Lagrange剛体解析とBingham流体構成則の導入による 2次元多相乱流数値モデルの高度化

Sophistication of Two-Dimensional Multiphase Flow Model Taking into Account
Lagrange Analysis of Rigid Bodies and Constitutive Law of Bingham Fluid

川崎浩司¹・小木曾圭祐²

Koji KAWASAKI and Keisuke OGISO

This paper is intended to newly construct a two-dimensional multiphase flow numerical model "DOLPHIN-2D" with solid-gas-liquid phase interaction based on a CIP method and an extended SMAC method, taking into consideration a Lagrange particle-based method for the dynamic motion analysis of multiple rigid bodies. The constitutive law of Bingham fluid is, moreover, introduced into the DOLPHIN-2D in order to compute non-Newtonian fluid dynamics. The utility and validity of the model is verified by applying it to bore-floating body collision / dam-break problems and comparing with the laboratory experiment. The results reveal that the model can appropriately simulate not only the dynamic behaviors of complex shaped multiple bodies but also non-Newtonian fluid motion.

1. 序論

防災・利用・環境を考慮した海岸整備が推進されている今日においても、沿岸域では、津波、高潮・高波などによる人的・物的被害が発生している。沿岸域の防災対策を検討するためには、より詳細な海象現象の解明が必須である。

川崎・袴田(2007)、川崎ら(2007)は、沿岸域の複雑に絡み合う固相-気相-液相といった多相場を高精度に数値解析するために、CIP法と拡張SMAC法に基づく多相乱流数値モデル DOLPHIN-2D/3D (Dynamic numerical model Of muLi-Phase flow with Hydrodynamic Interactions - 2-/3-Dimension)を開発・改良し、その妥当性・有用性を検証してきた。しかし、同モデルは計算格子を用いたEuler的手法に基づいているため、数値拡散の影響により、複雑形状の剛体が激しく回転・並進運動する場合、形状保持の面で問題が残されていた。このような問題を解決するために、例えば、計算格子に依存しない粒子法の一つであるSPH法とCIP法を組み合わせたハイブリッド法であるCIP-SPH法(陸田ら, 2006)など、新たな数値モデルの研究・開発が行われている。

また、フレッシュコンクリートや液状化地盤は、Newton流体と異なった構成則をもつBingham流体として取り扱われることが多い。これまで、フレッシュコンクリートの流動解析を扱った例として、修正bi-viscosityモデルをMAC法に適用した山田ら(1998)、Bingham流体モデルをMPS法に導入した富山ら(2007)の研究があげられる。また、Moriguchiら(2005)はCIP法にBingham流体の構成則を適用し、液状化地盤の流動解析を行っている。このように、非Newton流体を取り扱った研究例がいくつかあるものの、

Newton流体のみを対象としているDOLPHINでは解析ができないため、流体構成則についても検討が必要である。

本研究では、剛体解析の高精度化と非Newton流体への展開を図るため、粒子によるLagrange剛体解析法とBingham流体の構成則を導入した2次元多相乱流数値モデルを構築し、その妥当性を検証することを目的とする。

2. 2次元多相乱流数値モデルDOLPHIN-2Dの高度化

(1) 計算アルゴリズム

本モデルは、川崎・袴田(2007)に示されるように、圧縮性・粘性流体に対する質量保存式と運動方程式、圧力方程式、異相間の割合を示す密度関数の移流方程式、バロトロピー流体の状態方程式で構成されている。

本モデルの計算フローチャートを図-1に示す。本モデルでは、時間分離解法により、質量保存式、運動方程式、圧力方程式を移流段階、非移流段階に分割して計算を行う。なお、基礎方程式の離散化・差分化は不等間隔格子に基づいている。各物理量の移流段階計算には、物理量の移流を高精度に計算可能なCIP法(Yabe・Aoki, 1991)を適用した。ついで、非移流段階では、非圧縮性流体・圧縮性流体を同時に解析可能な拡張SMAC法を駆使し、各物理量を求めている。なお、気液界面で生じる表面張力の影響は、Brackbillら(1992)が考案したCSFモデルにより算定した。また、乱流量についてはSalveti・Banerjee(1995)が開発したdynamic二変数混合モデルDTMに基づくLESモデルにより評価した。非移流段階を計算した後、Xiaoら(1997)と同様に複数剛体の運動解析を行う。得られた固相の移動速度から、次節で述べる粒子を用いたLagrange解析法により剛体解析を行い、得られた粒子位置から固相の密度関数を修正する。その後、全相の密度関数の移流計算をCIP法により行う。なお、気相・液相の移流計算には、固相の移動速度を考慮して修正した流速を用いる。最終的に、全ての

