高水敷を有する複断面開水路における3次元乱流の数値計算と実験

Numerical Calculations and Measurements of Three-Dimensional Turbulent Flow
in Compound Open Channels with Flood Plain

橋津家久¹⁾、Dan Naot²⁾、富永晃宏³⁾、中川博次⁴⁾
by Iehisa NEZU, Dan NAOT, Akihiro TOMINAGA and Hiroji NAKAGAWA

Turbulent structures in compound open channel flows were calculated by the energy dissipation model, combined with the algebraic stress model suggested by Naot & Rodi (1982). The three-dimensional flow with secondary currents was solved numerically using the SIMPLE algorithm. These numerical simulations coincide well with the experimental data which were obtained with a two-component fiber-optic laser Doppler anemometer (FLDA) by Tominaga & Nezu (1991).

Key words: *Compound Open Channel, Turbulence Model, 3-D Flows, Secondary Currents, Open-Channel Turbulence.*

1. まえがき

河川・開水路には、河道が湾曲していなくても2次流が発生することが最近の理論的・実験的研究で分かってきた¹⁾。湾曲水路や蛇行河川は、遠心力が作用し、これが起因力になるからかなり強い2次流（ブランドルの第1種2次流という）が発生し、観測や実験は比較的容易で、また、これに関する数値計算も近年の乱流モデル等を使わなくてもかなり正確に流れを予測できる²⁾。

一方、直線水路では遠心力は存在しないが、流れが乱流であると乱れの非等方性により流下方向に渦度が発生し、2次流が形成される¹⁾。この発生機構は上述のブランドルの第1種2次流とはまったく異なるから、第2種2次流とか、乱れに起因する2次流とか呼ばれる。本研究で対象とする直線開水路の3次元流れは、このように乱流自身が惹起する本質的なものであり、次節で簡単にレビューするが、単断面開水路における3次元乱流構造は理論的（数値計算的）にも実験的にもほぼその概要が解明されている¹⁾。

本研究は、単断面よりさらに複雑ではあるが、河川環境のよりよい保全と創造を考慮した新しい水工設計法を確立することを目指して、最近オープンスペースとして重要視されている“河川敷（高水敷）を有した流れ”の3次元乱流構造と各種の物質輸送を数値計算と実験とで解明し、それらのシミュレーション手法を国際共同研究で開発しようとするものであり、これまでに得られた結果の1部を報告する。

2. ブランドルの第2種2次流の研究に関する簡単なレビュー

自由水面を持たない直線状のダクト（管路）に発生する3次元流れは、流体機器の設計の必要上から、その2次流の実験的研究が機械工学等の分野でホットワイヤ流速計を使って1960年代から精力的に行われ、1970年代に入ってLaunder & Ying(1973)³⁾を筆頭に乱流モデルを駆使して、この複雑な2次流を数値シミュレーションする試みがなされてきた。この2次流は、ダクトのコアから隅角部に向かう流れであるから、

1) 正会員	工博	京都大学助教授	大学院環境地球工学教室	(〒606 京都市左京区吉田本町)
2)	工博	テルアビブ大学教授	Holon教育センター流体力学科	(Holon 58102, ISRAEL)
3) 正会員	工博	名古屋工業大学助教授	工学部社会開発工学科	(〒466 名古屋市昭和区御器所町)
4) 正会員	工博	京都大学教授	大学院環境地球工学教室	(〒606 京都市左京区吉田本町)

コーナ流とも言われ、これに関して Bradshaw(1987)⁴⁾ による優れた研究レビューがある。

一方、自由水面を有する開水路乱流にも第2種2次流が存在することが、戦前より多くの河川技術者によって示唆されてきたが、実験室でさえその実測は困難なため、ダクトの2次流からそのパターン等を推測していたに過ぎなかった。そして、やっと10年ほど前から高精度のレーザ流速計の開発のおかげで、この2次流の実測が可能となり、研究が本格化してきたのである。

