樹木状の植生を伴う河床上の流れと 掃流砂量に関する研究

Flow Resistace and Bed-Load Rate on River Beds Vegetated by Woody Plants

井上貴之¹・岡部健士²・濱井宣明³・湯城豊勝⁴

Takayuki Inoue, Takeshi Okabe, Nobuaki Hamai, Toyokatsu Yuuki

¹ 学生会員 徳島大学大学院 工学研究科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

² 正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

³ 学生会員 徳島大学大学院 工学研究科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

⁴ 正会員 工修 阿南工業高等専門学校助教授 建設システム工学科 (〒774-0017 阿南市見能林町青木 265)

The purpose of this study is to clarify the influence of woody riverine-plants on stream flow and bed-load rate. Characteristics of flow and bed-load rate were investigated based on results of flume experiments conducted by the authors. In the experiments, two types of model plant were used. One was a shrub-type, imitating bush trees such as pussy willows, and the other, a tree-type consisting of stem and crown parts. Verification of model parameters included in a one-dimensional $k-\epsilon$ turbulent flow model was performed using velocity measurements taken in the experiments. This model was applied to the estimation of effective tractive-stress of bed-load rate. The relationship between measured bed-load rates and estimated effective tractive-forces was represented well using Ashida-Michiue's bed-load formula.

Key words : flow resistance, bed-load rate, woody plant, flume experiment,
 $k-\epsilon$ turbulent flow model, effective tractive-stress.

1. まえがき

植生に被覆された河床上の流れと流砂現象の解明を試みた研究の成果が、従来より数多く報告されている。まず、流れに関しては、抵抗分離法に基づく粗度評価法¹⁾や一次あるいは高次の乱流クロージャーモデル^{2), 3), 4)}による流れ場の数値計算法が検討されている。一方、流砂については、主として掃流砂を対象に、実験による流砂量計測資料の集積や有効掃流力の概念に基づく流砂量特性の統一表現が試みられている。有効掃流力の評価法としては、植生がない場合からの減少率を経験的に求めたもの⁵⁾、抵抗分離法を適用したもの⁶⁾、 $k-\epsilon$ 乱流モデルによるもの⁷⁾などがある。

以上のように、植生を伴う河床上の水理・土砂水理現象については、既に多くの有用な成果が上げられているが、その大半がヨシやオギのような円筒状の植生を念頭に置いたものとなっており、例えば、ネコヤナギやアキグミなどのように根本から枝分かれした灌木類あるいはアカメヤナギやネムノキなどのように樹幹と

樹冠の区別が明瞭な樹種がある場合については、十分な検討がなされていない。著者らは、文献⁷⁾において、灌木状の植生モデルを用いた水路実験の結果を紹介するとともに、1次元の $k-\epsilon$ 乱流モデルによる鉛直流速分布と有効掃流力の算定法を提案した。本論文では、その後に実施した樹幹部と樹冠部のある樹体モデルを用いた実験の結果も加えて、樹木状の植生が流れと流砂に及ぼす影響を考察するとともに、先に提案した $k-\epsilon$ 乱流モデルに基づく流れ場と有効掃流力の計算法の一般化を試みる。

2. 樹体モデルを用いた水理実験

著者らは、2種の形態の樹体モデルを用い、固定床の条件下において時間平均流速場を計測する実験(以下、固定床実験と呼ぶ)および、一樣砂床に樹体モデルを配置した状態での流砂量計測実験(以下、移動床実験と呼ぶ)を行った。本節では、その概要を示したのち、得られた結果について若干の考察を加える。

表 - 1 実験条件一覧

樹体モデル	配列パターン	樹体群モデル名	樹体モデル間隔 a or b (cm)	水深条件 抜水 or 水没	固定床実験 CASE 数 (水路勾配)	移動床実験 CASE 数 (水路勾配)
モデル A	千鳥	A-Z-S	$a = 12$	水没	1 (1/400)	6 (1/400)
	千鳥	A-Z-D	$a = 6$	水没	1 (1/232)	5 (1/172)
モデル B	千鳥	B-Z-S	$a = 12$	抜水	1 (1/250)	5 (1/196)
				水没	1 (")	6 (1/304)
	千鳥	B-Z-D	$a = 6$	抜水	1 (")	5 (1/97)
				水没	1 (")	5 (1/127)
	方形	B-S-M	$b = 6$	抜水	1 (")	24 (1/142)
				水没	1 (")

