IB法による緊張係留浮体の波浪応答に関する有限変位解析

Numerical Simulation of Dynamic Behavior of Tension Leg Floating Body using IB Method

李 光浩¹・水谷法美²・後藤政雄³

Kwang-Ho LEE, Norimi MIZUTANI and Masao GOTO

In the present work, an Immersed Boundary (IB) method is applied to the numerical simulation of dynamic behavior of a tension leg floating body, which is vertically moored. The main feature of the tension leg floating body is the mooring system that maintains tension because of the excess buoyancy. The moving solid interface is represented by a distributed force term in the Navier-Stokes equations, which guarantees implementation of boundary condition over the solid-fluid interface. These equations are discretized on the Cartesian grid, using the finite difference method. The finite displacement of the breakwater, sway and heave, is computed in every time step, using the force balance acting on the floating body. Numerical results are compared with available experimental data and good agreement is achieved.

1. はじめに

海岸域には、航路や危険な障害物周辺での浮標、海上汚染防災用のブーム、および浮体式の防波堤など、様々な目的やそれに応じた形態の浮体が設置されている。特に、浮防波堤は下部に透水域を有しているため、海水交換性や経済性の利点から漁港を中心に建設機会が増大している。さらに近年では、従来のポンツーン式浮体に消波などの付加機能を具備させるなど、高性能浮防波堤が活発に開発されており、より複雑な形状が採用されるようになってきている。

従来、浮防波堤の有効性を検討するための数値計算手法としては微小変位の仮定に基づくポテンシャル理論が主に用いられてきた。しかし、隅角部での渦の発生や浮体天端上への越波、潜水浮体の浮体上での碎波などの現象は浮体の動的波浪応答や波浪制御面で極めて重要であるにも関わらず、線形理論に基づいたモデルでは、直接反映させることは困難で、経験係数などの導入も必要となる。最近では、計算格子で浮体が占有する体積を考慮するFractional Volume (FV) 法を適用し、浮体の波浪動揺を直接解析可能な計算手法が提案されている(水谷ら, 2004)。しかし、FV法を用いた波浪動揺解析では浮体の質量保存や移動境界面での条件の取り扱いなどの問題に加え、曲面などの複雑な形状を持つ浮体式構造物への適用が極めて困難という短所もある。そこで、本研究では、李・水谷(2007)によって開発された従来のデカルト格子上で任意形状の不透過境界を有する物体と流体の連成

解析が可能なImmersed Boundary (IB) 法を緊張係留浮体へ拡張適用し、IB法に基づく浮体の波浪動揺に対する有限変位解析手法を構築することを目的とする。ただし、本研究ではIB法による浮体構造物の波浪応答の有限変位解析への適用性の検証に主眼をおき、回転運動が拘束された鉛直緊張係留浮体を対象として検討を行うこととした。

2. 数値解析

(1) 波浪場モデル

本数値計算で対象とした計算領域の概略図を図-1に示す。本研究で用いる数値波動水槽は、潜堤上や浅瀬で生じる碎波のような複雑な自由表面の変化を精度よく追跡できるVOF法と、流体と構造物の相互作用(Fluid-Structure Interaction; FSI)を解析できるIB法で構成されている。IB法では計算領域内部の構造物による境界条件を満足させる必要があるため、運動方程式に外力項を取り込んで計算を行う。したがって、本数値解析コードにおける流体の支配方程式は、非圧縮性粘性流体を対象とした式(1)の連続式と式(2)のナビエ・ストークス方程式、および式(3)のVOF関数 F に関する移流方程式で構成される。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = Q \quad (1)$$

$$\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + 2\nu \frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j} - \frac{2\nu}{3} \frac{\partial Q}{\partial x_i} - g_i - \nu \mu_j \delta_{j2} + L_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(u_i F)}{\partial x_i} = FQ \quad (3)$$

ここに、 x_i : デカルト座標で $i=1,2$ は x,z に対応、 $u(i=1,2)$: i 方向の流速成分(u,w)、 p : 圧力、 ν : 動粘性係数、 $Q=q(z,t)/\Delta x_z$: 造波ソース、 $q(z,t)$: 造波位置 $x=x_c$ におけるわき出し強さ、 $\Delta x_z: x-x_c$ での x 方向の格子長、 t : 時間、 g : 重力加速度、 ρ : 流体の密度、 D_{ij} : ひずみ速度テンソル、