その結果、水路幅/水深比 (B/h 、アスペクト比という) が

5以下の”狭水路”では最大流速点が水面より降下して水路全断面で3次元流れとなり、一方、 $B/h > 5$ の”広水路”では流れと河床との相互作用により2次流セル群(縦渦)が形成させることが解明された¹⁾。特に重要な発見は、自由水面が一種の”弱い壁”となって、鉛直方向の乱れ成分をダクト流に比べてより低減させるために、乱れの非等方性が強くなり、2次流のパターンがダクトのそれとは本質的にまったく相違することである⁵⁾。図・1は、3次元流れの形成機構を示す理論である⁶⁾。鉛直方向の乱れ強度 $\overline{v^2}$ と横断方向の乱れ強度 $\overline{w^2}$ との差($\overline{w^2} - \overline{v^2}$)が渦度を発生させ、2次流(V, W)が形成される。この2次流が今度は主流 U や河床せん断応力を歪ませ、流れが3次元構造を呈する。これらは複雑なフィードバック系を構成するが、乱れの非等方性($\overline{w^2} - \overline{v^2}$)が起因力であり、この項にアスペクト比などの水路形状や自由水面の有無などの境界条件が影響する。このような実験室データで裏付けられた3次元乱流理論は、実験室よりレイノルズ数が1オーダー以上大きい実河川の3次元流れにも適用できることが最近解明されつつある⁶⁾。

したがって、開水路の3次元乱流構造を数値計算するには、乱流モデルに壁面及び自由水面による乱れの非等方性を如何に取り入れるかが最も本質的な研究項目となる。このため、水工学の分野でも最近よく使われる標準型 $k-\epsilon$ モデルは、等方性乱流を前提としているから2次流の計算には適用できない。

Naot & Rodi(1982)⁷⁾は、Rodiらが開発した代数応力モデル²⁾を拡張して最も基本的な長方形単断面の開水路の2次流を初めて数値計算したが、その計算値は後にNezu & Rodi(1985)⁸⁾によって行われたレーザ流速計を駆使した実測値ときわめてよい一致を示し、正しくPredictionの好例として高く評価されている。流れが高水敷を有する複断面水路になっても図・1の乱流機構は同じであるから、代数応力モデルを使ってその3次元乱流構造を数値予測できると期待される。新規に問題となるのは、固定壁面及び自由水面の境界条件の取り方であり、本研究ではここに焦点を当てて研究開発している。

なお、最近の乱流モデルを使つての数値計算に関するレビューが河原(1992)⁹⁾によって行われている。

3. 代数応力モデル

本研究で使われる代数応力モデルは、Launderら(1975)¹⁰⁾のフル応力モデルに、乱れエネルギー G とその逸散 ϵ の平衡近似、及び圧力-歪の相関項に壁面近似を導入して誘導されるかなり複雑な輸送式である。紙面の制約で、詳細は文献11)を参照されたいが、2次流を支配するレイノルズ応力は次のようになる。ただし、数値計算のプログラム上では便宜的に、主流を z 軸に、問題としている2次流断面を $x-y$ 軸(x 軸=横断方向、 y 軸=鉛直方向)に新たに定義しており、混乱しないように注意されたい。

$$\overline{v^2} = \frac{k}{(C_1 + 2C_3)} \left[\frac{2}{3} \left(\alpha - \frac{1}{2}\beta + C_1 - 1 \right) + \frac{\beta}{\epsilon} \left(\overline{vw} \frac{\partial W}{\partial y} - \overline{uw} \frac{\partial W}{\partial x} \right) \right] - 2\nu_t \frac{\partial V}{\partial y} \quad (1)$$

$$\overline{u^2} = \frac{k}{C_1} \left[\frac{2}{3} \left(\alpha - \frac{1}{2}\beta + C_1 - 1 \right) + \frac{\beta}{\epsilon} \left(\overline{uw} \frac{\partial W}{\partial x} - \overline{vw} \frac{\partial W}{\partial y} \right) + C_3 \frac{\overline{v^2}}{k} \right] - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2)$$

