植生に覆われた砂床上流れの浮遊砂濃度分布 Suspended Sediment Concentration Distribution of Flow over Vegetated Sand Bed

清水義彦*・辻本哲郎**・北村忠紀***

By Yoshihiko SHIMIZU, Tetsuro TSUJIMOTO and Tadanori KITAMURA

Hydraulics in vegetated streams increasingly becomes important for designing comfortable river environments. In this study, suspended sediment transport is investigated. Firstly, the turbulent structure of open channel flow over a vegetated bed is studied by means of both experiments and numerical analysis based on $k-\epsilon$ turbulence model. Secondly, the turbulent flux of suspended sediment is estimated by assuming a similarity between the change of turbulent flux distribution of suspended sediment due to the presence of a vegetated layer and that of turbulent momentum flux (Reynolds-stress distribution). Based on the above, the concentration distribution of suspended sediment of flow in a vegetated-bed channel is predicted against the vegetation density.

Keywords : *suspended sediment, concentration distribution, turbulent flux, $k-\epsilon$ turbulence model, vegetated channels*

1. まえがき

本研究は植生に覆われた砂床での流れと浮遊砂濃度分布について検討したものである。とくに植生に覆われた砂床での砂の舞い上がりが植生密度によってどのように変化するか、植生層によって変化する乱流構造が浮遊砂濃度分布にどう影響するかに着目して検討した。乱流構造については乱流計測と植生による形状抵抗を考慮した $k-\epsilon$ モデルによる計算を検討手段とし、一方、浮遊砂については乱流フラックスの変化に対してアナロジーを想定して推論したものである。

2. $k-\epsilon$ モデルによる植生に覆われた路床上の流れの計算法

粗面上の流れ場を数値計算する場合、粗度すなわち流れに対する障害物の形状を差分格子網の中に取り込めば、標準型の $k-\epsilon$ モデルを用いて原理的には求められる。しかしながら、河床粗度、とくに植生粗度のように複雑な形状をもつものは容易に差分格子網の中に取り込むことができないし、植生層内部のように透過性を有する粗度内の流れの解析は鉛直二次元解析では扱えない。そこで、粗度形状を差分格子に取り込むことはやめて、Reynolds方程式中に付加された形状抵抗項により表現し、形状抵抗によって生成された乱流エネルギーや逸散率の増加は各々の輸送式中に、source termとして取り入れる。このような形状抵抗項を考慮した基礎方程式の誘導はすでにWilson &

* 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部土木工学科

(〒790 松山市文京町3番)

** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科

(〒920 金沢市小立野2-40-20)

*** 学生会員 金沢大学大学院 工学研究科修士課程土木建設工学専攻

(〒920 金沢市小立野2-40-20)

Shaw (1)によって示されておりk-εモデルに取り込んだ検討がされつつある (たとえば村上ら (2))。ここでも乱流クロージャ-モデルとして汎用性のあるk-εモデルを採用して開水路流れの基礎式に取り込むと次式のように定式化される。

平均流の輸送方程式：

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = g I_e - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} - F_x + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \Gamma \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} \quad (1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} - F_y + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (2)$$

乱れエネルギー (k) の輸送方程式：

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{v_t}{\sigma_k} + v \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{v_t}{\sigma_k} + v \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + P_k - \varepsilon + C_{fk}(F_x U + F_y V) \quad (3)$$

逸散率 (ε) の輸送方程式：

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} + v \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} + v \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} [C_1 \{P_k + C_{f\varepsilon}(F_x U + F_y V)\} - C_2 \varepsilon] \quad (4)$$

連続式：

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

ここに、 P_k は乱れエネルギーの生成項で、

$$P_k = v_t [2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2] \quad (6)$$

