連続成層水域での二次元 Bubble Plume の 連行特性に関する基礎的検討

Entrainment properties of Two Dimensional Bubble Plumes
in Linearly Stratified Environments

池田 裕一*, 高橋 和宏**, 浅枝 隆 ***, 須賀 堯三****

By Hirokazu IKEDA and Kazuhiro TAKAHASHI and Takashi ASAEDA and Kyozo SUGA

Laboratory experiments were performed to study the upward liquid volume flux of two-dimensional bubble plumes in homogeneous and linearly stratified environments. The liquid volume flux in homogeneous ambients was scaled with the buoyancy flux, the elevation above the bubble source, and the effect of slip velocity of bubbles. The deficit of buoyancy flux in stratified environments was similarly parameterized with stratification intensity. With using these two fluxes, a simple formulae of liquid volume flux was obtained for both of homogeneous and stratified environments.

Key Words: reservoir, bubble, aeration, plume, entrainment

1. はじめに

ダム湖など水深の大きな水域では、夏期には上方が暖かく(軽く)下方が冷たい(重い)密度成層が形成される。すると上下の流動が抑制されて、下層の無酸素化、上層の富栄養化などの水質障害が生じやすくなる。その対策として、水域下方に気泡を送入する Bubble Plume が用いられることが多い。

ここで重要なのは、Bubble Plume が上昇しながら周囲の水塊を連行していく特性である。実際に Bubble Plume の挙動を予測する場合には、連行特性をどのように決定するかが重要な問題になる。最近になって現場スケールの実験・観測¹⁾により、一様密度水域中での連行特性はある程度明らかになってきた。ところが、Bubble Plume を適用する水域では、温度や塩分で密度成層を形成している場合が多く、こうした成層中での Bubble Plume については、その挙動を解析する物理モデルがいくつか提案されているが^{2)~4)}、方程式が複雑なわりには、現象の定性的な再現のみにとどまっている。水面下に沈みこむ際の広がり幅、その際の連行量、周囲へと広がっていく流量などについては、現象の支配的な要因のみを取り出して、単純かつ実用的な評価方法を検討している例はある⁵⁾。しかし、下方からの連行によって生じる上昇流については、Bubble Plume の形成に重要であるにもかかわらず、具体的な特性を検討した例はほとんど見られない。また、その特性を論じる際に必要である実験・観測結果の傾向を把握するために、精密な数値計算を用いるだけでなく、データの精度に応じた整理手法を用いるべきであろう。また、従来はその取り扱いの簡便さから、軸対称 Bubble Plume が研究の主な対象となっていたが、Bubble Plume のもう一つの形である二次元の研究がほとんど行われていない。

* 正会員 工博 宇都宮大学助手 工学部建設学科 (〒321 栃木県宇都宮市石井町 2753)

** 学生員 宇都宮大学大学院 建設工学専攻 (〒321 栃木県宇都宮市石井町 2753)

*** 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科 (〒338 埼玉県浦和市下大久保 255)

**** 正会員 工博 宇都宮大学教授 工学部建設学科 (〒321 栃木県宇都宮市石井町 2753)

そこで本研究では、連続成層水域における二次元 Bubble Plume の混合特性を把握することにする。まず一様密度水域の実験結果から、上昇流量を簡便に評価する手法の定式化を試み、次に連続成層中においては、運動量の減少分を考慮した上昇流量の定式化を行う。さらに、水面からの連行量も検討することにする。

2. 実験方法

実験には、図-1に示す、断面が $1.5\text{m} \times 1.5\text{m}$ 、深さ 1.5m の亚克力製水槽を用い、二次元性をもたせるために、亚克力製の仕切り板で水槽の前面 10cm を仕切った。仕切り板は両側端で開いており、仕切り板より後方の周囲流体が自由に通過できるようになっている。成層水域の実験においては、塩水を用いた2タンクシステムによって直線的に密度が変化するような、密度成層を形成させた。気泡発生器は、仕切り板の前面、底部中央に設置し、そこからの気泡量が安定するまでは混合が始まらないように、水面にまで達するパイプをかぶせてアイドリングを行った。

