MASCON法を用いた北上川上流域の風場の計算

A Mass-consistent Model Applied to the Wind Field in the Upper Kitagami River Basin

東北大学 学生員 張 旭紅 Xuhong Zhang

東北大学 正 員 首藤伸夫 Nobuo Shuto

Three-dimensional wind field are computed. The initial condition is given by interpolation of the observed surface data and the gradient wind estimated from the pressure distribution, provided that the wind profile consists of the surface boundary layer, Ekman layer and free atmosphere. the optimum value of $\alpha=0.13$ which is the ratio Gaussian precision moduli is determined so as that this ratio is equal to the ratio σ_1/σ_2 , σ_i ($i=1,2$) being deviations of the observed field from the desired adjusted field.

Keywords: wind field, the ratio Gaussian precision moduli, the ratio of deviations

1. 目的

流出解析或は地表侵食などの研究には、入力条件として詳細な雨量分布が要求されるが、地表雨量は数少ない観測所からのものしかない。レーダーで測られるのは高空の雨量分布である、それを地表面の雨量分布に換算するには、雨が高空から風によって移流し、雲と相互作用して局地降雨を形成しながら地表面に辿りつく過程を計算しなくてはならない。本研究ではその第一歩として、地表風観測データを用いて風速の空間分布を計算し、地形が風速計算結果へ与える影響を調べる。

2. MASCONモデル

MASCON法は、運動の方程式を直接解くかわりに、その解に近い法則で内挿した3次元格子点の風速ベクトル(U^0, V^0, W^0)を、質量保存側を束縛条件とする変分解析により修正し、質量保存を満たす3次元の風速分布(U, V, W)を観測値から内挿する方法である。

2.1 格子点における初期値内挿法

初期内挿風推定は次の考え方に基づいて行う。

まず、大気は常に中立で、温度成層は考慮しないものとする。つぎに、接地層、上部境界層(EKMAN層)、自由大気の3層に分けられるものとしてモデル化する。接地層内の風速は対数法則に従い変化するが、風向は変わらない。自由大気では地表気圧勾配、コリオリ力、遠心力による傾度風バランスが成立している。

上部境界層では、渦拡散係数 K を一定と仮定して、圧力勾配は鉛直方向に変化なく、定常な風となっているとすると、水平風速分布はつぎの式に示すようなEKMAN螺旋流であたえられる。

$$U=U_0 [1-e^{-z/D} \cos(z/D)]$$

$$V=U_0 e^{-z/D} \sin(z/D)$$

ただし、 $D=\sqrt{(2K/f)}$ 、 f はコリオリパラメータである。

しかし、本モデルは、実測データから内挿により接地層上端風速 U_h 、および風向 θ_0 を求めることとするので、これを上の式に代入しても、同時に両式を満たすことが不可能である。また、実際に観測した風速ベクトルが上の式で与えた分布をしている事は稀である、例えば、図-1は仙台における高層データを示したものである、風速分布は時により大きく変化するが、3例を除き $U'' > 0$ となる分布形で、誤差は大きいものの、相似則を満たしているかのように見える。また、風向は高さに関してほぼ直線的に変化している。従って、ここでは簡単のために、エクマン層内では風速分布はべき法則に従い、風向は接地層上端と自由大気との間で直線的に変化すると仮定する。

エクマン層の厚さは1500mから3000mまでばらつくが、ここでの計算には計算対象時刻の仙台でのエクマン層厚さ3000mを使う。

初期値の具体的な与え方は次の通りである。

1) 観測点地上10m風速の推定

アメダス観測点の時間毎の風速と風向を使い、その点の地上10m風速を推定する。接地層内の風速分布は対数法則で与えられるとする。

$$U(z) = \frac{U_*}{\kappa} \ln\left(\frac{Z_s}{Z_0}\right) \quad \dots (1.1)$$

ここで、 U_* : 摩擦速度

κ : カルマン定数

Z_s : 地上高度

Z_0 : 地表面粗度長(表-1)

Z_0 が決まれば、地上高度 Z_s で測定した風速が $U(Z_s)$ のとき、摩擦速度 U_* は、

$$U_* = \frac{\kappa \cdot U(Z_s)}{\ln(Z_s/Z_0)}$$

で与えられるので、地上高度10m ($Z=10m$) の風速 U_{10} は、

$$U_{10} = \frac{U_*}{\kappa} \ln \frac{10}{Z_0} \quad \dots (1.2)$$

と与えられる。

2) 地上10mの格子点値の内挿

水平格子点の内挿風速を $U_{i,j}$ 、観測点に置ける地上高10mの風速を U_{10n} ($n=1, N$; N は観測点数) とするとき、

$$U_{i,j} = \frac{\sum W_n U_{10n}}{\sum W_n} \quad \dots (1.3)$$

$$W_n = \frac{1}{(x_{i,j} - x_{on})^2 + (y_{i,j} - y_{on})^2 + (z_{i,j} - z_{on})^2}$$

ここで $(x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})$ は格子点の座標、 (x_{on}, y_{on}, z_{on}) は観測点 n の座標である。