1 正 会 員 博(工)名古屋大学大学院助教 工学研究科社会基盤工学専攻
2 正 会 員 工博 名古屋大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻
3 学生会員 学(工)名古屋大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻

図-1 計算領域の概略図

(隅角部における法線ベクトルは隣接するラグランジュ点での法線ベクトルの和として定義されている。)

γ : 付加減衰領域で正の値を持つ減衰係数, L_i : IB法で考慮する計算領域内の構造物による i 方向の外力項(オイラー力)である。ここで, オイラー力 L_i は, Diracのデルタ関数を用いることによって次式で与えられる。

$$L_i = \int_{\Omega} \tilde{L}_{ki} \delta(x_i - x_k) dx_k \quad (4)$$

ここに, Ω : デカルト座標系に基づいた計算領域, x_k : 構造物境界面におけるラグランジュ点の座標, $\delta(x_i - x_k)$: Diracのデルタ関数, $\tilde{L}_{ki}$: 構造物境界面で評価される流体力(ラグランジュ力)の強さである。

(2) IB法の概要

Peskin(1977)によって提案されたIB法は, 図-1に示すように計算領域内の流体と構造物の相互作用を解析するため, デカルト格子を座標構造物境界面でのラグランジュメッシュとリンクさせ, 構造物境界面での流体力を用い, 流体の不透過境界条件を数値的に満足させる計算手法である。

近年, IB法は提案時の血液シミュレーションだけでなく, 数値流体力学分野でも幅広く用いられ始めている。水谷・山本(2007)は, スタッガード格子を用いたSMAC法に基づくIB法を提案し, 低レイノルズ数における球体周りの定常および非定常流れ場を解析し, この手法が有効な手法であることを証明した。また, 服部・石原(2003)は, 混合時間スケール(MTS)に基づくSGSモデルを用いて, wavy wall チャンネル流れを対象にIB法によるLES解析を行い, 剥離領域などを有する複雑流況の基本特性を把握することが可能であることを明らかにしている。このように, IB法は他の数値解析手法と組み合わせ, 様々な現象を解析するために用いられている。

構造物の境界面におけるラグランジュメッシュ上の流体力の評価方法に対していくつかの方法が提案されているが, 本研究では, Lima e Silvaら(2003)によるPhysical Virtual (PV) モデルを採用している。なお, PVモデルにおけるラグランジュ力 $\tilde{L}_{ki}$ は, 構造物の境界面におけるラグランジュメッシュ上での力のつり合いを考慮し, 運

図-2 IB法による移動浮体解析の概念図

動方程式に基づいて次式のように表す。

$$\tilde{L}_{ki} = \frac{u_{ki} - u_{fki}}{\Delta t} + u_{kj} \frac{\partial u_{ki}}{\partial x_j} - \nu \frac{\partial^2 u_{ki}}{\partial x_j^2} + \frac{\partial p_k}{\partial x_i} + g_i \quad (5)$$

ここに, u_{ki} : ラグランジュメッシュ上での i 方向の境界面の速度成分, u_{fi} : u_{ki} が定義された位置での流速成分である。

ラグランジュメッシュ上の流体力は, 浮体の移動速度および境界面の勾配を考慮し, 力のつり合いによってno-slip条件を満足するものである。式(5)の速度や圧力の空間微分は次式のラグランジュ補間多項式より求められる。

$$\Phi_i(l) = \sum_m \Psi_m(l) \Phi_m \quad (6)$$

$$\Psi_m(l) = \prod_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^n \left[\frac{x_i(l) - x_i(n)}{x_i(m) - x_i(n)} \right] \quad (7)$$

ここに, l : 計算領域における任意座標, $\Phi_i: l$ における i 方向の速度や圧力などの物理量, m : 補間で用いられる節点, n : 補間多項式の次数である。図-2に示すように, 浮体の境界面に設置されたラグランジュメッシュ上の x 方向の Φ に関しては, ラグランジュメッシュ上の節点 k とラグランジュ点付近での物理量の近似点 l_1 および l_2 を用い, 2次までの補間を考慮する。 z 方向の Φ も同様に, k, l_3 および l_4 を用いて補間を行う。以下に x 方向の補間例を示す。

$$\Phi_l = \frac{(x_l - x_{l1})(x_l - x_{l2})}{(x_k - x_{l1})(x_k - x_{l2})} \Phi_k + \frac{(x_l - x_k)(x_l - x_{l2})}{(x_{l1} - x_k)(x_{l1} - x_{l2})} \Phi_{l1} + \frac{(x_l - x_k)(x_l - x_{l1})}{(x_{l2} - x_k)(x_{l2} - x_{l1})} \Phi_{l2} \quad (8)$$

