砂粒子の突出率が濃度や漂砂量に及ぼす影響

Effect of Sand Particle Exposure on Sediment Concentration and Sand Transport Rate

伊福 誠*・後藤博光**

By Makoto Ifuku and Hiromitsu Gotoh

To investigate the sediment suspension from the bed, it is most important to evaluate the forces acting on sand particle exactly. In most cases a flat bed which is consisted of uniform sand particle was chosen as the research topic. In situ, bed is not flat locally and the sand particle has any exposure to flow. In the present paper, it is taken the exposure of sand particle into consideration to estimate the concentration in bed-layer.

With increasing the angle of escape, the threshold of sand particle approaches 0.07 m/s asymptotically. It is one third - one half of the value which is calculated by Komar-Miller's formula in the case that the exposure of adjacent sand particle becomes the same. The maximum concentration in bed-layer is 20 - 35 times of it that the exposure of adjacent sand particle is the same.

Keywords: sand exposure, lift force, drag force, boundary layer, sediment concentration

1. 緒 論

底質は一般には波によって浮遊し、流れによって輸送されるが、波高が小さく底質粒径が大きい場合には、底質は浮遊せずに海底近傍を滑動して移動することが知られている。このことより、漂砂機構を解明するには底面近傍の流れの実態を把握することが必要となる。とくに、波による底質の移動について考える場合には、底面近傍に発達する乱流境界層内の流れを詳細に調べ、底質に作用する流体力を精度良く評価することが極めて重要である。

従来、波動場における浮遊砂濃度の分布を数値モデルによって解析する場合には基準点の位置や底面濃度の取り扱いが曖昧であったため、定量的な評価にまでは至っていなかった。著者ら¹⁾は、底面を構成する底質の特性や底面近傍に発達する境界層内の流れの特性を把握することが漂砂を解明するうえで極めて重要であるとの考えから、乱流境界層を考慮した波動場における浮遊砂濃度を予測する数値モデルを提案し、実験や観測結果との比較を通してその有用性を確認している。しかしながら、この数値モデルは均一粒径の砂粒子が底面に一様に分布するとして底面を単純化したものである。

こうしたことから、まず、波動場を対象として摩擦応力を Prandtl の混合距離理論によって評価し、

*正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部土木海洋工学科
(〒790 松山市文京町3番)

**正会員 工修 復建調査設計株式会社
(〒732 広島市東区光町2丁目10番11号)

乱流境界層内の流速を計算する。次に、この流速を用いて底面を構成する底質粒子の突出率を考慮した Paintal²⁾の理論を援用して底面濃度を評価し、時間的・場所的に変化する乱流拡散係数を用いて流体中の濃度を求める。さらに、解析して得た流速と流体中の濃度から漂砂量を算出し、その時間変化や移動方向について調べ、着目する粒子に隣接する粒子の突出率が異なる場合の結果を突出率が同一な場合と比較・検討し、底面を構成する粒子の突出率が流体中の濃度や漂砂量に及ぼす影響について調べようとする。

2. 数値解析

2.1 基礎方程式

(a) 境界層方程式

流体が非圧縮でその運動が非定常な場合、 x 軸を水平な底面にとり、 z 軸を底面より鉛直上向きにとると鉛直1次元の境界層方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial(u - u_b)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (1)$$

ここに、 t は時間、 u は境界層内における x 方向の水粒子速度、 u_b は境界層外縁における x 方向の水粒子速度、 ρ は流体の密度、 τ は摩擦応力である。

(b) 乱流拡散方程式

底面から離脱した砂粒子の運動を計算することによって流体中における濃度を計算することは可能である。しかしながら、底面から離脱した砂粒子の衝突現象などの評価法は完全に確立されたとは言えず、砂粒子の運動特性についてはまだ不明な点が多い。本研究では、波浪下における浮遊砂粒子の濃度を予測する手法として敢えて乱流拡散方程式を用いる。沈降速度 w_0 を持つ砂粒子の鉛直1次元の乱流拡散方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad (2)$$

と表せる。ここに、 C は砂粒子の濃度、 w は z 方向の水粒子速度、 K_z は乱流拡散係数である。

2.2 掃流層内の濃度

底面を構成する砂粒子の突出を考慮した Paintal の理論を援用して掃流層内の濃度を算出する。図1に示すように一様な粒径からなる底面を考え、粒子1, 2および3の海底面からの突出率を e_1 , e_2 および e_3 とする。粒子に作用する流体力は抗力および揚力であり、粒子の突出率と線形関係であると仮定すると

$$\begin{aligned} F_D &= (e_2 - e_1) F_{D, \max}, F_L = (e_2 - e_1) F_{L, \max} & u > 0 \\ F_D &= (e_2 - e_3) F_{D, \max}, F_L = (e_2 - e_3) F_{L, \max} & u < 0 \end{aligned} \quad (3)$$