実験開始と同時にこのパイプを取り除き、成層の混合を開始させ、混合がある程度進んだところで、またパイプをかぶせて混合を一時停止させる。その後、水槽内の流れが静穏になってから成層の密度分布を測定し、混合の進行の具合を調べた。密度分布の測定には電気伝導度計を用い、鉛直方向に 1cm ごとにサンプリングを行った。なお、実験条件は表-1に示すとおりで、今回自ら行ったものの他に、Bulson⁶⁾、ならびにKobus⁷⁾の一様密度水域における実験結果も用いて以後の検討を進めることにする。

図-1 実験装置

表-1 実験条件 (各記号については後述する)

Run	H (m)	Q_0 (m^3/s)	H_R	S_H	N (1/s)
HT01	1.20	1.95×10^{-5}	0.105	6.33×10^{-3}	—
HT02	1.10	2.22×10^{-5}	0.097	7.28×10^{-3}	—
HT03	1.00	1.01×10^{-5}	0.089	3.35×10^{-3}	—
HT04	1.25	8.85×10^{-6}	0.109	2.87×10^{-3}	—
Bulson ⁶⁾	10.4	9.47×10^{-2}	0.505	1.70×10^1	—
Kobus ⁷⁾	2.0 ~ 4.0	$2.98 \sim 9.75 \times 10^{-3}$	0.164 ~ 0.282	$7.78 \sim 29.6 \times 10^{-1}$	—
LT01	0.81	2.48×10^{-5}	0.074	8.33×10^{-3}	0.255
LT02	1.09	2.13×10^{-5}	0.097	6.98×10^{-3}	0.212
LT03	1.16	8.92×10^{-6}	0.102	2.91×10^{-3}	0.216
LT04	0.76	1.05×10^{-5}	0.069	3.53×10^{-3}	0.212

3. 密度成層中の Bubble Plume の流動形態と密度分布

今回の実験で見られた流れの形態を図-2に示す。まず、気泡発生器から連続的に放出された気泡は、上昇しながら周囲の水を連行して上昇流領域すなわち Bubble Plume を形成する。これが水面に達すると、流れは一時水面に沿って広がるが、下方から重い水塊を持ち上げてきているので、周囲との相対重力によって、再び水面下に沈みこむ。その後、下降を続ける流れは、周囲との相対重力がつり合った高さで下降を止め、今度は周囲へと広がっていく (intrusion) ようになる。

図-2 密度成層中の Bubble Plume の流動形態

今回の実験で得られた図-3に示すような密度分布の時間変化を見ると、intrusion より下の領域では等密度線が下方へ移動し、上側では逆に上方へ移動していくのがわかる。これは、intrusion より下では、Bubble Plume への連行のために、等密度線の間隔が狭まってくるのに対して、上側の領域では、周囲へと intrusion する分だけ等密度線が上にシフトすることを考えれば明らかである。逆にこのことから、intrusion より下側の部分では、ある高さでの等密度線の移動速度に水域の断面積を乗ずることによって、その高さでの Bubble Plume の上昇流量を求めることができる⁸⁾。

図-3 密度分布の時間変化の例 (実験ケースは LT02、グラフ中の数字は密度差で単位は 10^{-4}g/cm^3)

4. 一様密度水域における連行特性

まず、一様密度水域の上昇流量を求める。水深 H の地点から水面での流量 Q_0 の空気を送り込んだ場合、 H_a を大気圧水頭 ($\equiv p_a/\rho_0 g$, p_a :大気圧、 ρ_0 :水の代表密度)、 g を重力加速度とすると、気泡放出点から鉛直上方 z の地点での浮力フラックスはおおよそ

$$J_{ns} = Q_0 g \frac{H_a}{H_a + H - z} = Q_B g \frac{H_a + H}{H_a + H - z} \quad (1)$$

