急勾配開水路流の流速分布特性

Characteristics of Velocity Profiles in Steep Open-Channel flows

群馬大学工学部 正 員 富永晃宏 Akihiro Tominaga
 群馬大学工学部 正 員 江崎一博 Kazuhiro Ezaki
 群馬大学大学院 学生員 藤川智仁 Norihito Fujikawa

Velocity measurements, using fiber-optic laser-doppler anemometer, were conducted in steep open-channel flows on smooth and incomplete rough beds. Bed slope was changed from 1/500 to 1/25, which covers Froude number from 0.5 to 3. In this condition, the law of the wall and turbulence intensity distribution were examined. The von Karman constant κ is probed to universal, but the integral constant A decreases as the bed shear stress becomes larger. This decrease of A can be expressed by the decrease of the damping factor B in the van Driest's mixing length distribution in the near-wall region. Turbulence intensity u' normalized by friction velocity U_* decreases from the semi-empirical universal formula with the increase of the bed shear stress, in the same manner as the velocity distribution.

Keywords: Steep open-channel flow, law of the wall, mixing length, turbulence intensity

1. まえがき

急勾配斜面の抵抗則及び土壌侵食や土砂輸送問題を解明するためには、雨水流などの薄層流や急勾配斜面の高速な流れの構造を明らかにすることが必要である。しかしこのような流れは水深が極めて小さいか、または流速が非常に大きいことから計測が困難であったため、定量的評価が未だに不十分である。石原ら¹⁾、岩垣ら²⁾は、滑面の薄層流において系統的な実験を行い、フルード数の増大とともに対数則の積分定数の値が減少することを見だし、抵抗則にフルード数を導入しようとした。本研究では、まず急勾配斜面の薄層流の抵抗則の体系的な解明を目的として、滑面及び不完全粗面の固定床開水路において、ファイバ・レーザ・ドップラー流速計を用いて主流方向の平均流速及び乱れ強度を高精度に計測した。次に、薄層流よりも比較的水深の大きな急勾配の流れについて実験を行った。これらの結果をもとに、急勾配開水路流の流速分布特性を明らかにし、混合距離理論に基づく考察を行った。また、乱れ強度分布特性についても検討を行った。

2. 実験装置及び方法

実験水路は、長さ4m、幅20cmの亚克力製水路（水路A）と、長さ12.5m、幅40cmの底面に塩ビ板を付設し、側壁がガラス製の水路（水路B）を用いた。水路Aでは勾配を1/500 から1/25まで5通り変化させ、水深を3mm から15mmまで、それぞれの勾配について4, 5通り変化させた³⁾。また、この水路Aにおいてはサンドペーパー（耐水100番）を張り付けた粗面を設置し、滑面とはほぼ同様な水理条件を設定した。この粗度はほぼ不完全粗面領域に属する。水路Bでは、勾配を1/500から1/54まで4通り、水深 h を6mmから50mmまで5通り変化させ、レイノルズ数 $Re = U_m h / \nu$ （ U_m : 平均流速、 ν : 動粘性係数）が比較的大きな流れを対象としたものである。フルード数 $Fr = U_m / \sqrt{gh}$ は0.5程度から3程度まで、レイノルズ数は300程度の層流から 5×10^4 程度まで幅広く変化させた。これらの水理条件を表1に示す。ここで摩擦速度 U_* は $\sqrt{gh}I$ 、 I は水路床勾配、 g は重力加速度である。流速計には2カラー4ビームのファイバ・レーザ・ドップラー流速計（FLDA）を用い、2ビームモードで流速の流下方向成分のみの計測を行った。この流速計は流れに非接触な計測が可能で、さらに分解能及び流速測定精度が極めて高いため、薄層流や高速流の精度の高い計

測が可能となったものである。測定点は底面より0.1mmの距離から、最小0.1mm間隔で水深方向に30点程度とった。流速信号は100Hzまたは200Hzで、サンプリング時間41秒でAD変換され、パーソナルコンピュータで処理された。