図1 砂粒子の突出率と作用流体力

が成立する。ここに、 $F_{D, \max}$ および $F_{L, \max}$ は、 $e_1 = e_3 = 0$, $e_2 = 1$ である場合の粒子2に作用する抗力および揚力である。

Chepil³⁾は種々の粒径を使った空気中での実験から抗力と揚力の比は、 $F_L/F_D = 0.85$ であることを得ている。式(3)中の $F_{D, \max}$ と $F_{L, \max}$ の間にも Chepil が得た関係が成立すると仮定する。また、底面摩擦応力は Chepil, Einstein-EL - Samni⁴⁾, Kalinske⁵⁾に従い正規分布であると仮定すると掃流漂砂量は

$$q_B = A_2 P_0^3 u_* \lambda_0 d / A_1 (1 - P_0) A_3 \quad (4)$$

となる。ここに、 A_1 および A_2 は、それぞれ面積および体積に関する形状係数、 A_3 は正の係数、 P_0 は砂粒子に移動確率、 u_* は摩擦速度、 d は粒径である。上式中の係数 λ_0 および $A_2 \lambda_0 / A_1 A_3$ は、それぞれ中川・辻

本⁶⁾が一方向流における移動床の実験から得た結果および Paintal が種々の実験結果をうまく説明し得た値を準用する。すなわち、 λ_0 は 100, $A_2\lambda_0/A_1A_3$ は 9.9 とする。

掃流層内における濃度は一定であると仮定すると、掃流層内の濃度は次式で与えられる。

$$C_0 = q_B / \int_{z_0}^{\delta_B} u dz \quad (5)$$

ここに、 z_0 は粗度長さ、 δ_B は掃流層の厚さ（本研究では $\delta_B = 2d$ ）である。

2.3 乱流拡散係数

乱流拡散係数は、次式で表される水粒子速度に依存するものを仮定する。

$$K_z = \gamma (l_T u^2 + l_L w^2) / q \quad (6)$$

ここに、 γ は正の係数、 l_T, l_L は砂粒子の水平および鉛直方向の速度成分による拡散係数への寄与を表す特性長であり、 $l_T = a l_L$ 、 a は正の係数、 $q = (u^2 + w^2)^{1/2}$ である。なお、本研究では l_T は底面からの距離と仮定し、 γ と a は、著者らが水粒子速度に依存する乱流拡散係数を仮定して、実験や観測で得た浮遊砂濃度や水粒子速度と浮遊砂濃度との位相差を再現する際に得た値を準用する。すなわち、 γ は 0.023, a は 180 である。砂粒子の沈降速度は静止流体に対する Rubey⁷⁾の式で算出する。

2.4 漂砂量

時刻 t における粗度長の高さから掃流層外縁までの掃流漂砂量 $q_B(t)$ を次式で算出する。

$$q_B(t) = \int_{z_0}^{\delta_B} C u dz \quad (7)$$

2.5 数値解析法

式 (1) 中の摩擦応力は Prandtl の混合距離理論を用いて評価する。また、粗度長さ、乱流境界層の厚さの評価法は著者らの方法¹⁾を用いる。計算にはクランク・ニコルスン法を用い、空間きざみは底面から砂粒子の粒径の 3 倍の高さまでを粒径の 1/2 の等間隔、それより水面までを等比級数的に分割し、時間きざみは波の 1 周期を 96 等分する。境界層内の流速と濃度は全分割点において、任意の時刻 mT (m : 整数, T : 周期) と 1 周期前 $(m-1)T$ の流速との差の絶対値が 10^{-4} 以下になるまで計算を行い、それ以後は求めた値が 1 周期ごと繰り返すものとする。対象とする流体は海水とし、水温は 10°C とする。波の特性は梅津寺海岸での観測結果を用いる。すなわち、水深は 2.15 m, 波高は 0.53 m, 周期は 4.5 s である。また、砂粒子の粒径は梅津寺海岸における観測点付近の底質の中央粒径 0.18 mm とする。なお、境界層外縁および境界層外における水粒子速度は Stokes 波の第 3 次近似解により求める。