図 - 1 樹体モデル A

図 - 2 樹体モデル B

(1) 実験概要

実験には、幅40cm、深さ30cm、長さ7mの長方形断面・可変勾配水路を用いた。実験条件を一覧表の形式で示すと表 - 1 のようである。

a) 樹体モデルとその配列

樹体モデル A および B の模式図をそれぞれ図 - 1 および図 - 2 に示す。モデル A は、灌木状の木本類を模擬しており、直径0.85mmの真鍮線をハンダ付けで結合して作成し、水深方向から下流側に約60度傾けて水路床に埋め込んでいる。一方、モデル B は、直立した樹幹部と流れによって撓んだ枝の樹冠部をもつ樹木を想定しており、直径4mmのアルミ管に直径0.9mmの銅線を5本差し込んだ後、下流に60度折り曲げ、さらに、その先端に外径1.6mmのゴムチューブを差し込んでいる。以上のうな樹体モデルを水路床の約6mの区間に様な密度で配列して樹木群モデルを作った。配列パターンは、図 - 3 (“○”印は樹体モデルの位置)に示すように、縦・横断方向の間隔が等しい千鳥状(Z)あるいは方形格子状(S)のいずれかとした。そして千鳥状の場合には、配列間隔 a (図 - 3 参照)を6cmあるいは12cmと2種に変化させた。

b) 固定床実験の方法

固定床実験では、図 - 3 に示す単位配列メッシュ内に数本の鉛直測線を設定し、これに沿う時間平均流

図 - 3 樹体モデルの配列間隔

図 - 4 流速計測を行った測線の位置

速の分布を計測した。測線の位置は、図 - 4 の“●”が示すとおりであり、計測には外径1mmの極細ピトー管を用いた。水深の条件として、樹体モデル A を用いた実験では、モデルが水没している状態のみを設定したが、モデル B の場合には、水没・抜水双方での計測を行った。

c) 移動床実験の方法

実験に使用した砂は、0.6mm～1.0mmの間でふるい分けした珪砂(水中比重 $s = 1.65$)で、これを平均粒径 d_m が0.8mmの一樣砂とみなした。なお、この砂の無次元移動限界掃流力 τ_{*c} について、予備実験として樹体モデルのない状態で流砂量計測実験を行い、例えば芦田・道上式をあてはめる場合の τ_{*c} を求めると0.04～0.045程度となった。

実験は、樹体群モデルごとに、固定床実験に引き続いて実施された。すなわち、上述した一樣砂を10mmの厚さになるように固定水路床上に敷き詰め、多様な流量と勾配の条件下で等流を通水し、代表水深 h と単位幅流砂量 q_b を計測した。ただし、樹体モデル B に関する実験では、砂の散布に先立って、モデルを砂の敷厚分だけ引き上げ、結果としてモデルの露出状態が固定床実験の場合のものと一致するようにした。 q_b は、流砂をモデル河床の下流端で採砂箱により捕捉し(採砂幅はモデル A および B の場合、それぞれ15cmおよび35cm)、その時間と重量の計測値より算定した。なお、固定床実験におけるのと同様に、樹体モデル A の実験では、モデルが水没した状態下での計測しか行われなかったが、モデル B については、水没・抜水の双方についての計測が実施された。また、樹体モデルを方形パターンで配列した実験では、勾配を抜水の状態でも砂移動が生じるように設定し、流量を段階的に増加させたが、流量増加に流砂量が追従しないという興味深い傾向が認められた。そこで再現性を確保するために、所定の流量