で与えられる。ただし、下添字 n, s はそれぞれ「一様密度水域」および「おおよそのスケール」という意味である。また、 Q_B は気泡放出点における空気流量である。次元的考察から、速度スケール W_s は

$$W_s = J_{ns}^{1/3} \quad (2)$$

また、広がりの幅のスケール b_s は

$$b_s = \alpha z \quad (3)$$

と書ける (α は連行係数) から、上昇流量のスケールは

$$Q_{ns} = 2b_s W_s = 2\alpha z \left(Q_B g \frac{H_a + H}{H_a + H - z} \right)^{1/3} \quad (4)$$

となる。ところで式(1)は、空気送入による浮力発生量を端的に表したものである。しかし、ここに現れている物理量の他に、気泡の上昇速度を考える必要がある。すなわち、気泡の上昇速度が遅ければ、その分だけ気泡は長く水中に留まり、より大きな浮力を発現することになるのである。そこで、気泡の上昇速度 u_s と Bubble Plume の代表速度の比として⁵⁾

$$\left(\frac{W_s}{u_s} \right)^3 = \frac{J_{ns}}{u_s^3} = \frac{Q_B g (H_a + H)}{(H_a + H - z) u_s^3} \quad (5)$$

を考えると、

$$S_H \equiv \frac{Q_B g}{u_s^3} \quad (6)$$

とおくことにより、

$$S_z \equiv \left(\frac{W_s}{u_s} \right)^3 = S_H \frac{H_a + H}{H_a + H - z} = \frac{S_H}{1 - H_R x} \quad (7)$$

が重要なパラメーターとして挙げられる。ここで H_R 、 x は

$$H_R = \frac{H}{H_a + H}, \quad x = \frac{z}{H} \quad (8)$$

で表される水深に関する無次元パラメーターである。

図-4 は、上昇流量 Q_n の測定値とスケール Q_{ns} との比を各ケースごとに平均し、それと S_z との関係を示したものである。その際、連行係数 α および気泡上昇速度 u_s の値は簡単のため、一律に $\alpha = 0.13$ ⁹⁾、 $u_s = 0.3(\text{m/s})$ とした⁵⁾ (以下も同様である)。この図を見ると、多少ばらついてはいるものの、 S_z が大きい (気泡上昇速度が相対的に小さい) ほど式 (4) との比が大きくなっており、先述の S_z の効果が現れている。図中の実線は、この変化を両対数グラフ上で直線回帰したもので、これよりおよそ

$$Q_n = 1.1 S_z^{0.3} Q_{ns} \quad (9)$$

となる。

5. 連続成層水域における連行特性

つぎに、水域の密度が鉛直方向に連続的に変化している成層中での上昇流量を考えてみよう。成層水域では、相対重力の作用によって運動量が減少し、従って上昇流量も一様密度の場合に比べて小さくなる。このとき、Bubble Plume の浮力フラックス J は、周囲の密度成層のために高さと共に減少する。浮力の保存則によれば、高さ z における浮力フラックスは

$$J = J_n - \Delta J \quad (10)$$

のように、一様密度の場合の浮力フラックス J_n より ΔJ だけ減少する。ここで、

$$\Delta J = \int_0^z Q N^2 dz \quad (11)$$

である。ここに、 Q は上昇流量、 N は浮力振動数 ($\equiv \sqrt{-(g/\rho_0)(d\rho_e/dz)}$)、 $\rho_e \equiv \rho_e(z)$: 水域の鉛直方向密度分布) である。連続成層での実験あるいは数値解析の結果を見ると、成層中においても Plume 幅はおおよそ z に比例している^{2), 3)}。したがって Plume の広がり幅スケールは、一様密度の場合とさほどかわらず、およそ αz といえる。また、速度スケールは、intrusion の下側では気泡放出点に近いので、 $(Q_B g)^{1/3}$ と書け、流量スケールが

$$Q \simeq 2\alpha z (Q_B g)^{1/3} \quad (12)$$

と近似できるから、いま、直線成層とすれば $N = \text{const.}$ だから、 ΔJ のおよそのスケールとして

$$\Delta J_s = \int_0^z 2\alpha z (Q_B g)^{1/3} N^2 dz = \alpha N^2 (Q_B g)^{1/3} z^2 \quad (13)$$