図・1 直線状開水路・管路の3次元流れ（2次流）の形成機構

$$\overline{uv} = \frac{\beta}{\left(C_1 + \frac{3}{2}C_3\right)} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uw} \frac{\partial W}{\partial y} + \overline{vw} \frac{\partial W}{\partial x} \right) - \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.7636 - 0.06 f_1 & C_1 &= 1.50 - 0.50 f_1 \\ \beta &= 0.1091 + 0.06 f_1 & C_3 &= 0.10 f_2 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 f_1 及び f_2 は、それぞれ固定壁面からの距離、及び自由水面からの距離に依存するパラメータであり、圧力歪の相関項に導入された壁面近似である。 f_1 及び f_2 の記述として、Naot & Rodi⁷⁾ は、これらが距離の2乗に反比例すると仮定し、良好な結果を得ており、本研究でもこの関係式を使うことにする¹¹⁾。

4. 境界条件

4. 1 固定壁面の境界条件：これは、ダクト流と同様であり、レイノルズ数が十分大きければ第1格子点を、 $50 < y_1^+ < 100$ の $G \equiv \varepsilon$ の平衡領域に取れて、いわゆる壁関数が利用できる²⁾。この手法はすでに確立されていると考えてよい。すなわち、

$$k_1 = \frac{1}{\sqrt{C\mu}} U_*^2 \quad (5), \quad \varepsilon_1 \equiv \frac{C\mu^{3/4}}{\kappa} \frac{k_1^{3/2}}{\ell} = \frac{1}{\kappa y_1} U_*^3 \quad (6)$$

ここで、 ℓ は逸散長であり、壁法則として対数分布則が用いられ、 κ はカルマン定数 ($\kappa=0.41$) である。

4. 2 自由水面の境界条件：これは、開水路特有の条件であり、水理学の数値計算では最も重要なものである。2. で述べたように、自由水面は一種の弱い壁の効果があるから、ダクトのような”対称条件”では少なくとも2次元計算には不適当である。換言すれば、自由水面の条件を代数応力モデルに導入することによって、ダクト流とは本質的に相違した開水路の2次元のシミュレーションができるのである⁵⁾。

現在、以下の自由水面モデルが提案されている。

①Hossain-Rodi(1980)モデル (H-R条件という)²⁾：

自由水面を”弱い壁”と考えて、逸散長 ℓ が水面上方の仮想原点から線形に増加すると仮定した最初のモデル化である。これを2次元流れに適用し、橋津らの実験値と比較して、仮想原点を次のように決定した。

$$\ell = 1.07 h - y_n \quad (h \text{ は水深、} y_n \text{ は水面からの距離}) \quad (7)$$

したがって、水面では $y_n = h$ であるから、 $\ell = 0$ 。07 h となる。水面の乱れエネルギー k_s に対称条件を用い、 ε_s は、(6) と (7) から算定される。Naot-Rodi(1982)⁷⁾ は、このH-R条件を長方形単断面水路の3次元流れに拡張し、上述のように2次元の計算に初めて成功したのである。

②橋津・中川(1987)モデル (N-N条件)¹²⁾：

自由水面により乱れエネルギー k が低減されるという実験事実を定式化したものである。ダクト流の対称軸 $y_n = h$ 及びそれに対応する自由水面での k をそれぞれ k_s 及び k_w とすると、

$$k_w = D \cdot k_s \quad (D \text{ は、Damping Factor}) \quad (8)$$

まず、対応するダクト流の計算を行い、次に(8)を用いて開水路の計算をする手法である。 $D=0.8$ 程度を用いると、2次元乱流の流速分布や乱れ特性をかなり正確に計算できる¹²⁾。

③Gibson-Rodi(1989)モデル (G-R条件)¹³⁾：

自由水面で乱れは抑制されるが、物理的に言う正しく、鉛直方向の乱れ成分 v' が低減されるのである。G-R条件は、 v' の低減特性を代数応力モデルの中に直接導入し、2次元流れの乱流構造を良好に計算している。

④Yacoub-Moalem-Naot(1991)モデル (YMN条件)¹¹⁾：

河床から成長した組織渦が自由水面で衝突し(水面でボイル渦として観測される)、そのエネルギーが逸散される。YMN条件は、この逸散フラックスを定式化したもので、以下になる。

$$\frac{d\ell}{dy_n} = -C \quad \text{ここで、} C \equiv \frac{1}{3} \left(\frac{\overline{v'^2}}{k} \right)^2 \frac{\sigma}{C\mu} \quad (9)$$