ρ ：水の密度、 g ：重力加速度、 I_e ：エネルギー勾配、 $\Gamma = v_t + v$ 、 v_t ：渦動粘性係数、 v ：動粘性係数、 (U, V) ：時間平均流の流下(x)、鉛直(y)方向速度成分、 p' ：静水圧からの偏差、 F_x, F_y ：植生粗度によるx, y方向の単位質量あたりの形状抵抗で、抵抗係数 C_{dx}, C_{dy} を用いて次のように与える。

$$F_x = \frac{1}{2} C_{dx} \lambda U \sqrt{U^2 + V^2} ; \quad F_y = \frac{1}{2} C_{dy} \lambda V \sqrt{U^2 + V^2} \quad (7)$$

ここに、 λ ：植生の密度 (水の単位体積あたりの障害物の遮蔽面積) である。渦動粘性係数は $v_t = C_\mu k^2 / \varepsilon$ として与え、 $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$ は標準型k-εモデルの推奨値とした。

3. 植生に覆われた二次元等流についての実験と数値計算の比較

ここでは水路床に模擬植生を設けて行なわれた開水路実験 (3,4,5) から二次元等流場での流れの構造特性を抽出し、前節で述べた計算でこれらを再現することによって計算方法の妥当性を示す。長さ12m、幅40cm及び50cmの可変勾配式直線水路内の路床にアクリル板を敷き、その上に高さ(K)のそろった円柱(直径D)を等しいスペーシング(中心間隔をsとする)正方形配置、植生の密度 $\lambda \equiv D/s^2$ で水路全幅にわたって植えつけて模擬植生を作成した。植生材料は、Rケースとして6-6ナイロン ($K=4.1\text{cm}$, $D=0.1\text{cm}$, $s=1\text{cm}$, $\lambda=0.1/\text{cm}$) と、Aケースとして竹ひご ($K=4.6\text{cm}$, $D=0.15\text{cm}$, $s=2\text{cm}$, $\lambda=0.0375/\text{cm}$) を用いた。ともに剛性が大きく流れに対して全く変形しない。流速測定は水面形を測定して等流状態を確認した後、Rケースは二成分熱線流速計、Aケースは直径3mmのプロベラ流速計を用いた。

水位が植生高さ以下の場合、流速分布は一樣な分布となり固有浸透流速として定義された一定流速値 U_s は I_e をエネルギー勾配として (形状抵抗に比べ底面摩擦抵抗は小さくこれを無視すると)、

$$U_s = \sqrt{2gI_e / (\lambda C_{dx})} \quad (8)$$

と書ける。ここに、抗力係数 $C_d (=C_{dx})$ は1.0～1.5程度の値で一樣流中の円柱の抗力係数にほぼ一致する (3,4,5)。したがって植生材料とその密度 λ が与えられると、式 (8) から U_s が決まる。

図1に平均流速分布、図2にReynolds応力分布 (便宜的に $-\overline{u'v'}$ で定義する)、図3に縦断方向流速変動の標準偏差 u'_{rms} (乱れ強度) の実測値を示す。植生層内では形状抵抗の出現により、水路床に近づくにつれて主流速は低減し固有浸透流速 U_s に漸近する。また、植生層内では同様にReynolds応力も減衰するが表面流 (植生上の流れ) では形状抵抗からの開放によってReynolds応力分布は直線分布に等しくなる。

図1 模擬植生路床上の流れの流速分布

図2 模擬植生路床上の流れのReynolds応力分布

図3 模擬植生路床上の流れの乱れ強度分布

数値計算に関してはGosmanら(6)のTEACHコードを修正して行なった(欄津・中川(7)の方法を参考にした)。すなわち、コントロールボリューム法にもとづく基礎式の離散化をstaggerd gridについて行ない、離散化式の解法にはPatanker & Spalding (8)のSIMPLEアルゴリズムを用いた。植生層内での計算では、式(7)と同様に円柱の抗力係数程度の C_{dx} を与え、植生層外では C_{dx} を0(C_{dy} は常に0)とする。ただし、乱れエネルギーと逸散率の輸送式中における形状抵抗項にかかる係数 C_{fk} 、 C_{fe} が未定でこれらは実測値に合うように決めた。充分発達した二次元等流場を求めるため、流出部の計算結果を流入部に繰り返し与えて計算値の流下方向変化が充分小さくなったところでの結果を求めた。

