ら, 2005)。弾性体の支配方程式(6)は、右辺第1項を圧力、第2項を応力テンソルと見なすと、次のように表わされる。

$$p = -\lambda \varepsilon_{\gamma\gamma} \quad (9)$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = 2\mu \varepsilon_{\alpha\beta} \quad (10)$$

$$\rho \frac{Dv_\alpha}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} \quad (11)$$

図-1は粒子間の相対変位の計算を示す。粒子 i からみた粒子 j のひずみのない初期配置での相対位置 r_{ij}^0 および計算途中の粒子配置での相対位置 r_{ij} とすれば、相対変位

図-1 粒子間の相対位置

は、

$$u_{ij} = r_{ij} - R r_{ij}^0 \quad (12)$$

と表すことができる。ここで、 R は回転行列である。

そして、相対変位を初期の粒子間距離で割ればひずみが得られるので、粒子間の垂直応力およびせん断応力は、

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij}^n = 2\mu \frac{u_{ij}^n}{|r_{ij}^0|} = \frac{2\mu (u_{ij} \cdot r_{ij}) r_{ij}}{|r_{ij}^0| |r_{ij}|^2} \quad (13)$$

$$\tau_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij}^s = 2\mu \frac{u_{ij}^s}{|r_{ij}^0|} = 2\mu \frac{u_{ij}}{|r_{ij}^0|} - \sigma_{ij} \quad (14)$$

と求められる。ここで、 u_{ij}^n と u_{ij}^s はそれぞれ相対位置 r_{ij} 方向成分とこれに垂直な成分である。また、式(9)の圧力は、ひずみの発散が必要であり、式(2)の発散モデルを用いて粒子の位置で計算する。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\gamma\gamma} &= \text{div } u \\ p_i &= -\lambda (\varepsilon_{\gamma\gamma})_i = -\lambda \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{u_{ij} \cdot r_{ij}}{|r_{ij}^0| |r_{ij}|} w(r_{ij}^0) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

粒子の並進運動は、垂直応力、せん断応力および圧力から、粒子の加速度を垂直応力項、せん断応力項、圧力項に分けて計算される。各項に式(2)を適用すると、次式のように表わすことができる。

$$\left[\frac{\partial v_i}{\partial t} \right]_n = \frac{2d}{\rho_i n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\sigma_{ij}}{|r_{ij}^0|} w(r_{ij}^0) \quad (16)$$

$$\left[\frac{\partial v_i}{\partial t} \right]_s = \frac{2d}{\rho_i n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\tau_{ij}}{|r_{ij}^0|} w(r_{ij}^0) \quad (17)$$

$$\left[\frac{\partial v_i}{\partial t} \right]_p = -\frac{d}{\rho_i n^0} \sum_{j \neq i} \frac{(p_i + p_j) r_{ij}}{|r_{ij}^0| |r_{ij}|} w(r_{ij}^0) \quad (18)$$

さらに、粒子には回転の自由度を与えているため、粒子間のせん断応力により粒子 i が受ける力 F_{ij} は、

$$F_{ij} = m_i \left[\frac{\partial v_{ij}}{\partial t} \right]_s = \frac{2m_i d}{\rho_i n^0} \sum_{j \neq i} \frac{\tau_{ij}}{|r_{ij}^0|} w(r_{ij}^0) \quad (19)$$

となる。ここで、 $m_i (= \rho_i l_0^d)$ は粒子1個の質量であり、 l_0 は初期の粒子間距離を表す。角運動量を保存させるため、粒子に働く力によって発生するモーメントを打消すように粒子 i と粒子 j に半ずつトルクを与える。

$$I_i \frac{\partial \omega_i}{\partial t} = -\frac{1}{2} \sum_{j \neq i} (-r_{ij} \times F_{ij}) \quad (20)$$