3) 気圧分布に基づく傾度風の計算

天気図から台風の中心位置と気圧分布とを読み取り、マイヤーの式で当てはめると、

$$P - P_0 = DP e^{-r_0/r} \quad \dots (1.4)$$

P_0 : 台風中心の気圧

r : 台風中心からの距離

P : r 位置での気圧

係数 r_0 , DP は最小自乗法により決定する。

傾度風の風向は等圧線の接線方向であり、風速は

$$U_g = \sqrt{\left(\frac{fr}{2}\right)^2 + \frac{DP}{\rho} \frac{r_0}{r} e^{-r_0/r}} - \frac{fr}{2}$$

図-1 台風8917号時仙台の高層観測結果

Z_0 , U_0 , θ_0 : EKMAN 層上部境界の高さ、風速と風向

表-1 土地利用別粗度長 Z_0 (m)

ks-202の土地利用コード	土地利用状況	粗度長 Z_0
1、2	農作地帯	0.3
3、4、5	森林	1.0
6	低草原	0.05
7、8、9、10	都市	1.0
11	湖沼	0.0001
12、13、14	河川地	0.05
15	海水域	0.0001

で与えられる。ここで ρ は大気密度である。

4) 上部境界層のベキ指数計算

接地層の厚さ $h(=50\text{m})$ とした)のとき、その上端すなわちエクマン層下端である。地上 h の高さで風速 U_h は(1.1)式から計算される。エクマン層上端 $Z_{\max}$ での風速は傾度風速 U_g である。これらからエクマン層内高さ Z での風速 U_z は、

$$U_z = U_h + (U_g - U_h) \left\{ \frac{Z - h_s}{Z_{\max} - h_s} \right\}^{P_B} \quad \dots\dots\dots (1.5)$$

で与えられるとした。ベキ指数 P_B は

$$P_B = \frac{\log(U_h/U_g)}{\log \{h/(Z_{\max} - h_s)\}} \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

から求めた。

5) 鉛直格子点の内挿

以上により、各水平格子点における接地層、エクマン層内の風速分布が求められるから、その地点での水平風速及び風向の鉛直分布は次のように決定される。

a) 地表面から接地層の高さ h 以内の高度 Z の格子点

$$\text{風速 } U_z = \frac{U_*}{\kappa} \ln \left(\frac{Z - h_s}{Z_o} \right)$$

h_s : 地表面高度

風向 θ_z = 高度10mの風向に同じ ($=\theta_o$)

b) 接地層上端以上の高さの格子点

$$\text{風速 } U_z = U_h + (U_g - U_h) \left\{ \frac{Z - h_s}{Z_{\max} - h_s} \right\}^{P_B}$$

$$\text{風向 } \theta_z = \theta_o + (\theta_g - \theta_o) \left\{ \frac{Z - h_s}{Z_{\max} - h_s} \right\}$$

θ_o : 接地層の風向

θ_g : 傾度風の風向

風向は風の向かう方向を北から時計回りに表す。

c) 各風速成分 U, V

$$U = -U_z \sin \theta_z, \quad V = -U_z \cos \theta_z$$

2. 2 質量保存則(MASCON)による風場の修正

1) 基本方程式

風の観測地点の多くは平地に位置している、これらの地点での観測値から内挿して求めた風の場合は現実の地形の効果をほとんど受けていないため、当然誤差を含んだものとなっている。この誤差の修正は質量保存則を満たし、しかも次式が最小になるように行うものとする。

$$E(\lambda, U, V, W) = \int_V [\alpha_1^2 (U - U^0)^2 + \alpha_1^2 (V - V^0)^2 + \alpha_2^2 (W - W^0)^2 + \lambda \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right)] dx dy dz \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

式(2.1)を最小にする解をもつオイラーラグランジュ方程式は(2.2)と(2.3)である。

$$U = U^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad V = V^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad W = W^0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

さらに(2.2), (2.3)から(2.4)式を導き出せる.

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} = -2\alpha_1^2 \left(\frac{\partial U^0}{\partial x} + \frac{\partial V^0}{\partial y} + \frac{\partial W^0}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

境界条件は底面では法線方向の流速がないことを考えて $\frac{\partial \lambda}{\partial n} = 0$, 他の境界では $\lambda = 0$ とする.

(2.4)を解いて(2.2)に代入すれば真値の流速(U, V, W)が求められる.

2) 基本方程式の解

(2.4)と(2.2)の解(U, V, W)は α_1 、 α_2 の各自の値に関係なく、その比 $\alpha = \alpha_1 / \alpha_2$ だけに依存している. Sherman は通常の世界における水平成分に対する鉛直成分の比から $\alpha = 0.01$ とした¹⁾. 竹内らは α とフルード数の関数として与えた²⁾. さらに、 α は大気安定度によって変化することが指摘されている. 安定な成層は上昇成分が抑えられ山腹を迂回する成分が卓越するので、その時の α は小さいものとなる.

このように、 α は様々な条件により変化すると考えられるが、ここでは、計算結果を使いながら、 α の値を一意的に決定することを考える.