1 正会員 博(工) 名古屋大学准教授 大学院工学研究科
社会基盤工学専攻
2 学生会員 学(工) 名古屋大学大学院工学研究科社会基盤
工学専攻

図-1 計算フローチャート

(a) 従来モデル (密度関数のみ)

(b) Lagrange剛体解析 (粒子と密度関数)

図-2 剛体形状の取り扱い方

物理量を更新し、次の時間ステップへと移行する。

上述した計算を時間ステップごとに繰り返し実施することにより、異相間の相互作用を考慮した複数剛体を含む多相乱流場を数値解析することが可能となる。

(2) 粒子を用いたLagrange剛体解析法

剛体解析後の固相密度関数の様子を示す図-2(a)のように、従来モデルでは、数値拡散の影響により剛体隅角部を十分な精度で保持することが困難であった。そこで、本研究では、固相にのみ設置した粒子をLagrange的に追跡し、粒子位置から各格子内の固相の密度関数を修正することで、剛体解析の高精度化を図る。固相内に粒子を導入する場合、各粒子は任意の位置に配置されるため、粒子の流速を計算格子上の流速を使って評価する必要がある。本モデルでは、陸田ら(2006)と同様、式(1)、式(2)に示す最小二

図-3 Bingham流体の概念図

乗法を用いて、計算格子上の流速を粒子に内挿補間する。

具体的には、計算格子の座標 (x_g, z_g) と計算格子上の物理量 f_g を用いた式(1)の行列を解き、未定係数 a_0, a_1, a_2 を求める。その後、式(2)より、任意の粒子座標 x_p, z_p を用いて、各粒子の物理量 f_p を算定する。

$$\begin{bmatrix} \sum 1 & \sum x_g & \sum z_g \\ \sum x_g & \sum x_g^2 & \sum x_g z_g \\ \sum z_g & \sum x_g z_g & \sum z_g^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum f_g \\ \sum f_g x_g \\ \sum f_g z_g \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$f_p = a_0 + a_1 x_p + a_2 z_p \quad (2)$$

ここで、 Σ は各剛体内における総和を表す。

ついで、内挿補間された流速のみを用いて、式(3)～式(6)に示す粒子によるLagrange剛体解析を行う。まず、内挿された流速により移動した粒子位置と移動前の粒子位置の差、つまり位置変化量 $\hat{r}_i'$ と次の時間ステップの重心位置 $\mathbf{r}_g^{n+1}$ を使って、式(3)により回転角変化量 θ' を算定する。次に、式(4)に示すように、 $\hat{r}_i'$ から導かれる重心の位置変化量 $\mathbf{r}_g'$ と回転・並進運動を同時に表す行列を用いて、重心を中心に剛体形状を保持するよう移動させた粒子の位置変化量 $\hat{r}_i'$ を求める。最終的に、式(5)、式(6)から、次の時間ステップにおける粒子位置 $\mathbf{r}_i^{n+1}$ 、流速 $\mathbf{u}_i^{n+1}$ を算定する。

$$\theta' = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^N m \hat{r}_i' \times (\mathbf{r}_i^n - \mathbf{r}_g^{n+1}) \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_i' = \mathbf{r}_i' + \begin{bmatrix} \cos \theta' - 1 & \sin \theta' \\ -\sin \theta' & \cos \theta' - 1 \end{bmatrix} (\mathbf{r}_i^n - \mathbf{r}_g^{n+1}) \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_i^{n+1} = \frac{\mathbf{r}_i'}{\Delta t} \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \mathbf{r}_i' \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{r}_i^n$ は現在の時間ステップの粒子位置、 N は粒子の総数、 I は慣性モーメントを表す。