3. 平均流速分布特性

実験条件にはレイノルズ数 $Re \leq 500$ の層流や粘性底層が大部分を占めるような抵抗則の遷移領域に属する流れを含んでいる。図1は水深 $h=5.27mm$ の層流の流速分布を示したもので、図中の点線は層流の理論式、

$$U^+ = y^+ (1 - y^+ / 2h) \quad (1)$$

を示す。ここで、 $U^+ = U/U_*$ 、 $y^+ = U_* y / \nu$ である。実験値と理論値はよく一致し本研究で用いたFLDAによる0.1mm間隔の計測が非常に精度の高いものであることが立証された。図2は乱流域に属する主流速 U の鉛直分布の一例を片対数表示で示したもので、(a)は粗面においてほぼ同じ水深に対して勾配を変化させた場合の流速分布の変化を示し、(b)は滑面において水路勾配1/54においてレイノルズ数を変化させた場合の流速分布の変化を示している。図中の破線はせん断応力一定と仮定した粘性底層の流速分布式、同じく点線は乱流の対数則分布式を表わしており、それぞれ次式で表される。

$$U^+ = y^+ \quad (2)$$

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + A \quad (3)$$

ここで、 κ はカルマン定数、 A は積分定数である。円管の場合についてNikuradseは $\kappa=0.4$ 、 $A=5.5$ を与えているが、開水路の場合は $\kappa=0.412$ 、 $A=5.29$ が稲澤⁴⁾によって与えられた。ここでは後者の値を採用した。流速分布は底面から粘性底層、バッファー層を経て直線分布すなわち対数則に移行する従来の壁法則に従う。しかし、乱流域の流速分布は従来の対数則に対して平行なずれを生じている。すなわち対数則における勾配が変化せず、積分定数が小さくなることを意味する。この積分定数の減少量は同一水深では水路床勾配が大きくなるほど大きく、また同一勾配の場合ではレイノルズ数が大きくなるほど大きくなる。この傾向は従来のフルード数の大きな流れの実験結果²⁾と同様である。そこで、実験値の対数則分布領域の線形回帰から求めたカルマン定数 κ のフルード数 Fr に対する分布を図3に示す。 κ は若干のばらつきはあるものの、フルード数による変化はみられず $\kappa=0.412$ にほぼ一致し、 κ の普遍性は非常に高いといえる。一方、

表 1 実験条件

実験 CASE	水路床 勾配 $\downarrow$	水深 $h(cm)$	$74 \cdot t^*$ 数 Fr	$1/\kappa^*$ 数 Re	摩擦速度 $U_* (cm/s)$
NT07	1/500	1.53	0.67	3392	1.71
NT08	"	1.09	0.62	1917	1.54
NT09	"	0.81	0.57	1113	1.22
NT10	"	0.53	0.51	528	0.94
NT12	1/250	1.63	0.93	5105	2.52
NT13	"	1.12	0.86	2669	2.16
NT14	"	0.89	0.88	1975	1.97
NT15	"	0.53	0.94	979	1.42
NT16	"	0.33	0.84	328	1.19
NT17	1/100	1.39	1.55	6722	3.69
NT18	"	1.12	1.53	4864	3.35
NT19	"	0.81	1.45	2921	2.84
NT20	"	0.59	1.36	1706	2.42
NT21	"	0.38	1.27	817	1.93
NT22	1/50	1.11	2.13	6632	4.66
NT23	"	0.90	2.06	4702	4.20
NT24	"	0.60	1.94	2529	3.44
NT25	"	0.37	1.80	1124	2.69
NT26	1/25	0.95	3.05	7382	6.11
NT27	"	0.80	3.01	5610	5.60
NT28	"	0.55	2.87	3139	4.65
NT29	"	0.35	2.56	1412	3.70

実験 CASE	水路床 勾配 $\downarrow$	水深 $h(cm)$	$74 \cdot t^*$ 数 Fr	$1/\kappa^*$ 数 Re	摩擦速度 $U_* (cm/s)$
FT01	1/54	0.63	2.08	3232	3.38
FT02	"	1.13	2.32	9081	4.53
FT03	"	1.92	2.46	21866	5.90
FT04	"	2.88	2.49	40649	7.23
FT05	"	3.88	2.45	62347	8.39
FT06	1/100	0.63	1.79	2884	2.47
FT07	"	1.21	1.82	7853	3.44
FT08	"	2.58	1.95	27615	5.03
FT09	"	3.51	1.94	43487	5.96
FT10	"	5.12	1.85	73138	7.08
FT11	1/250	0.63	1.40	2075	1.57
FT12	"	1.14	1.10	4157	2.12
FT13	"	2.25	1.22	13164	2.97
FT14	"	4.03	1.25	32953	3.97
FT15	"	4.85	1.25	43387	4.36
FT16	1/500	0.58	1.18	1701	1.07
FT17	"	1.00	0.84	2817	1.40
FT18	"	2.08	0.81	8330	2.02
FT19	"	3.05	0.83	15033	2.45
FT20	"	4.47	0.86	28484	2.96