もともと、鉛直風速と水平風速のオーダーが異なっている. 汎関数Eを構成するとき、水平修正成分と鉛直修正成分とのEへの寄与のオーダーが等しくなるように掛けた重みが α_1 、 α_2 である. その定義は

$$\alpha_1^2 = -\frac{1}{2} \sigma_1^{-2} \quad \dots\dots (2.5)$$

である. ただし、 σ_1 は計算された風場(U, V, W)と観測された風場(U_0, V_0, W_0)の標準偏差である.

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum \{(U-U_0)^2 + (V-V_0)^2\}}{M} \quad \sigma_2^2 = \frac{\sum (W-W_0)^2}{M} \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

それ故、定義に従えば $\alpha_1 / \alpha_2 = \sigma_2 / \sigma_1$ となる.

ただし、実際の観測値(U_0, V_0, W_0)は殆ど存在しない. MASCONモデルでは初期として内挿により与えた風の空間分布(U^0, V^0, W^0)で代用するとし、(U_0, V_0, W_0)の代わりに(U^0, V^0, W^0)を(2.6)に使用する.

α を仮定して、それに対応する風場の修正を行い、その結果から σ_2 / σ_1 を(2.6)式で求める、 α と σ_2 / σ_1 との関係が図-2のように得られた、 $\alpha = \sigma_2 / \sigma_1$ となる α が最良の α であるとする.

3. 主な結果

対象地域は範囲は70km×40km四十四田ダム流域である. 地域の西は標高約2000mの岩手山. 1989年8月28日3時に台風17号によって地域上空約24m/sの南東風が吹いた.

図-2 α と σ_2 / σ_1 の関係 ($\alpha_{opt} = 0.13$)

3. 1 計算に使ったデータ：

地形条件：国土数値情報ks-110-1
(250m×250m交点の高さ)
地表風速：アメダスの風観測資料
土地利用条件：国土数値情報ks-2
02 (100m×100m交点の土地利用状況)
傾度風速：地表天気図
格子間隔：DX=1068m，DY=925m，
DZ=100m

3. 2 計算結果

図-3は地表面上100mの初期風速分布を示している。これを出発点にして、 α を変えながら修正計算を行った。その例のいくつかを次に示す。

図-4は $\alpha=1.0$ の場合である。水平流速に対する修正量が小さいため、初期値には近い風速分布が得られた。ただし、質量保存則を満たすためか、 $Y=0$ ， $X=30\sim40$ kmの間で流入が生じている。

図-5に $\alpha=0.1$ の計算結果をしめす。姫神山の付近に風が集中する度合が激しくなり、四十四田ダム貯水池付近の北風が、これにつれて激しくなっている。

図-6は、 $\alpha=0.01$ の計算結果である。姫神山の付近に集中する風はまた弱くなっている。

このように、 α によって水平風速、風向あるいは鉛直風速がかなり変化し、どれが最適のものをきめるのは容易ではない。

次に、 α の変化が鉛直風速に及ぼす影響を見るために、図-7を描いた、これは岩手山の頂上付近東側斜面高度1600m地点の水平風速と鉛直風速である。 α が小さくなるに従って、水平風速に対する修正が大きくなって、鉛直風速の修正が小さくなる。

このような計算例について σ_2/σ_1 を求め、 α との関係を見たのが前出の図-2である。 $\alpha=0.13$ を、今のところ

図-3 初期風速分布（地上100m）

図-4 $\alpha=1.0$ の計算風速分布（地上100m）

図-5 $\alpha=0.1$ の計算風速分布（地上100m）

図-6 $\alpha=0.01$ の計算風速分布（地上100m）

図-7 α の変化に伴う風速計算結果の変化 ($X=22.4\text{Km}$, $Y=10.1\text{Km}$)

図-8 $\alpha=0.13$ の計算水平風速 (レベル1300m)
(黒点で0.5m/s以上の上昇気流が生じている)

最適値であると判断したが、その時の水平風速分布 (高度1300m) を図-8 に示す。姫神山では、上昇気流となっていて、 $\alpha=0.1$ での風の集中に対応している。

4. 結論

α の変化により、風速がきわめて大きく変化する。始めから α を決めて修正計算を実施するのは、時として正しくない結果を得ることになる。この論文では観測値を内挿して与えた初期値を仮の真観測値と見なして σ_2/σ_1 を求め、これと α が等しいことを判断の基準とした。この外にも、最適の α を定める手法があるが、これは今後の検討にまかせるものとする。

〔謝辞〕 本研究にあたっては、日本気象協会研究所竹内義治副主任研究員から多くの御助言を頂いた。記して、御礼申し上げる。

〔参考文献〕

- 1) Sherman, C. A., : A Mass Consistent Model for Wind Fields over Complex Terrain, J. Appl. Meteorol, vol. 17, pp. 312-319, 1978
- 2) 竹内・有沢, : 気流の変分解析の新しい手法, 大気中の浮遊物質の広域輸送に関する研究報告書 (日本気象協会), pp. 62-68, 1989