上述したLagrange解析で得られた剛体形状と固相の密度関数により定義された剛体形状では、位置に若干の差異が生じることになる。そこで、本モデルでは、図-2(b)に

図-4 複雑形状浮体の動揺解析結果

示すように、粒子の空間分布から固相の密度関数を修正する。その際、固相の密度関数は、式(7)より、計算格子内に存在する粒子の総面積と格子面積の割合で算定される。

$$\phi_i = \frac{\sum S_p}{\Delta S_m} \quad (7)$$

ここで、 S_p は1粒子の面積、 ΔS_m は1計算格子の面積を表す。

(3) Bingham流体構成則の導入

本研究で取り扱うBingham流体とは、図-3に示すように、非Newton流体の一種であり、せん断応力がある降伏応力 τ_y を超えるとNewton流体のような変化特性を示す。計算の安定性上、このような急激な変化を厳密に再現することは困難であるといわれている。そこで、本研究では、図-3に示すように、Bingham流体の構成則をひずみ速度が極めて小さく粘性が大きい領域($|S| \leq S_c$)とそれ以外の領域($|S| \geq S_c$)に分割し、降伏応力付近の変化を滑らかに近似する bi-viscosity モデルを採用した。なお、Moriguchiら(2005)と同様、式(8)に示すMohr-Coulombの破壊基準を用いた。式(8)において内部摩擦角 ϕ を0、粘着力 c をフレッシュコンクリートの降伏値とすると、山田ら(1998)と同様な式となり、式(8)はフレッシュコンクリートの流動解析にまで適用可能となる。そして、式(9)で表現される疑似粘性係数 μ' をNavier-Stokes方程式の粘性係数に導入することにより、流体の構成則の影響をモデルに反映させた。

$$\tau_y = c + p \tan \phi \quad (8)$$

$$\mu' = \begin{cases} \mu + \frac{\tau_y}{|S|} & |S| \geq S_c \\ \mu + \frac{\tau_y}{S_c} & |S| < S_c \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 p は圧力である。 S_c は、山田ら(1998)と同様、式(10)で与えた。なお、式(10)中の μ は粘性係数、 β は任意の定数である。また、ひずみ速度の大きさ $|S|$ は式(11)の関係で示される。

表-1 計算条件

計算領域	1.15m×0.50m
メッシュ数	170×75
計算ステップ間隔	0.0001s
静水深	1.14m
水柱の大きさ	0.20m×0.24m
水の密度	1000.0kg/m ³
物体の密度	800.0kg/m ³
重力加速度	9.80665m/s ²

$$S_c = \frac{\beta \tau_y}{\mu} \quad (10)$$

$$|S| = \sqrt{2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} + 4 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\}} \quad (11)$$

3. 複雑形状浮体の動揺解析

水柱崩壊に伴う段波による複数浮体の漂流問題に本研究で構築したモデルを適用する。表-1に計算条件を、図-4に浮体の動揺解析結果を示す。

図-4の $t=0.000s$ から確認できるように、本解析では不等間隔格子を用いた。 x 方向の格子幅は、 $x=0.0 \sim 0.6m$ 、 $0.6 \sim 1.15m$ の計算領域で、それぞれ $\Delta x=0.01m$ 、 $0.005m$ 、 z 方向に関しては、 $z=0.0 \sim 0.25m$ 、 $0.25 \sim 0.50m$ では、それぞれ $\Delta z=0.005m$ 、 $0.01m$ と設定した。各浮体には1つの計算格子内に x 方向、 z 方向にそれぞれ2個、計4個の粒子が均等に配置されている。なお、十字型浮体の総粒子数は900個、K型浮体の総粒子数は832個である。