図1～3に計算結果を併示すると、平均流速分布の再現性は密生度の異なるR, Aケースともに良好で、しかも C_{fk} 、 C_{fe} も同程度の値を用いればよいことがわかる($C_{fk}=0.07$, $C_{fe}=0.16$)。Reynolds応力についてもRケースの実験結果と良く一致しその再現性は良い。また、縦断方向の乱れ強度については計算された乱れエネルギーをRodi (9)の代数応力関係式を用いて配分して評価した。図3に示すように、その結果はプロベラ流速計による計測結果を含めて実験値を良好に再現しているといつてよい。以上のように、形状抵抗を考慮したk-εモデルによって植生層内外の乱流場をうまく再現できることがわかった。

4. 植生密度の異なる流れの構造についてのk-εモデルによる予測計算

本章では、k-εモデルを条件の異なる流れへ適用し、乱流構造の変化の予測に利用する。すなわち、前章のRun A31を標準とし(平均流速 U_m 、水深H、植生高さKを共通とし)、植生の密生度(D/s^2)を変化させた場合の乱流構造を計算した。計算で得られた流速分布、Reynolds応力分布、渦動粘性係数分布の植生密生度による変化を図4～6に示す。植生密度と抵抗は正の相関があり、 U_m 、Hを共通とするとエネルギー勾配 I_e が変化する。計算によって得られる表面流部ではほぼ三角形分布にしたがうReynolds応力分布を、河床に外挿した値(τ_0)が $\rho g H I_e$ に等しい。これ

図4 流速分布

図5 Reynolds応力分布

図6 渦動粘性係数の分布

図7 流速係数と植生密度

図8 規格化されたReynolds応力分布

から定義される摩擦速度を u_*0 と表す。なお流速係数(U_m/u_*0)と密度の関係を図7に示す。図6中の点線は滑面での渦動粘性係数分布を相似形で大きさが滑面の場合に合致するよう拡大したもので、植生密度による分布の変化はほぼ相似と見做せる。

植生密度を無限に小さくした場合は滑面流れとなるが、植生密度の増加と共に、流速分布には変曲点が現われ、またReynolds応力分布は植生頂部から下方に向かって減衰する形が顕著となる。植生密度が極端に小さい場合は、室田・福原(10)が用いたように表面流・植生内流れを通してべき乗

型の流速分布が適用できるが(むしろ河床でのせん断に起因する流れ)、そうでなければ、著者ら(3,4,5)が用いたような指数型の流速分布で植生内流れが表現できる(植生頂部でのせん断が卓越する流れ)。

図8は $y=H$ で、Reynolds応力を τ_0 で無次元化して示したもので、Reynolds応力分布が密度とともに三角形分布から植生層内で瘦てくるのがわかる。植生層内でのReynolds応力分布の低減率($\Omega(\eta)=\tau(\eta)/[\tau_0(1-\eta)]$)を定義して示したのが図9である。 $\eta_k=K/H$ で、 $\eta>\eta_k$ では $\Omega(\eta)=1.0$ である。図9(a)によると $\eta<\eta_k$ では指数関数による近似が可能と考えられる(図9(b)参照)。

$$\Omega(\eta) = 1.0 \quad (\eta > \eta_k); \quad \Omega(\eta) = \exp\{\gamma(\eta - \eta_k)\} \quad (\eta < \eta_k) \quad (9)$$

図9 植生によるReynolds応力分布の低減率

パラメータ γ と植生の密生度 (D/s^2) の関係は図10に示すようになった。

とくに河床の砂の舞い上がりにかかわると推定される河床での値 τ_b を植生の無い場合の値 τ_0 で規準化したもの、 ψ ($=\Omega(0)$) は、上式を仮定すると、