2.6 初期条件および境界条件

式 (1) の初期条件および境界条件は

$$u(z, 0) = 0, \quad u(z_0, t) = 0, \quad u(\delta_b, t) = u_b(t) \quad (8)$$

とする。ここに、 δ_b は乱流境界層の厚さ、 $u_b(t)$ は境界層外縁における水粒子速度である。

また、式 (2) の初期条件および境界条件は

$$C(z, 0) = 0, \quad C(\delta_B, t) = C_0(t) \quad (9)$$

$$K_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_0 C = 0 \quad z = h \quad (10)$$

とする。ここに、 $C_0(t)$ は時刻 t における掃流層内の濃度、 h は水深である。

3. 解析結果

(a) 砂粒子の移動限界流速

図 2 に $F_L/F_D = 0.85$ の場合の砂粒子の *angle of escape* の正接と砂粒子の移動確率が 0 となる流速 u_c/u_{bm} (u_c : 移動限界流速, u_{bm} : 境界層外縁の最大水粒子速度) との関係を示す。図中の破線は粒径が 0.5 mm 以下の底質を使用した振動流中における Bagnold⁸⁾ の実験結果を再整理した Komar-Miller⁹⁾ の経験式から算出した砂粒子の移動限界流速である。*angle of escape* が増大する、すなわち、粒子 2 の背後の粒子の突出率が増大するにつれて移動限界流速は増大し、*angle of escape* がほぼ $9\pi/20$ ではほぼ 0.07 m/s であり、境界層外縁の最大水粒子速度の 1/5 程度である。解析対象とした範囲での砂粒子の移動限界流速は、Komar-Miller の経験式から算出したその 1/3 ~ 1/2 程度である。

(b) 掃流層内の濃度の経時変化

粒子 2 の突出率が 1, 粒子 1 の突出率が 0.13 で粒子 3 の突出率が変化する場合の掃流層内の濃度波形を示したのが図 3 である。図中の実線、一点鎖線、破線および点線は、それぞれ粒子 3 の突出率 e_3 が 0.13, 0.25, 0.5 および 0.75 の場合である。流速波形の非対称性のため粒子 1 と 3 の突出率が同一でも波の一周期間における最大濃度は異なる。粒子 1 の突出率は一定であるので水粒子速度が正の位相においては濃度は一定であるが、水粒子速度が負の位相においては粒子 3 の突出率が大いほど掃流層内の濃度は低い。粒子 3 の突出率が 0.25, 0.5 および 0.75 の場合の最大濃度は粒子 3 の突出率が 0.13 のその 95%, 82% および 52% 程度である。

(c) 掃流層内の最大濃度と突出率

図 4 は砂粒子頂部における水粒子速度が正および負の位相で生ずる掃流層内の最大濃度と突出率との関係である。流速が正の位相における掃流層内の濃度の最大値は、粒子 3 の突出率に係わらず e_1/e_2 の値が不変ならば一定である。一方、流速が負の位相における掃流層内の濃度の最大値は、粒子 3 の突出率が増大するにつれて減少する。このことは、粒子 2 と粒子 3 との間の *angle of escape* が増大し、粒子 2

図 2 砂粒子の移動限界流速

図 3 掃流層内の濃度の経時変化

図 4 掃流層内の最大濃度と突出率

の *threshold* が増大するためである。 e_1/e_2 が 0.75 の C_{0m} の値は e_3/e_2 が 0.13 のその 60 % 程度である。 ▲は流速が正の位相におけるものであり、粒子 2 の突出率が增大するにつれて濃度の最大値は減少し、粒子が底面に一様に配列されている場合、 $e_1=e_2=e_3=1$ の濃度の最大値は e_1/e_2 が 0.75 のその 1/50 程度になる。 また、 e_3/e_2 が 0.75 および 0.13 の場合、流速が負の位相における濃度の最大値は、粒子が底面に一様に配列されている場合のその 17 倍および 35 倍程度であり、底面の粒子の突出率が掃流層内の濃度に及ぼす影響は極めて大きい。