と書ける。ここで、気泡による浮力発生量に対する成層の強さを示すパラメーターとして

$$P_N = \frac{N^3 H^3}{Q_B g}, \quad L = \frac{H}{P_N^{1/3}} \quad (14)$$

を導入すると、

$$\Delta J_s = \alpha P_N^{2/3} Q_B g \left(\frac{z}{H}\right)^2 = \alpha Q_B g \left(\frac{z}{L}\right)^2 \quad (15)$$

となる。 L は、Intrusion 高さの尺度にもなっている⁴⁾。以上より、成層中の浮力フラックスのスケールは、 C_J を比例定数として

$$J_s = J_{ns} - C_J \Delta J_s = J_{ns} - C_J \alpha P_N^{2/3} Q_B g \left(\frac{z}{H}\right)^2 = J_{ns} - C_J \alpha Q_B g \left(\frac{z}{L}\right)^2 \quad (16)$$

と書ける。

次に、運動量フラックス F の変化は、運動量保存則

$$\frac{dF}{dz} = B \quad (17)$$

により決まる。ここに、 $B \equiv B(z)$ は、高さ z における全浮力で、そのスケールは、おおよそ

図-4 一様密度水域中の上昇流量の S_z による変化

$$B_s = \frac{J_s}{W_s} = \frac{J_{ns} - C_J \Delta J_s}{W_s} \quad (18)$$

と書くことができる。すると運動量フラックスのスケールは

$$F_s = \int_0^z B_s dz = \int_0^z \frac{J_{ns}}{W_s} dz - C_J \int_0^z \frac{\Delta J_s}{W_s} dz \quad (19)$$

から求めることができる。ここで、式(19)の右辺第1項は、その意味から考えると、一様密度の場合の運動量フラックスのスケールとなる。

$$\int_0^z \frac{J_{ns}}{W_s} dz \simeq F_{ns} \quad (20)$$

また、式(19)右辺第2項については、 z が小さいうちは $W_s \simeq (Q_{Bg})^{1/3}$ であるから、

$$\int_0^z \frac{\Delta J_s}{W_s} dz = \alpha (Q_{Bg})^{2/3} \int_0^z \left(\frac{z}{L}\right)^2 dz = \frac{1}{3} \alpha (Q_{Bg})^{2/3} L \left(\frac{z}{L}\right)^3 \quad (21)$$

以上より、運動量フラックスのスケールは C_F を比例定数として

$$F_s \simeq F_{ns} - C_F \alpha (Q_{Bg})^{2/3} L \left(\frac{z}{L}\right)^3 \quad (22)$$

と書くことができる。

上昇流量のスケールは、運動量フラックスの次元を考えれば

$$Q_s = \left(\frac{F_s}{2\alpha z}\right)^{1/2} 2\alpha z = (2\alpha z F_s)^{1/2} \quad (23)$$

と書くことができる。式(22)より、

$$Q_s = (2\alpha z F_s)^{1/2} \left[1 - C_F \frac{\alpha (Q_{Bg})^{2/3} L \left(\frac{z}{L}\right)^3}{F_{ns}} \right] \quad (24)$$

となる。ここで F_{ns} は

$$F_{ns} = \frac{Q_{ns}^2}{2\alpha z} = 2\alpha z \left(Q_{Bg} \frac{H_a + H}{H_a + H - z} \right)^{2/3} \quad (25)$$

であり、また $(2\alpha z F_{ns})^{1/2} = Q_{ns}$ であるから、結局 C_N を比例定数として

$$\left(\frac{Q}{Q_n}\right)_s = \frac{Q_s}{Q_{ns}} = (1 - C_N \zeta)^{1/2} \quad (26)$$

と書け、連行係数 α によらない形が得られた。ここに

$$\zeta = \left(\frac{z}{L}\right)^2 \left(1 - \frac{z}{H_a + H}\right)^{2/3} \quad (27)$$