$$\psi \equiv \tau_b/\tau_0 = \Omega(0) = \exp(-\gamma\eta_k) \quad (10)$$

となる。 ψ と植生の密生度 (D/s^2) の関係も図10に併示した。

図10 γ 、 ψ と植生密度の関係

5. 植生に覆われた砂床からの砂の舞い上がり量の評価

流れの全掃流力 ($\tau_0 = \rho g H I$) が与えられたとき、河床の砂の舞い上がりに対する「有効摩擦速度」 u_{*b} は、次のように与えられ、植生密度の関数にもなる。 $u_{*b} = \sqrt{\psi} u_{*0}$ 。この「有効摩擦速度」を用いれば、植生に覆われない平坦河床の底面濃度式が援用できるものと思われる。これまでいくつかの底面濃度式が提案されている(11)が、従来の実験値はほぼ次の経験式を示唆する。

$$C_a = \alpha(u_{*b}/v_p)^2 \quad (11)$$

ここで、 C_a : 底面濃度、 α は経験定数で、 $\alpha = 0.002$ 程度、また v_p は砂の沈降速度でRubeyの式(11)を用いれば、

$$v_p \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd} = \sqrt{2/3 + 36/d^*} - \sqrt{36/d^*} \quad (12)$$

となる。ここで、 $d^* = (\sigma/\rho - 1)gd^3/\nu^2$ 、 d : 粒径、 σ : 砂の密度、 ν : 水の動粘性係数である。平衡状態での砂の河床からの舞い上がり量は $C_a v_p$ で表される。式(11)によると底面濃度(あるいは河床からの砂の舞い上がり量)は τ_b に比例するから、河床が植生に覆われると植生密度に応じた底面濃度の低減はやはり $\psi = \Omega(0)$ で表される。

6. 植生に覆われた路床上の平衡浮遊砂濃度分布

乱れによる運動量輸送と浮遊砂輸送の間の相似性から、あるいはより具体的に粗度(摩擦速度)急変流の遷移状態でReynolds応力分布の平衡状態のそれからのずれと浮遊砂の乱流フラックス分布の変化の相似性(12)から、4で明らかにされた植生層内のReynolds応力の低減率 $\Omega(\eta)$ は、浮遊砂濃度フラックスの植生層内での変化に対しても適用が期待できよう。

浮遊砂濃度は水深方向に一定の拡散係数を用いることで解析が容易になると言うことで、しばしば水深方向平均値を用いて議論される。植生の無い場合、平衡状態での濃度分布 $C_0(\eta)$ および濃度フラックス分布 $\Psi_0(\eta)$ ($\Psi = \overline{c'v'}$, c' : 濃度変動, v' : 乱れの鉛直方向成分)は次のようになる。

$$C_0(\eta) = C_{a0} \exp(-E_0 \eta); \quad \Psi_0(\eta) = C_{a0} v_p \exp(-E_0 \eta) \quad (13)$$

ここに、 $E = v_p h/\epsilon_s$ 、 ϵ_s は浮遊砂の拡散係数でしばしば流体の渦動粘性係数と同一視される。添字0は、植生が無い場合の値を示し、とくに水深平均値を用いるならば $\epsilon_{s0} = \kappa u_{*0} H/6$ (κ : Karman定数, $E_0 = (6/\kappa)(v_p/u_{*0})$)である。

さて、先述のように植生層内での乱流フラックスの変化を低減率 $\Omega(\eta)$ で簡単に扱うと、河床近くに植生層がある場合の浮遊砂濃度フラックスの水深方向分布は図11に示すように求められる(図11(a)は $\Omega(\eta)$ に対して図9の計算結果を直接適用したもの、(b)は式(9)の近似式を適用したもので、両者の一致は良好である)。