実験 CASE	水路床 勾配 $\downarrow$	水深 $h(cm)$	$74 \cdot t^*$ 数 Fr	$1/\kappa^*$ 数 Re	摩擦速度 $U_* (cm/s)$
RB01	1/25	0.33	1.75	1008	3.59
RB02	"	0.58	1.62	2152	4.75
RB03	"	0.80	2.22	4881	5.60
RB04	"	1.02	2.36	7487	6.33
RB05	"	1.56	2.54	15278	7.81
RB06	1/50	0.33	1.39	801	2.54
RB07	"	0.56	1.55	1976	3.30
RB08	"	0.82	1.74	3993	4.01
RB09	"	1.02	1.81	5761	4.47
RB10	"	1.51	1.98	11395	5.44
RB11	1/100	0.32	1.22	669	1.78
RB12	"	0.50	1.18	1242	2.21
RB13	"	0.81	1.36	2972	2.81
RB14	"	1.03	1.37	4363	3.18
RB15	"	1.51	1.45	8117	3.84
RB16	1/250	0.32	0.60	336	1.12
RB17	"	0.52	0.79	908	1.42
RB18	"	0.83	0.85	1979	1.80
RB19	"	1.02	0.87	2793	2.00
RB20	"	1.50	0.92	5294	2.43
RB21	1/500	0.35	0.32	193	0.82
RB22	"	0.52	0.59	678	1.01
RB23	"	0.84	0.60	1404	1.28
RB24	"	1.04	0.63	2035	1.42
RB25	"	1.51	0.68	3852	1.72

積分定数Aの実験値のフルード数に対する分布を図4に示す。Aはかなりばらついているが、Fr が大きくなるにつれて滑面の定数値5.29より小さくなることを示しており、岩垣²⁾の整理した結果と類似している。しかし、摩擦速度及び水深の評価に含まれる誤差を考慮したとしても、同じフルード数に対してAの値の分布幅が大きく、この傾向をFrだけで説明するのは妥当ではないと考えられる。図2に示した流速分布をみると、対数則の切片の減少は粘性底層の分布から連続的に起こっており、対数則の境界条件である粘性底層端の位置の減少に対応していると考えられる。したがって、次に混合距離理論に基づき、この底面近傍の流速分布の変化について考察することとする。

4. 壁法則と混合距離理論

十分に発達した2次元定常流において、流下方向の運動方程式は結局次の全せん断応力の式に帰着する。

$$\frac{\tau}{\rho} \equiv -\overline{u'v'} + \nu \frac{dU}{dy} = U_*^2 (1 - \xi) \quad (4)$$

ここで、 $\xi = y/h$ 、 ρ は水の密度、 $\rho\nu(dU/dy)$ は分子粘性応力、 $-\rho\overline{u'v'}$ はレイノルズ応力である。Prandtl の混合距離理論によって、混合距離 l を用いてレイノルズ応力を、

$$-\rho\overline{u'v'} = l^2 \left| \frac{dU}{dy} \right| \frac{dU}{dy} \quad (5)$$

と表わし、式(5)に代入して解くと、次式が得られる。

$$\frac{dU^+}{d\xi} = \frac{2R_* (1 - \xi)}{1 + \sqrt{1 + 4l^{+2}(1 - \xi)}} \quad (6)$$

ここで、 $R_* = U_* h / \nu$ 、 $l^+ = U_* l / \nu$ である。これを適当な混合距離 l の仮定のもとに積分すると、粘性底層からバッファ層を経て完全乱流層に至るなめらかな流速分布式が得られる。混合距離の仮定として、Prandtl は一定せん断応力層に対して $l = \kappa y$ と