したがって, 式(5)の空間微分は以下ようになる。

$$\frac{\partial \Phi_l}{\partial x} = \frac{(x_l - x_{l1}) + (x_l - x_{l2})}{(x_k - x_{l1})(x_k - x_{l2})} \Phi_k + \frac{2x_l - x_k - x_{l2}}{(x_{l1} - x_k)(x_{l1} - x_{l2})} \Phi_{l1}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2x_l - x_k - x_{l1}}{(x_{l2} - x_k)(x_{l2} - x_{l1})} \Phi_{l2} \quad (9) \\
 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} = & \frac{2\Phi_k}{(x_k - x_{l1})(x_k - x_{l2})} + \frac{2\Phi_{l1}}{(x_{l1} - x_k)(x_{l1} - x_{l2})} \\
 & + \frac{2\Phi_{l2}}{(x_{l2} - x_k)(x_{l2} - x_{l1})} \quad (10)
 \end{aligned}$$

ただし、ラグランジュ力を算定するために用いられた図-2に示してある l_1, l_2, l_3, l_4 などの物理量は、浮体周辺の計算格子から補間した。以上より、浮体の境界面に分布した各々のラグランジュメッシュ上の力が求められる。また、ラグランジュ力 $\tilde{L}_{ki}$ を式(4)に代入することで構造物によるオイラー力 L_i を算定できる。

(3) 数値計算手法

本研究で用いた基礎方程式をデカルト座標のスタッガード格子に基づいて離散化した。それらの差分近似式を李・水谷 (2007) に従ってTwo-step projection法を適用して解いた。なお、計算領域内の構造物によるオイラー力 L_i は次式のように離散化される。

$$L_i = \sum_k \tilde{L}_{ki} D_i \Delta t_p^2 \quad (11)$$

ただし、構造物によるオイラー力 L_i を算定する際、式(4)中のDiracのデルタ関数は、ラグランジュ力 $\tilde{L}_{ki}$ をオイラー点上に分布させるため、以下のように近似される。

$$D_i(x_k) = \prod_i \left[\frac{f_i[(x_k - x_i)/\Delta x_i]}{\Delta x_i} \right] \quad (12)$$

ここに、 f_i は分布関数であり、次式で定義されている。

$$f(r) = \begin{cases} \tilde{f}(r) & ; |r| \leq 1 \\ 0.5 - \tilde{f}(2-r) & ; 1 < |r| \leq 2 \\ 0 & ; |r| > 2 \end{cases} \quad (13)$$

$$\tilde{f}(r) = \frac{3 - 2|r| + \sqrt{1 + 4|r| - 4|r|^2}}{8} \quad (14)$$

(4) 浮体の動的応答

浮体の移動速度、水平方向および鉛直方向の運動振幅は、浮体の境界面に設けたラグランジュメッシュ上の圧力を積分した波力(H_1, H_2, V_1 , および V_2)、浮体の自重(W)、および係留索の張力(T_1 および T_2)のつり合いから求めた(図-3)。なお、本研究で用いた係留索の張力、浮体の移動速度、水平方向および鉛直方向の運動振幅の算出方法は、水谷ら(2004)が提案した浮体周辺の波動場を解く有限変位に基づく時間発展型の数値解析手法に基づいて解いている。以下に基礎式を示す。

・水平方向の力のつり合い：

図-3 浮体の運動と外力の定義

$$\sum F_x = ma_x = H_1 - H_2 - 2(T_1 + T_2) \sin \theta \quad (15)$$

・鉛直方向の力のつり合い：

$$\sum F_z = ma_z = -V_1 + V_2 + W + 2(T_1 + T_2) \cos \theta \quad (16)$$

・非回転時のモーメントのつり合い：

$$\sum M_{cg,x} + \sum M_{cg,z} + \sum M_{cg,T} = 0 \quad (17)$$

・浮体の底面から水底までの距離(Z):

$$Z = \sqrt{m^2 - X^2} \quad (18)$$

ここに、 m : 浮体の質量、 a_x, a_z : 水平方向および鉛直方向の加速度、 $\sum M_{cg,x}, \sum M_{cg,z}$: 水平方向および鉛直方向のモーメント、 $\sum M_{cg,T}$: 係留索の張力のモーメント、 X : $t_0 + \Delta t$ 秒後の浮体の水平方向の運動振幅である。また、式(18)は、係留索の伸びは非常に小さく無視できるという仮定を基に算出している。式(15)から式(18)の4式を解くことによって、以下に示すタイムステップ毎の係留索の張力 T_1 および T_2 が求まる。

$$T_1 = \frac{A_1 \cos \theta + (A_2 + A_3 \tan \theta) \sin \theta}{4L\Delta t} \quad (19)$$

$$T_2 = \frac{T_1 (L \cos \theta - D \sin \theta) - S_{MOM}}{L \cos \theta + D \sin \theta} \quad (20)$$