ところで、植生が河床に存在する場合、4で明らかにされたように、渦動粘性係数の水深方向分布は密生度の変

図11 浮遊砂濃度の乱流フラックスの分布

化に対して相似であると近似できる。植生層内と層外での浮遊砂の拡散係数 ϵ_{s1} , ϵ_{s2} としこれらの ϵ_{s0} に対する比を β_1 , β_2 とすると、植生に覆われた砂床での浮遊砂の濃度フラックス分布及び濃度分布は次のように計算される。

$$\frac{\Psi(\eta)}{C_{a0}V_p} = \Omega(\eta) \cdot \frac{\Psi_0(\eta)}{C_{a0}V_p} = \begin{cases} \exp(-E_0\eta) \cdot \exp\{\gamma(\eta-\eta_k)\} & (0 < \eta < \eta_k) \\ \exp(-E_0\eta) & (\eta_k < \eta < 1.0) \end{cases} \quad (14)$$

$$C(\eta) = -\frac{h}{\epsilon_s} \int_0^\eta \Psi(\zeta) d\zeta + C_a \quad (15)$$

$$\frac{C(\eta)}{C_{a0}} = \begin{cases} \Psi\{A[\exp\{-(E_0-\gamma)\eta\}-1]+1\} & (0 < \eta < \eta_k) \\ \Psi\{A[\exp\{-(E_0-\gamma)\eta_k\}-1] - B[\exp(-E_0\eta) - \exp(-E_0\eta_k)]+1\} & (\eta_k < \eta < 1.0) \end{cases} \quad (16)$$

$$A \equiv E_0/(\psi\beta_1(E_0+\gamma)) ; \quad B \equiv 1/\beta_2 \quad (17)$$

図12はこのようにして計算された濃度分布の植生密度による変化を示す(但し、 $\beta_1=\beta_2=1.0$ とした)。植生密度によっては、表面流は清水に保たれるが、浮遊砂分布が表面流に達すると急激に水深方向に拡散することが示されている。

図12 植生に覆われた砂河床流れの浮遊砂濃度分布(計算結果)

7. あとがき

本研究では、 $k-\epsilon$ モデルで植生に覆われた河床上の乱流構造が記述できることを示し、これをもとに浮遊砂の乱流フラックス分布が植生層内でどのように歪まされるかを予測した。この結果、植生に覆われた流路での浮遊砂濃度分布形を植生の密生度と関連づけて求めることができた。植生を伴う流路での流砂挙動は環境に配慮した河川・河道管理に今後ますます重要なものと考えられ、浮遊砂濃度の実測によって本研究の適用性を吟味して行きたい。

なお、本研究の遂行にあたり日本生命財団研究助成を受けた。また、京都大学工学部・中川博次教授、愛媛大学工学部・鈴木幸一教授にはさまざまな便宜を図っていただいた。ともに謝意を表します。

参考文献

- 1) Wilson & Shaw: A high order closure model for canopy flow, *J. Applied Meteorology*, 16, pp.1197-1205, 1977.
- 2) 村上・加藤・Lauder・鈴木: 層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染質拡散性状に関する研究(その6), 生産研究, 1, pp.67-70, 1988.
- 3) 中川・辻本・清水: 植生を伴う開水路流れの構造に関する研究, 水工学論文集, 34, pp.406-411, 1990.
- 4) Tsujimoto & Kitamura: Velocity profile of flow in vegetated-bed channels, *KHL-Commun.*, 1, Kanazawa Univ., pp.43-55, 1990.
- 5) 清水・辻本・中川・北村: 直立性植生を有する流れ場の構造に関する実験的研究, 投稿中, 1990.
- 6) Gosman & Iderish: TEACH-T, A general computer program for two-dimensional turbulent recirculating flows, Dept. of Mech. Eng., Imperial College of Technology, London, S.W. 7, 1976.
- 7) 柳津・中川: 修正 $k-\epsilon$ モデルによる開水路乱流の数値計算, 土木学会論文集, 387, pp.125-134, 1987.
- 8) Patanker & Spalding: A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 1787, 1972.
- 9) Rodi: A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, *ZAMM*, 56, pp.219-221, 1976.
- 10) 室田・福原: 直立性の植物を有する開水路の流れ構造について, 水理講演会論文集, 28, pp.225-231, 1984.
- 11) 中川・辻本: 移動床流れの水理, 新体系土木工学 23, 技報堂出版, 350p., 1986.
- 12) 辻本・斎藤: 非平衡状態での浮遊砂濃度分布, 土木学会論文集, 423, pp.406-411, 1990.