図1 平均流速分布（層流）

図2 平均流速分布

図3 カルマン定数 κ の分布

図4 積分定数Aの分布

し、式(3)の対数則を導いたことは周知の通りである。岩垣²⁾は水路勾配の大きな流れで対数則の積分定数が減少するのは、自由水面の影響によって混合距離 l の分布が変化するためだとして次のように仮定した。

$$\begin{aligned} l &= \kappa' (y - \delta_L) & : & \delta_L^+ < y^+ < 100 \\ l &= \kappa (y - \delta_L) + l_w & : & y^+ < 100 \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $\kappa' = \kappa + l_w^+ / (100 - \delta_L^+)$ 、 δ_L は粘性底層厚さ、 l_w は自由水面による混合距離の増加量、上付き添え字“+”は ν / U_* による無次元化を意味する。しかし、これは開水路の自由水面に向かってのせん断応力の減少が考慮されておらず、自由水面の影響としてこのような仮定を採用することは適当でない。一方、van Driestは l に減衰関数を導入して粘性底層まで含めてなめらかに流速分布が記述できるようにした。さらに、せん断応力が水面に向かって線形に減少することを考慮して次式が最も妥当であると考えられる。

$$l = \kappa y \Gamma \sqrt{(1 - \xi)} \quad , \quad \Gamma \equiv 1 - \exp(-y^+ / B) \quad (8)$$

ここに、 Γ は減衰関数、 B は流速分布が一致するようにとられた経験定数で、 $B = 26$ が最適とされている⁴⁾。そこで、積分定数 A が変化するのはこの減衰係数 B が変化したものと考えることができる。式(8)において B を変化させたときの混合距離の分布の変化を図5に示す。 B の減少にともない $y/h < 0.5$ 以下の l が増加している。また、図6は図5の l の変化に対応して式(6)より計算された流速分布の変化を示したものである。これらから、 B の変化によって混合距離は底面近くでわずかに変化するだけであるが、流速分布は乱流域で大きな変化を示すことがわかる。したがって、積分定数 A の減少は減衰係数 B の減少によって説明することができたわけである。ただし、この解析では粘性底層が完全に消滅するような完全粗面に対しては適用できない。このような場合について、渦動粘性係数を用いて底面の境界条件を変化させるといった解析が試みられているが^{5), 6)}、ここでは取り扱わないこととする。

各実験ケースにおいて、実測の流速分布が式(6)の計算値と一致するように B の値を決定した。図2には最適な B を決定して計算された流速分布を点線で並示しているが、両者はよく一致している。本実験ではレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ は計測されていないが、式(5)を用いて全せん断応力から粘性応力を引くことによって $-\overline{uv}$ が計算できる。これと式(6)から混合距離 l を計算した結果の一例を図7に示す。図7(a)は全水深

図5 減衰係数 B による混合距離 l の変化

図6 減衰係数 B による平均流速分布の変化

図7 混合距離の実測値と計算値の比較

にわたる分布であり、(b)は底面近傍に着目したものであり、図中の破線は式(8)において最適なBを与えたときの l の分布である。この l の実測値と計算値は全水深にわたる分布形も底面近傍の微妙な変化もよく一致しているといえる。したがって、急勾配水路の流れにおいて対数則の積分定数Aが減少した理由は底面近傍の混合距離 l が変化したためと結論づけられ、混合距離の変化を表すパラメータとしてBが用いられる。Bの値はAと同様にフルード数の増大とともに減少する傾向にあるが、またレイノルズ数及び水深と負の相関を示した。フルード数 Fr は $U_m/\sqrt{gh}=(U_m/U_*)\sqrt{T}$ と変形され、 (U_m/U_*) の値は大幅には変化しないためほぼ水路勾配の効果を表しているといえる。Bは粘性底層からバッファー層にかけての流れの構造に密接な関係があるから、内部変数である速度スケール U_* 及び長さスケール ν/U_* を用いた方が適切であると思われる。そこで、フルード数に内部変数を用いた無次元パラメーター $\Phi \equiv U_*^{3/2}/\sqrt{g\nu}$ を導入することとする。Φに対してBをプロットしたものが図8である。BはΦの増加に伴い減少する事が明らかであり、高い相関を示している。滑面の場合若干ばらついてはいるものの、図中には回帰によって求められた経験式、

$$B = 32.521 \exp(-0.204\Phi) : (\text{滑面})$$

$$B = 44.419 \exp(-0.499\Phi) : (\text{粗面})$$

をそれぞれ示している。このことは一般に底面せん断応力が大きくなるにつれて底面近くの混合距離が大きくなり、乱流域が底面近くにまで及ぶようになることを意味している。また、粗面の場合には U_* の増大とともに相当粗度高さ $ks^+ = ksU_*/\nu$ が大きくなる影響も含まれているものと思われる。