なお、式(19)、(20)中の変数は以下のように定義する。

$$\begin{cases} A_1 = (2S_{MOM} - R_V L) \Delta t - mLu_x \\ A_2 = \{(H_1 - H_2)L - R_V D\} \Delta t + m(Lu_x - Du_z) \\ A_3 = \{2S_{MOM} + (H_1 - H_2)D\} \Delta t + mDu_x \end{cases} \quad (21)$$

ここに、 S_{MOM} : 鉛直方向および水平方向のモーメントの総和、 R_V : 鉛直方向に作用する波力(V_1 および V_2)および浮体の自重(W)の総和、 u_x, u_z : $t=t_0$ における水平方向および鉛直方向の移動速度である。また、 $t_0 + \Delta t$ 秒後の浮体の水平方向の運動振幅 X は次式より求めることができる。このとき、鉛直方向の運動振幅に対する流体抵抗は考えないものとしている。

$$X = u_x \Delta t + \frac{1}{2} a_x (\Delta t)^2 \quad (22)$$

係留索が常に緊張状態であるため、水平方向の運動振幅

に伴って鉛直方向の運動振幅が生じるという仮定に基づいて算出した運動振幅を次のタイムステップの条件として計算を行った。

3. 数値解析結果

IB法に基づく数値波動水槽の妥当性を検証するため、波動場に置かれた矩形断面を持つ浮体（幅0.68 m、長さ0.4 m、高さ0.18 m、質量15.7 kg、係留索長0.44 m）前後の水面変動、浮体の水平および鉛直運動振幅の時間変化についてAtaur(2005)による既往の研究結果と比較した。実験条件と同様に、本数値モデルの計算条件は、case1：入射波周期 $T=1.3$ s、入射波高 $H_i=0.074$ m、静水深 $h=0.65$ m、吃水 $d=0.03$ m、波形勾配 $H/L=0.03$ 、およびcase2： $T=1.1$ s、 $H_i=0.056$ m、 $h=0.68$ m、 $d=0.06$ m、 $H/L=0.03$ の2caseである。なお、本モデルで用いた水平方向と鉛直方向の格子長さはそれぞれ $\Delta x=0.02$ mと $\Delta z=0.01$ mとし、時間間隔は $\Delta t=0.001$ sで計算を行うこととした。

図-4は、本研究で構築した数値解析モデルにより計算した移動浮体周辺の代表的な流速ベクトル分布を波一周期間の6つの位相に対して示したものである。また、VOF関数から得られた空間水面変動も同時に示している。同図から、時間の経過に伴って浮体は、波峰が入射してくると岸側に押され（図-4(a)-(c)）、波谷が入射してくると沖側に戻される（図-4(d)-(f)）といった浮体の波浪応答の特性や、それによる水面変動および浮体天端上での碎波の様子などが確認できる（図-4(d)）。また、碎波後に発生する天端上での大きな流速成分により、浮体背後において時計周りの渦の形成が認められる（図-4(a),(f)）。

図-5は、浮体前後の水面変動に関して、本数値解析モ

デルによる計算結果と既往の水理模型実験結果とを比較したものである。なお、図中○印は実験値を、実線は計算値を示す。浮体前面である図-5(a)における水面変動は、ほぼ上下対称な正弦波形を示しているが、より浮体に近い図-5(b)の水面変動は、浮体の動揺と入射波および浮体による反射波の非線形干渉によって非対称性を帯びていることが分かる。ただし、水理模型実験による浮体前面での水面変動には2次波峰が認められるが、数値計算では現れない。これは、後述する浮体の動揺変位に実験と計算結果の若干の差があることが一因であると考えられるが、詳細については、今後、更なる検討が必要である。図-5(c)および(d)に示す浮体背後の水面変動は、浮体の天端上で碎波した波が再生している領域であることから、波峰の分裂による高周波成分が発達しているといえる。これは、川崎・岩田(1997)による潜堤背後での波浪変形の特性と同様であり、本研究で対象とした浮体は潜水式のため、同様の現象で生じていると考えられる。図-5より浮体に近い位置では若干の位相差は認められるが、全般的に数値解析結果と水理模型実験結果との対応は良好と判断できる。