である。式(14),(26),(27)を見ると、成層が弱くなるときは L が大きくなり、上昇流量は一様密度水域の場合の値に近づくのがわかる。また、成層の強さが一定のときは、高さ z が大きくなるにつれ、 z/L の項、すなわち周囲成層の影響により浮力が減少する効果とともに、 $z/(H_a + H)$ を含む項、すなわち、上昇に伴う圧力低下により、気泡浮力が増加する効果の双方がうまく組み込まれているものといえる。このように ζ は成層による影響と水圧変化による影響を含んだ重要なパラメータといえる。この結果をプロットしたものを図-5に示す。実験データ自体はばらついているものの、おおよそ $C_N = 0.10$ を得ている。

図-5 成層水域における Q/Q_n と ζ の関係

6. 水面からの連行量

次に、水面からの連行量 Q_e については、軸対称 Bubble Plume ではすでに検討した例もあるが、二次元では検討していない。intrusion より上での流量スケールには、水面近くの浮力フラックス Q_{0g} と成層の強さ N が支配的である。このことから次元を考慮して、連行量のスケールは

$$Q_{es} = \left(\frac{(Q_{0g})^2}{N^3} \right)^{1/3} \quad (28)$$

と書ける。気泡の上昇速度の効果を考慮するため、横軸に S_H 、縦軸に連行量の測定値 Q_e とスケール Q_{es} の比をとったものを図-6 に示す。実験室レベルのため、 S_H の幅はせまいものの、図中の実線は、両対数グラフ上で直線回帰を行ったもので、次式で与えられる。

$$Q_e = 0.31 S_H^{0.35} Q_{es} \quad (29)$$

ここで S_H の指数は 0.35 であり、先の一様密度水域における上昇流量のスケリング式 (9) の指数 0.3 と同様な値が得られ、気泡の上昇速度の効果の依存性が同程度とも言えよう。

図-6 成層水域における Q_e/Q_{es} と S_H

7. おわりに

以上、二次元 Bubble Plume の連行特性について、一様密度水域から連続成層水域にわたり、単純ながらも大まかな傾向を示す方法を考えてきた。そして S_H , P_N などの無次元パラメーターとの具体的なつながりも把握することができた。これによって、二次元 Bubble Plume の混合特性について単純なわりにはよくその傾向を表す手法を示すことができたといえよう。

謝辞

本研究を行うにあたり、(財) 河川環境管理財団の河川整備基金研究助成 (研究代表者 池田 裕一) を受けた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Milgram, J.H.: Mean flow in round bubble plumes, J. Fluid Mech., vol.133, pp.345-376, 1983.
- 2) McDougall, T.J.: Bubble plumes in stratified environments, J. Fluid Mech., vol.85, pp.655-672, 1978.
- 3) Schladow, S.G.: Bubble plume dynamics in a stratified medium and the implications for water quality amelioration in lakes, Water Resources Res., vol.28, No.2, pp.313-321, 1992.
- 4) Asaeda, T. and Imberger, J.: Structure of bubble plumes in linearly stratified environments, J. Fluid Mech., vol.249, pp.35-57, 1993.
- 5) Lemckert, C.J. and Imberger, J.: Energetic bubble plumes in arbitrary stratification, J. Hydraul. Engng, ASCE, vol.119, No.6, pp.680-703, 1993.
- 6) Bulson, P.S.: Currents Produced by an Air Curtain in Deep Water, Dock and Harbour Authority, vol.42, No.487, pp.15-22, 1961.
- 7) Kobus, H.E.: Analysis of the Flow Produced by Air Bubble Systems, Proc. Coastal Engng. Conf., pp.1016-1031, 1968.
- 8) Leitch, A.M. and Bains, W.D.: Liquid volume flux in a weak bubble plume, J. Fluid Mech., vol.205, pp.77-98, 1989.
- 9) Jirka, G.H. and Harleman, D.R.F.: Stability and Mixing of a Vertical Plane Buoyant Jet in Confined Depth, J. Fluid Mech., vol.94, pp.275-304, 1979.