5. 乱れ強度分布

図9に乱れ強度 u' の分布を示す。図中の点線は楠津⁴⁾による壁面近傍の分布を表現した半経験式、

$$\frac{u'}{U_*} = Du \cdot \exp(-\lambda u \cdot \xi) \cdot \Gamma + 0.3y^+ (1 - \Gamma) \quad (9)$$

$$\Gamma \equiv 1 - \exp(-y^+/B') \quad ; \quad Du = 2.26, \lambda u = 0.88, B' = 10$$

である。水路勾配 1/500の場合、実験値は粘性底層付近も含めて式(9)によく一致している。しかし、水路

図8 減衰係数BとΦの関係

図9 底面近傍の乱れ強度分布

勾配が大きくなるにつれて実験値は式(9)に一致せず徐々に低減し、 U_* による普遍表示が成立しなくなる。この乱れ強度分布の特性は、流速分布が低減する傾向と類似している。すなわち粘性底層内の分布は経験式にはほぼ一致しているが、乱れ強度のピーク位置が通常の $y^+=17$ より下に移動し、その位置での経験式の値でピークをとり、結果的にピーク値が低減する。これに伴い乱流域全体の値も低減している。この乱れ強さのピーク値 u' を Φ に対してプロットしたものが図10である。この分布は混合距離の減衰係数Bの分布特性と同様の傾向を示す。そこで、相対乱れ強度 u'/U の分布を示したのが図11である。水路勾配の違いにも関わらず相対乱れ強度はほとんど一致し、乱れ強度と平均流速との間には一定の関係が保たれているといえる。次に乱れエネルギー発生率 $G = (-\overline{u'v'})dU/dy$ を、逆算されたレイノルズ応力を用いて計算した結果を図12に示す。図中にはLaufer⁷⁾による管路流での計測結果を点線で示しているが、これと今回の実験値はほぼ一致し $y^+=10$ 付近でピークをとり、普遍性が保たれていることがわかる。乱れエネルギーの発生が変化しないのに乱れ強さ u' が減少するということは、乱れエネルギーの再配分機構が変化していると考えられる。また、底面せん断応力がある程度大きくなると、バースティング現象に何らかの変化が起きていることを示唆している。ここでは、主流方向成分のみしか計測していないため、この点についてさらに議論を進めることはできないが、今後さらに検討すべき重要な問題であると考えられる。

6. あとがき

ファイバ・レーザ・ドップラー流速計を用いて、急勾配流れの流速分布を極めて詳細に計測した。平均主流速 U の分布は、粘性底層内では従来の線形分布に一致するが、乱流域においては従来の対数則に対して、傾きを示すカルマン定数 κ は変化しないが、積分定数 A が減少する傾向がみられる。この対数則の積分定数 A は底面せん断応力の増加とともに系統的に減少する。これはvan Driestの混合距離表示の中の減衰係数Bの減少、すなわち底面近傍の混合距離の増大によって説明される。また、急勾配流れにおける乱れ強度 u' の分布は、底面近傍のピークの値が減少し全体的に従来の普遍分布より低減し、平均流速と同様の傾向を示す。今後は、壁面近傍の乱れの発生機構について検討する必要がある。最後に、実験及びデータ整理に協力して頂いた群馬大学の根岸邦明、深沢克弘両氏に謝意を表します。

<参考文献>

- (1)石原、岩垣、合田(1951):土木学会論文集第6号、
- (2)岩垣(1953):土木学会論文集第16号、(3)根岸、
- 富永、藤川(1989):土木学会第44回年講、(4)Nezu &
- Rodi(1986):J. Hydraulic Eng. ASCE, vol. 112, No. 5、
- (5)Sill(1982):J. Hydraulic Div. ASCE, vol. 108, No. HY1、
- (6)Wills(1984):J. Hydraulic Eng. ASCE, vol. 111, No. 5、
- (7)Laufer(1954):NACA, TR-1174

図10 乱れ強度のピーク値と Φ の関係

図11 相対乱れ強度分布

図12 乱れエネルギー発生率の分布