図 - 5 流速分布の実測例

図 - 6 河床上の摩擦速度の分布

増加過程を4回繰り返した(表 - 1 の CASE 数の欄には総ケース数を記入している)。

(2) 実験結果と考察

a) 固定床実験

図 - 5 に、樹体群モデル(B-Z-D)を水没(左図)あるいは拔水(右図)状態とした場合の実験結果を示す。なお、描点の記号は、図 - 4 に示した測線の位置に併記した記号と一致させている。まず、両図とも、特に植生層の下半分で流速分布の場所的変化が著しく、樹体モデルによって流れが明らかに3次的になっていることが分かる。ただし、植生層の中位以上の領域や表面層では、その傾向がかなり薄れてきている。ついで、拔水か水没かという水深条件の相違の影響を試みる。拔水の場合には、使用した樹体モデルの樹冠部が、その上部で抵抗面積が大きいものとなっているため、水面付近に負の速度勾配が現れている。しかし、水没の場合には、表面層からの運動量供給によって樹冠部に相当する高さの流体が加速され、その付近の流速分布が、従来の計測例でよく見られるような tangent hyperbolic 型の形態を呈するようになっていく。さらに、各測線に沿う流速分布を細かく見ていくと、植生層内に、流速が極小値をとる場所を幾つか確認することができる。その場所は、一つの測線上で測点が樹体モデルの樹冠部部材に最も接近する高さにほぼ相当しており、極小値の発生は、いわゆる no-slip

図 - 7 移動床実験の結果

condition の効果によるものと解釈できる。このような樹冠部部材の影響は、乱れ構造にも無関係ではなく、恐らく、乱れの強さやスケールにもある程度の抑制作用が及んでいるものと推察される。

以上のような流れの諸特性のうち、流砂量特性との関連では底面付近の流速の場所的変化が最も興味深い。試みに、各鉛直測線上の流速分布が底面付近で滑面对数則に従うとみなして、各点での摩擦速度 u_{*B} を評価した結果から、その平面分布を推定してみると図 - 6 のようである。ここに、局所的な u_{*B} は、その空間平均値($u_{*B, av}$)で基準化されている。いずれのケースでも、20%程度の平均偏差が認められる。このような掃流力の場所的変化が存在する場での流砂量特性をその平均値のみで議論できるか否かは、今後、十分に検討してみる必要があるように思われる。

b) 移動床実験

図 - 7 に移動床実験の結果を示す。図は、見かけの摩擦速度 $u_* (= (gh)^{1/2})$ から求められる見かけの無次元掃流力 τ_* に対する無次元単位幅掃流砂量 $q_{B*} (= q_B / u_* d_m)$ の関係を整理したものであり、図中には、 τ_{*c} を 0.04 および 0.05 として計算された芦田・道上の流砂量曲線も示している。

描点群は、芦田・道上の曲線より大きく右にずれた位置に幅広く分布している。そして、それぞれの樹体群モデルごとに描点群の示す傾向もかなり大きく相違している。とくに、樹体群モデル(B-S-M)の結果には τ_* が増大しても q_{B*} が変化しない領域が明らかに認められる。また、(B-Z-S)と(B-Z-D)に関する結果を比較すると、前者では拔水状態での実験結果が τ_* の大きい領域で水没状態でのものにほぼ一致する傾向を呈しているが、後者では、それが全く認められない。

以上のような($q_{B*} \sim \tau_*$)関係の複雑さは、主として、樹体モデルの形状抵抗に起因した有効掃流力の低減特性の複雑さに対応していることは言を待たない。改めて有効掃流力の的確な評価法を確立することの重要性が認識される。ただし、実験中に流砂の挙動を目視観

察したときの印象として、個々の樹体モデルが砂移動そのものの障害になっている点や流砂の発生に伴う砂面の凸凹化などが、 $(q_{B*} \sim \tau_*)$ 関係に何らかの実質的な影響を及ぼしている可能性があることも合わせて指摘しておきたい。

3. k-ε モデルによる流れの数値計算

(1) 基礎式と数値計算法

本研究では、清水ら⁴⁾によって提案された鉛直2次元流の基礎式を次のように1次元化して用いている。

$$\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\nu_t + \nu \right) \frac{\partial U}{\partial y} \right\} - \frac{1}{2} C_D \lambda |U| U + g \sin \theta = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} - \left(\frac{\varepsilon}{k} \right) k + \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + C_{fk} \frac{1}{2} C_D \lambda |U| U^2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} - \left(C_2 \frac{\varepsilon}{k} \right) \varepsilon + C_{f\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{k} \right) \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + C_{fk} \frac{1}{2} C_D \lambda |U| U^2 \right\} = 0 \quad (3)$$