図-6は、本数値解析モデルから得られた浮体の水平運動振幅（sway）および鉛直運動振幅（heave）の時間変化をFV法による数値解析結果とともに水理模型実験結果と比較した例である。なお、FV法による計算は、水谷ら(2004)によって提案されたモデルに基づいて、本モデルと同様の計算条件で行った。図-5と同様に、図中○印は実験値を、実線と破線はそれぞれIB法とFV法による計算値を示す。同図から、FV法ではswayおよびheaveともに、浮体の運動振幅を過大評価していることが認められる。特に、heaveに関しては水理模型実験の結果と大き

図-4 移動浮体周辺の流速ベクトル(case2)

図-5 浮体前後の水面変動の比較(case2)

な差が見られる場合があり、全般的にばらつきが確認できる。対して、IB法による本数値解析モデルでは、heave に関して水理模型実験結果とわずかなずれが見られるものの、FV法に比べて浮体の波浪動揺を適切に再現していると判断できる。このことは、オイラーメッシュに基づいて構造物に作用する外力を算定するFV法に対して、IB法では、構造物の境界面で設けたラグランジュ点において浮体と波の相互作用を考慮することができるためであると考えられる。したがって、IB法による本数値解析手法は浮体の波浪応答を適切に解析できるとともに、工学的に有用なツールとして利用可能であると判断できる。

4. 終わりに

本研究では、IB法を浮体の波浪応答解析に拡張適用し、本数値解析手法がデカルト格子上で浮体の運動振幅やそれに伴う浮体前後の水面変動を良好に再現可能であることを明らかにし、IB法に基づく移動構造物への高い適用性を示した。IB法に基づいた本数値解析モデルは任意形状物体への適用が可能であり、海岸域における様々な浮体の動揺解析に有用なツールとして期待できる。しかし、本研究では、回転運動を考慮しない鉛直係留浮体の波浪動揺のみに限られており、今後は、回転運動を考慮した緊張状態の斜め係留浮体、さらには弛緩係留浮体に本数値解析手法を拡張適用し、鉛直係留浮体同様に浮体周辺の波浪応答の比較・検証を行う予定である。

謝辞：本研究の一部は科学研究費補助金・若手研究(B)

(b) case2

図-6 浮体の水平運動振幅($\Delta X/H$)と鉛直運動振幅($-\Delta Z/H$)

(代表：李光浩，課題番号：20760326)による成果であることを付記し、深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 石井卓也・橋本 敦・中村佳朗 (2006) : Immersed Boundary 法を用いたパラシュートの開傘シミュレーション，第20回数値流体力学シンポジウム講演論文集，B4-3.
- 川崎浩司・岩田好一朗 (1997) : 潜堤による平面2次元波の碎波変形の数値解析，海岸工学論文集，第44巻，pp. 81-85.
- 服部康男・石原修二 (2003) : IB法を用いた複雑地形風況のラージ・エディ・シミュレーション，第17回数値流体力学シンポジウム講演論文集，E5-1.
- 水谷恒一郎・山本 悟 (2007) : 三次元任意形状移動物体周り流れのIBソルバー，第21回数値流体力学シンポジウム講演論文集，D6-3.
- 水谷法美・Ataur Md. Rahman・許 東秀・島袋洋行 (2004) : VOF法による潜水浮体の波浪動揺と波変形に関する有限変位解析手法の開発，海岸工学論文集，第51巻，pp. 701-705.
- 李 光浩・水谷法美 (2007) : Immersed Boundary 法による数値波動水槽の構築とその応用に関する研究—水平円柱周りの波浪場への適用—，海岸工学論文集，第54巻，pp. 821-825.
- Lima e Silva, A. L. F., A. Silveria-Neto and J. J. R. Damasceno (2003) : Numerical simulation of two dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method, J. Comp. Phys., Vol.351, pp. 351-370.
- Md. Ataur Rahman (2005) : Nonlinear Interaction and Dynamic Behavior of Moored Submerged Floating Breakwater under Wave Action, Nagoya University, 149p.
- Peskin, C. S (1977) : Numerical analysis of blood flow in the heart, J. Comp. Phys., Vol.25, pp. 220-252.