ここで、 $I (= ml_0^2/6)$ は等質の正方形とした粒子の慣性

図-2 流体-構造の連成解析アルゴリズム

モーメント, ω は角速度である。最後に, 粒子の速度, 座標, 角速度および回転角を次のように更新して計算する。

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^n + \Delta t \left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} \right]^n \quad (21)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \mathbf{v}_i^{n+1} \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i^{n+1} = \boldsymbol{\omega}_i^n + \Delta t \left[\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial t} \right]^n \quad (23)$$

$$\theta_i^{n+1} = \theta_i^n + \Delta t \boldsymbol{\omega}_i^{n+1} \quad (24)$$

(4) 計算アルゴリズム

図-2は流体-構造の連成解析アルゴリズムを示す。最初に, 各時間ステップにおいて, 流体粒子と弾性体粒子の全粒子を区別することなく非圧縮性流れとして計算を行い, 新しい時刻の速度と位置を求める。NS方程式の粘性項と重力項を陽的に, 圧力勾配項を陰的に計算する。圧力のポアソン方程式の解法には, 反復法の一つであるICCG法を用いる。次に, 上述した動的解析モデルを用いて, 弾性体粒子の相対位置の関係を元の初期相対位置に戻す。このとき, 弾性体の変形は流体運動に比べて微小であるため, 弾性体から流体への作用を無視した構造解析が可能である。最後に, 弾性体粒子の位置の修正が終了したら次の時間ステップに進む。

3. ベンチマーク問題による精度検証

計算手法の妥当性を検証するため, 初期の幅 L , 高さ $2L$ の水柱の崩壊問題をベンチマークとして, 流体底面の先端位置の時間変化をMartin・Moyce(1952)の実験値と比較する。初期配置における粒子間距離 l_0 を 5.0×10^{-3} m, 粒子数密度および圧力の計算に用いる重み関数の影響半径 r_e および r_{icg} をそれぞれ $2.1l_0$ および $4.0l_0$ m, 時間刻み幅

図-3 流体底面の先端位置の時間変化の比較

Δt の上限を 1.0×10^{-3} secと設定した。その結果が図-3であり, 本計算では, 底面壁固定粒子の速度をゼロとしたnon-slip状態で計算を行った。先端位置に関して実験と計算結果は, 概ね良い一致を示していることから, 本数値計算手法が妥当な結果を得ているものと言える。

4. 流体-構造の動的解析

ここでは, 流体の衝突力が及ぼす構造物の変形, 破壊および移動過程について, 流体-構造連成解析モデルの適用性を検討する。

(1) 計算条件

図-4は計算領域であり, 水深 h 一定の鉛直断面二次元水槽とし, 水槽左端に流入部を設置する。そこでの初期水位 H を0.28, 0.42, 0.56mの3通りに変化させ, 異なる波を発生させる。また, 直立壁の弾性体構造物を水槽中央に設置し, ヤング率 E を 1.0×10^6 Pa, ポアソン比 ν を0.3の材料係数を仮定して計算を行う。直立壁高 H_s を0.2, 0.3, 0.4mの3通りとし, その破壊条件には, 初期の粒子間距離から計算途中で変位量 δ が $1 + \delta/l_0 > 1.1$ となったとき, 粒子間の重み関数を強制的にゼロと見なし, 独立した粒子運動となるアルゴリズムを加える。

(2) 計算結果

図-5(a)は初期水位 H に対する直立壁高 H_s の割合が $H_s/H=1.42$ の場合の波形および直立壁の変形過程を示し

図-4 流体-構造連成解析に用いる計算領域

図-5 伝達する波の変形および弾性構造体の変形・破壊過程

図-6 直立壁直前における水位の時間変化の比較

たものである。流入部より伝搬して来た微小な波が直立壁に衝突し、その衝撃力によって直立壁が右側にたわむが、反射波として波が左側に伝搬すると、直立壁は元の位置に戻る様子を表している。一方、図-5(b)は $H_s/H=0.71$ の場合の結果である。砕波した波が直立壁に衝突したとき、その衝撃力の作用により直立壁が大きくたわみ、変位量 δ の限界条件に達した時点で根元から破壊し、倒壊した直立壁を流体が流れる様子を表している。以上の結果より、MPS法による本連成解析モデルが固液場に適用可能であることを示している。