$C = 1$ は、 $H - R$ 条件と形式的に一致する。しかし、実験値との一致は、 $C = 1.44$ がよい¹¹⁾。

さて、本研究の流れ場は、低水路と高水数で水深がステップ的に急変するから、(7)を使うと逸散長 l がステップ的に変化し、物理的に不合理である。そこで、 $H - R$ 条件を形式上拡張した式(9)を以下使うことにする。

5. 複断面開水路流れの実験と数値計算手法

実験は、幅40cm、長さ12.5mの循環式開水路で、次の4ケースが行われた。高水数を水路幅の半分まで片側に設置した。低水路及び高水数の水深をそれぞれ H 及び h とし、 $h/H = 0.25, 0.5$ 及び 0.75 の3種類に複断面の形状を変化させた。また、 $h/H = 0.5$ の場合にはさらに、高水数に粗度を設置し、この影響を検討した。流速は、ファイバー式レーザ流速計を用いて高精度に計測された。なお、これらの実験結果の詳細に関しては、筆者ら(1991)の文献(14)を参照されたい。

一方、数値計算は、多方程式モデルで定石となったSIMPLE法を使い、複断面水路に2880の格子点を設け、 $(U, V, W, P, k, \epsilon)$ の6個の変数を差分して解いた。倍精度で、3000ステップまで計算し、十分収束した。計算結果と実験値とを比較検討できるように、複断面形状を上記の4ケースに一致させた。またこの他に、レイノルズ数 Re を 10^4 から 10^7 まで4通り変化させ、さらに高水数を両側に対称に着けた場合も比較のためにそれぞれ計算した。

なお、計算は、京大大型計算機センターのFACOM M-385で、約25分間のCPU時間を要した。

6. 計算結果と実験値との比較

6.1 主流の等流速線 (Isovel Lines) の分布

図・2は、各ケースの主流の等流速線図を示したものであり、計算値と実験値との一致は良好である。低水路と高水数のジョイント部から等流速線が低水路側へ斜め上方に張り出しているのが特徴的である。これは、後述するように、斜昇流が発生するためであり、低水路と高水数の流速差による強い非等方性乱流によって惹起される¹⁴⁾。もう1つの特徴は、高水数の高さが増加して高水数の水深 h が相対的に浅くなると、低水路の最大流速点が降下し、単断面水路で見られた特性が顕著に現れることである。これは、自由水面の存在による非等方性乱流に起因した特性で、開水路特有の現象である。前者の斜昇流は、複断面形状に基づく非等方性で、自由水面がない複断面ダクト流でも発生する。一方、最大流速点の降下現象が良好に再現できたのは、式(9)を用いたためであり、自由水面での境界条件が如何に重要かがよくわかる。

図・2 複断面開水路乱流の主流の等流速線図 (左側=数値計算、右側=実験値)

6. 2 2次流の分布特性

図・3は、図・2に対応する2次流を図示したもので、計算では流線を、実験では2次流のベクトルを示している。縦渦対の挙動が計算でよく再現されている。高水敷のジョイント部から斜昇流が発生し、低水路とで運動量・物質輸送の交換が行われる。実験及び数値計算は、レイノルズ流の長時間平均構造であるが、瞬時あるいは短時間の構造は高水敷と低水路間で大規模な組織渦が発生し（可視化観測から容易にわかる）、各種の物質輸送の主因と考えられている。例えば、洪水直後に、河川敷に大量の浮遊砂が沈澱し、環境を悪化させている報告がよくあるが、これは、組織渦また2次流によってもたらされたものと考えられるから、本研究は河川工学上もきわめて重要な知見を与えている。

6. 3 乱れエネルギーの分布特性

図・4は、乱れエネルギー k のコンターであり、 $h/H=0.5$ の場合の実験値と計算値を比較している。両者は完全には一致しないが、その定性的な概要はよく一致している。ジョイント部から高乱れエネルギーが斜昇流によって輸送されるのがよくわかる。