(d) 境界層内の濃度の経時変化

粒子 2 の突出率が 1 で粒子 1 の突出率が 0.13 で粒子 3 の突出率が変化する場合の底面から 0.5 cm および 2.6 cm (境界層外縁) の高さにおける濃度波形を示したのが図 5 である。 図中の実線、一点鎖線、破線および点線は、それぞれ粒子 3 の突出率 e_3 が 0.13, 0.25, 0.5 および 0.75 の場合である。 底面から 0.5 cm の高さにおける経時変化はいずれの突出率の場合ともよく似ており、第 1 ピークおよび第 2 ピークが生じる位相はほぼ同一である。 粒子 3 の突出率が 0.75 の第 1 ピークおよび第 2 ピークの値は突出率が 0.13 のそれらの 97 % および 51 % 程度である。 粒子 3 の突出率が 0.13, 0.25, 0.5 および 0.75 の場合、第 2 ピークの値は第 1 ピークのその 49 %, 44 %, 41 % および 29 % 程度である。 底面から 2.6 cm の高さについても濃度の経時変化はよく似ている。 第 1 ピークが生じる位相は同一であるが、第 2 ピークが生じる位相は粒子 3 の突出率が 0.13 と 0.75 との場合を比較すると、粒子 3 の突出率が 0.75 の場合が $\pi/16$ 程度早い。 掃流層内においては砂粒子の突出率が濃度に及ぼす影響は強いが、底面からの距離が増大するにつれて移流と拡散によって濃度のピークが生ずる位相は徐々に遅れ、掃流層内の濃度と比較すると 2 つのピークの濃度差は徐々に小さくなるようである。

(e) 掃流漂砂量と Θ

図 6 に波の 1 周期で平均した掃流漂砂量と Θ との関係を示す。 Θ は着目粒子に対する遮蔽の度合いを表すパラメータ、 $\xi = (e_3 - e_1)/e_2$ と *mobility parameter*, $\theta = \rho u_{0m}^2 / (\rho_s - \rho) g d (u_{0m}$: 砂粒頂部における最大水粒子速度, ρ_s : 砂粒子の密度) の積の絶対値である。 図中の ○ および ● は、それぞれ ξ が正および負の場合であり、実線は解析結果から得た近似曲線である。 ξ が負の場合、 Θ がほぼ 19 以上の掃流漂砂量が負であることを除けば他の掃流漂砂量はすべて正である。 ξ が正の場合、流速が負の位相において負 (沖向き) の漂砂量が減少するため Θ の値が増大するにつれて掃流漂砂量も増大する。 一方、 ξ が負で

図 5 境界層内の濃度の経時変化

Θ が比較的小さい場合、掃流漂砂量は ξ が正で Θ が同一の漂砂量より少ない。これは掃流層内の水粒子速度および濃度の非対称性に起因するものである。 ξ が負の場合、漂砂の移動方向が変化することはあるが Θ が増大するにつれて掃流漂砂量は増大する。また、近似曲線からも判るようにはばつきはあるが、 Θ が大きい領域では掃流漂砂量の増大の割合は小さい。

4. 結論

一方向流を対象とした Paintal の理論を波動場に拡張し、一様粒径の砂粒子で構成される底面において着目粒子の岸側および沖側の粒子の突出率が異なる場合を対象として、底面近傍の濃度や漂砂量に及ぼす砂粒子の突出の影響について検討した。しかしながら、現地海浜は、本研究で対象とした一様粒径の砂粒子で構成されているわけではなく、数種の粒径を有する砂粒子で構成されている。今後は、現地海浜の底面の状況に即した解析モデルの構築が必要になると考える。

参考文献

- 1) 伊福 誠・柿沼忠男・後藤博光：非対称波浪下における浮遊砂濃度と漂砂量，土木学会論文集，第405号，pp.99-108, 1989.
- 2) Paintal, A.S.: A stochastic model of bed load transport, J.Hydraul.Res., IAHR, pp.527-554, 1971.
- 3) Chepil, W.S.: The use of evenly spaced hemispheres to evaluate aerodynamic forces on a soil surface, Trans.Amer.Geophys.Union, Vol.39, No.3, pp.397-404, 1958.
- 4) Einstein, H.A. and El-Samni, El S.A.: Hydrodynamic forces on a rough wall, Rev.Mod.Phys., pp.520-524, 1949.
- 5) Kalinske, A.A.: Movement of sediment as bed load in rivers, Trans.Amer.Geophys.Union, Vol.28, No.4, pp.615-620, 1947.
- 6) 中川博次・辻本哲朗：水流による砂れきの移動機構に関する研究，土木学会論文集，第244号，pp.71-80, 1975.
- 7) Rubey, W.W.: Settling velocities of gravel, sand, and silt particles, American Journal of Science Ser.5, Vol.25, No.148, pp.325-338, 1933.
- 8) Bagnold, R.A.: Motion of waves in shallow water, interaction between waves and sand bottom, Roy.Soc.London, Ser.A187, pp.1-15, 1946.
- 9) Komar, P.D. and M.C.Miller: Sediment threshold under oscillatory waves, Proc. 14th Coastal Eng.Conf., ASCE, pp.756-775, 1974.

図6 掃流漂砂量と Θ