図-4に示す $t=0.300s$ では、水柱の急激な崩壊に起因する段波が右方向に伝播し、波峰付近の気相部では強い反時計回りの循環流が発生している。また、段波が浮体に衝突すると、軸対称形状である十字型浮体は、対称軸を中心に安定した姿勢を保つように回転・並進運動しながら漂流している。一方、非対称形状であるK型浮体は段波が衝突すると同時に、時計回りの強い回転を伴いながら右方向へ押し

図-5 実験水槽の諸元

図-6 数値解析の初期条件

図-7 段波と複数浮体の衝突

流される。その後、文字Kが横たわった安定な状態で動揺している様子が認められる。また、時間が経過するにつれ、壁からの反射波の影響により水面は複雑な挙動となっている。したがって、本研究で構築したモデルは、従来モデルで計算が不可能であった複雑形状の剛体を含む多相乱流場を高精度に解析できることが判明した。

4. モデルの定量的な精度検証

前章では、段波に伴う複雑形状浮体の動的挙動に関する数値計算を行い、本モデルの有用性を定量的に確認した。本章では、段波と複数浮体の衝突問題に関する水理模型実験を実施し、本モデルによる計算結果との比較を行うことで、モデルの妥当性を定量的に検証する。

(1) 水理模型実験

アクリル製実験水槽（幅 115.0cm、高さ 40.0cm、奥行 20.0cm）を作製・使用し、水柱崩壊に伴う段波による複数浮体の漂流問題に関する水理模型実験を実施した。水槽の一端から15.0cmの位置に厚さ0.8cm、幅20.5cm、高さ50.0cmのアクリル板を差し込み、これをゲートとした。なお、水理模型実験では、図-5に示すように、ゲートで仕切られた幅15.0cm、高さ40.0cm、奥行20.0cmの領域に水を10.0cm貯留し、ゲートを上方に急開することにより段波を発生させた。なお、ゲート前面領域の静水深は5.0cmとした。実験で使用した正方形浮体（4.0cm×4.0cm）と長方形浮体（4.0cm×8.0cm）の物体密度は、それぞれ464.9kg/m³、288.2kg/m³である。実験では、複数浮体の漂流特性・水面の変動特性を把握するため、高速度デジタルビデオカメラ（200fps）を使用して実験状況を撮影した。

(2) 計算結果と実験結果の比較検証

水理模型実験と同一条件下で、段波と複数浮体の衝突問

題に関する数値計算を行った。図-6は計算領域と初期条件を図示したものである。図-7に本モデルによる計算結果と実験結果を示す。比較対象範囲は図-6に示すとおりである。計算結果と実験結果を比較すると、本モデルは、水柱崩壊に伴う段波が右方向に伝播し、右壁に衝突する様子が実験結果と良く一致している。また、正方形浮体に段波が衝突すると、正方形浮体は僅かながら反時計回りの回転を伴いながら右方向へ漂流する。そして、正方形浮体と長方形浮体が急激に接近した後、段波は長方形浮体に衝突し、長方形浮体を右方向へ押し流す。また、正方形浮体と比較して長方形浮体は密度が小さいため、より漂流距離が長くなることや、段波通過後、浮体間の距離が広がる様子など実験状況を数値計算はよく再現している。

以上のことから、本モデルは水理模型実験でみられた回転・並進を伴う物体の複雑な動的挙動と水面変動を精度良く再現していることが定量的に明示された。

5. Bingham流体構成則を用いたdam-break解析

本研究で導入したBingham流体構成則の妥当性を確認するために、dam-break問題を取り上げ、Newton流体の計算結果と比較する。計算領域を5.0m×5.0mとし、x方向、z方向の計算格子幅は $\Delta x = \Delta z = 0.05\text{m}$ と設定した。Newton流体とBingham流体の初期密度 ρ と表面張力係数 σ はともに1000.0kg/m³、0.072N/mとし、重力加速度 g は9.80665m/s²と一定に設定した。Bingham流体に関するその他の物性値を表-2に示す。なお、本解析では、壁面の境界条件をすべてslip条件とし、流体の構成則のみによる違いを検討するため、乱流モデルを使用しないこととした。図-8にdam-break流体解析結果を示す。同一密度にも関わらず、Newton流体の場合、図-8(a)の $t=0.7\text{s}$ では、すでに流体先端部が4.0m