図・3 複断面開水路乱流の2次流の分布（左側＝数値計算〔流線〕、右側＝実験値〔ベクトル〕）

図・4 乱れエネルギー k の分布。
（上側＝数値計算、下側＝実験値）

図・5 高水敷に粗度を着けた場合の
3次元乱流構造の数値計算例。

6. 4 高水数上の粗度の効果

図・5は、高水数上に相当粗度 $k_s=0.024H$ を設置した場合の流れの3次元構造を示す1例である。滑面高水数の場合と比較すれば、低水路に接した高水数に約70%も強い2次流が発生し、一方それと対となる低水路の2次流は一定か若干弱くなっている。これは、粗度によって高水数・低水路間のシアが増大し、乱れの非等方性が強化されたためと考えられる。

図・6は、高水数粗度を $k_s/H = 0.0, 0.06, 0.012, 0.024$ の4種類変化させ、低水路及び高水数の河床せん断応力 τ_w の分布を示す計算値である。 $\langle W \rangle$ は、主流の断面平均流速であり、 τ_w を $\langle W \rangle$ で無次元表示した。最も注目すべき点は、低水路に接した高水数上でせん断応力が粗度が増加すると急増し、高水数・低水路間の運動量交換が促進される。これは高水数上の2次流が強化したためである。このように比較的小さな粗度でもこれが着くと高水数のジョイント部の若干手前でせん断応力は最大となり（この値は低水路の τ_w より何と2倍も大きい！）局所洗掘等が起こり易いことを示し、複断面河川の水工学的”弱点部”に当たると示唆される。また、粗面高水数上の τ_w の分布はwavyとなり、2次流セル（縦渦）の発生が推測される⁶⁾。

図・6 河床及び側壁のせん断応力分布。
高水数の粗度の影響がよく分かる

7. 結論

本研究は、高水数を有する複断面開水路における3次元乱流構造を数値計算したものであり、レーザ流速計で得られた高精度な実験値と良好な一致が見られた。本研究で得られた最重要な成果の1つは、高水数上に粗度（植生）を着けると、低水路とのジョイント部が高せん断層となり、土砂輸送をはじめとして河川環境に多大な影響を及ぼすであろうことが予測された点である。これを実証する実験データはまだなく、高水数に植生を模擬した巨大粗度等を着けた実験と数値計算の開発をさらに行い、河川環境の創造に寄与したい。

【参考文献】

- 1) Nezu, I. & H. Nakagawa (1993): *Turbulence in Open-Channel Flows*, IAHR-Monograph, Balkema.
- 2) Rodi, W. (1980): *Turbulence models and their application in hydraulics*, IAHR-Monograph, Balkema.
- 3) Launder, B.E. & W.M. Ying (1973); *Institution of Mech. Eng.*, vol.187, pp.455-461.
- 4) Bradshaw, P. (1987): *Turbulent secondary flows*, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol.19, pp.53-74.
- 5) Nezu, I., H. Nakagawa & W. Rodi (1989); *Proc. of 23rd IAHR Congress, Ottawa*, vol.A, pp.125-132.
- 6) Nezu, I., A. Tominaga & H. Nakagawa (1993); *J. Hydraulic Eng., ASCE*, (to be published).
- 7) Naot, D. & W. Rodi (1982); *J. Hydraulics Division, ASCE*, vol.108, pp.948-968.
- 8) Nezu, I. & W. Rodi (1985); *Proc. of 21st IAHR Congress, Melbourne*, vol.2, pp.115-119.
- 9) 河原能久 (1992): 代数応力モデルによる開水路乱流場の解析、土木学会水工学夏期研修会講義集, No.A-1.
- 10) Launder, B.E., G.J. Reece, & W. Rodi (1975); *J. Fluid Mech.*, vol.68, pp.537-566.
- 11) Naot, D., I. Nezu & H. Nakagawa (1992); *Memoirs of Fac. Eng., Kyoto Univ.*, vol.54, pp.49-82.
- 12) 橋津・中川 (1987); *土木学会論文集*, 第387号, pp.125-134.
- 13) Gibson, M.M. & W. Rodi (1989); *J. Hydraulic Research, IAHR*, vol.27, pp.233-244.
- 14) Tominaga, A. & I. Nezu (1991); *J. Hydraulic Eng., ASCE*, vol.117, No.1, pp.21-41.