図-7 直立壁直前における鉛直断面平均した水平速度の時間変化の比較

次に、構造物の倒壊の有無による流体の水位、流速および圧力変化について比較検討を行う。図-6は、直立壁直前の $x=1.9\text{m}$ の位置における水位の時間変化を示す。直立壁が倒壊する条件 $H_s/H=0.71$ の最大水位到達後の水位は、越流する条件 $H_s/H=0.17$ および 0.36 よりも速く低下していることがわかる。このときの鉛直断面で平均した水平速度の時間変化を図-7に示す。 $t\sqrt{g/h}=11$ 付近の最大値に余り差は見られないが、 $H_s/H=0.71$ の流速が衝突

図-8 時空間平均した圧力の鉛直分布

後において他の条件の場合よりも速くなっている。これが水位の低下を引き起こした要因と考えられる。

図-8は、0.1秒間毎に1cm²で時空間平均した直立壁に働く最大時の圧力の鉛直分布を示す。H₀/H=1.42では、静水圧に近い分布を示すが、H₀/H=0.71では、底面から約H₀/3の高さまでほぼ様な圧力が働いており、この力に変形と倒壊の原因と推察される。

最後に、流体と構造体の物質の違いを考慮して、直立壁の密度ρを水の1.5倍、動粘性係数νを水の2倍に設定し、倒壊後の構造物の移動距離を比較する。図-9はその結果であり、重心の移動距離の時間変化を示す。構造物の移動には、動粘性係数の影響が強く、νが水と同じ場合、質量が重いほど慣性力に従い移動距離が長くなるが、νが水の2倍になると、質量に関わらず移動距離が短くなる。つまり、漂流物の移動現象を理解するには、流体や底面と構造物の接触面の影響を考慮する必要がある。

5. まとめ

ラグランジュ的な計算点を使用する粒子法の一手法であるMPS法を用いた流体-構造の二次元動的解析手法を開発し、流体の衝撃力による構造物の大変形と破壊を伴う解析が可能となった。また、図-10に示すような構造物同士の衝突による破壊問題にも適用できるので、実験では再現することが難しい現象について、本手法を用いて解析できる可能性を示したと考察される。今後の検討課題として、流体の衝撃力による構造物の滑動や破壊の適切な限界条件の検討が必要である。

本研究は、科学研究費補助金若手研究(B)19710153による成果であることをここに付記する。

参 考 文 献

五十里洋行・後藤仁志・酒井哲郎(2004)：気液二相流粒

図-9 倒壊した構造物の重心の移動距離の時間変化

図-10 構造物同士の衝突および破壊の一例

- 子法による碎波過程の数値シミュレーション，海岸工学論文集，第51巻，pp.111-115.
- 川崎浩司・袴田充哉(2007)：3次元気液多層乱流数値モデルDOLPHIN-3Dの開発と波作用下での漂流物の動的解析，海岸工学論文集，第54巻，pp.31-35.
- 越塚誠一(2005)：粒子法，丸善，9 p.
- 近藤雅裕・越塚誠一・鈴木幸人(2006)：3次元MPS法弾性体解析へのシンプレクティックスキームの適用，機械学会論文集，A編，72巻，716号，pp.425431.
- 宋武燮・越塚誠一・岡芳明(2005)：MPS法による弾性構造体の動的解析，日本機械学会論文集(A編)，71巻，pp.16-22.
- 田中正幸・酒井幹夫・越塚誠一(2007)：粒子ベース剛体シミュレーションと流体との連成，Trans. of JSCES Paper No.20070007
- 陸田秀実・土井康明(2006)：Particle CIP法による高精度な移動境界面の捕獲，土木学会論文集，B編，Vol.62，No.4，pp.376-387.
- Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996)：Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, Nucl. Sci. Eng., 123, pp. 421-434.
- Martin, J.C. and Moyce, W.J. (1952)：An Experimental study of the Collapse of Liquid Columns on Rigid Horizontal Plane, Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A, 244, pp. 312-324.