図-8 dam-break問題の解析結果

表-2 Bingham 流体の物性値

粘着力 c	900.0Pa
内部摩擦角 ϕ	0.1degree
粘性係数 μ	10.0Pa · s
密度 ρ	1000.0kg/m ³
β	0.02

図-9 Bingham 流体解析における $|S| \geq S_c$ の領域

付近に達しているが、図-8(b)に示すBingham流体では約2.0mである。このことから、Bingham流体は流体構成則の違いによりNewton流体と異なる流動特性となることが確認される。また、図-3中の $|S| \geq S_c$ の領域に存在する流体部分を示した図-9をみると、本モデルでは、bi-viscosityモデルの特徴である大きく異なった粘性が混在する流体に対しても、安定した計算が可能であることがわかる。よって、本モデルは、Newton流体から非Newton流体まで幅広い流体の構成則に対しても適用可能なモデルといえる。

6. 結論

本研究では、これまで構築されてきた2次元多相乱流数値モデルDOLPHIN-2Dに、粒子によるLagrange解析法とBingham 流体構成則を導入することにより、モデルの高度化を図った。同モデルを複数浮体と段波の衝突問題に適用し、水理模型実験との比較検証を行った結果、回転・並進を伴う物体の複雑な動的挙動と水面変動を精緻に再現可能であることが明らかとなった。また、Bingham流体のdam-break 解析の結果、同モデルはNewton流体とは異なる流体構成則を考慮した場合においても安定に計算できることが定性的に確認された。

今後、水一構造物の連成問題のみならず、非Newton流体の流動解析にも同モデルを適用し、モデルの精度検証を確認しながら現象解明にモデルを活用する予定である。

謝辞：本研究の一部は(独法)日本学術振興会・科学研究費補助金基盤研究(B)(研究代表者：名古屋大学・水谷法

美, 課題番号：19360222)を受けており、深謝の意を表する。

参考文献

- 川崎浩司・袴田充哉(2007)：3次元固気液多相乱流数値モデルDOLPHIN-3Dの開発と波作用下での漂流物の動的解析, 海岸工学論文集, 第54巻, pp.31-35.
- 川崎浩司・袴田充哉・小木曾圭祐(2007)：不等間隔格子と複数剛体の運動解析法を導入した多相乱流数値モデルDOLPHIN-2D/3Dの構築, 海洋開発論文集, 第23巻, pp.207-212.
- 富山 潤・入部綱清・山田義智・伊良波繁雄(2007)：ビンガム流体の流動解析におけるMPS法の適用, コンクリート工学年次論文集, Vol.29, No.2, pp.43-48.
- 陸田秀美・土井康明(2006)：砕波による衝撃圧の直接推定と構造物の動的解析, 土木学会論文集B, Vol.62, No.3, pp.224-237.
- 山田義智・大城 武・榊田佳寛(1998)：フレッシュコンクリート流動解析へのMAC法の適用, コンクリート工学年次論文集, Vol.20, No.1, pp.131-136.
- Brackbill, J. U., D. B. Kothe and C. Zemach (1992) : A continuum method for modeling surface tension, J. Computational Physics, Vol.100, pp.335-354.
- Moriguchi, S., A. Yashima, K. Sawada, R. Uzuoka and M. Ito (2005) : Numerical simulation of flow failure of geomaterials based on fluid dynamics, Soils and Foundations, Vol.45, No.2, pp.155-165.
- Salveti, M. V. and S. Banerjee (1995) : A priori tests of a new dynamic subgrid-scale model for finite-difference large-eddy simulations, Physics of Fluids, Vol.7, No.11, pp.2831-2847.
- Xiao, F., T. Yabe, T. Ito and M. Tajima (1997) : An algorithm for simulating solid objects suspended in stratified flow, Computer Physics Communications, Vol.102, pp.147-160.
- Yabe, T. and T. Aoki (1991) : Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. one-dimensional solver, Computer Physics Communications, Vol.66, pp.219-232.