ここに、 y = 河床面からの高さ、 θ = 河床傾斜角、 U = 時間平均流速、 k = 乱れエネルギー、 ε = 乱れエネルギー逸散率、 λ および C_D = それぞれ植生の局所的な密生度（流れの単位容積当たりの遮蔽面積）および、樹体の傾斜を考慮した抗力係数、 ν = 水の動粘性係数 g = 重力加速度であり、 σ_k , σ_ε , C_1 , C_2 , C_{fk} および $C_{f\varepsilon}$ は、いずれもモデルパラメータである。また、 ν_t は渦動粘性係数で、一般には、 $\nu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon$ ； C_μ = モデルパラメータ、と表現されているが、著者らは、直立性でない樹体モデルによる乱流混合の抑制効果を考慮して、次のように補正することを提案している⁷⁾。

$$\text{植生層} \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left\{ 1 - K_{vt} \left(\frac{y}{h_v} \right)^3 \right\} \quad (4)$$

$$\text{表面層} \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left\{ 1 - K_{vt} \left(\frac{h-y}{h-h_v} \right)^3 \right\} \quad (5)$$

ここに、 h_v = 樹体の高さ、 K_{vt} = モデルパラメータ、である。

河床と水面における境界条件の具体的な式形の記述は、著者らの既発表論文（文献7）で記述しているので省略するが、河床上にはそこの実質摩擦速度 u_{*B} に対応した平衡乱流が存在し、一方、水面では、欄干・

中川⁸⁾のモデルと同様な乱れの減衰が生じるものと仮定している。

基礎式と境界条件式は、完全乱流層の範囲内で Patanker⁹⁾の積分法で離散化され、SIMPLE アルゴリズムと類似した収束法により、数値解析される。まず、水深 h と河床上の摩擦速度 u_{*B} の初期値および未知量 U , k , ε の初期値を設定する。次いで、収束計算では、(1), (2), (3) 式の離散化式から U , k , ε の修正を行い、このうちの U の分布が連続式を満たすように水深を修正すると共に、最下格子点での流速と u_{*B} との関係が上述した平衡乱流におけるものと一致するように u_{*B} を修正する。以上のような収束計算の結果として連続式、境界条件、(1), (2), (3) 式を満足するような u_{*B} , h および未知量 U , k , ε の分布が算出される。

(2) モデルパラメータの同定

本節(1)で概説した k-ε 乱流モデルには、導入の経緯が相違する3種のパラメータが含まれている。第1種は σ_k , σ_ε , C_1 , C_2 , および C_μ であり、標準型 k-ε モデルのモデルパラメータと呼ばれている。そして、これらについては、植生を伴わない流れへの適用を通して得られた推奨値がある。第2種は、 C_{fk} , $C_{f\varepsilon}$ である。これらは、清水ら⁴⁾が、植生の形状抵抗が乱れエネルギーの生成と逸散に及ぼす効果を評価するために導入したもので、直立性の植生の場合には、 $C_{fk} = 0.07$ および $C_{f\varepsilon} = 0.16$ とするのが適当とされている。第3種は、(4)および(5)式に導入された K_{vt} であり、その意義は先述のとおりである。

さて、本来ならば、これら全てのパラメータについて系統的に同定作業を行うべきであるが、その作業は極めて煩雑なものになることは明らかである。そこで、本研究では、まず、 σ_k , σ_ε など、標準型 k-ε モデルのパラメータは既往の推奨値に固定することにした。さらに、 C_{fk} と $C_{f\varepsilon}$ のうち、 $C_{f\varepsilon}$ については、文献7)における検討の結果として、清水らの推奨値の適合性が示されていることから、これも検討の対象から外すことにした。このようにして、結局、 C_{fk} と K_{vt} のみに着目することとし、著者らの固定床実験のケースごとに、これらの適正值を探索した。なお、抗力係数 C_D も重要なパラメータであるが、著者らは、流れに対して傾いた円柱に対して得られている Hoerner の実験式¹⁰⁾を用いて算定している⁷⁾。

C_{fk} と K_{vt} の同定作業では、まず、それぞれについて $C_{fk} = 0.07 \sim 0.14$ および $K_{vt} = 0 \sim 1.0$ の範囲を設定した。ついで、両者の数値の組み合わせを変化させながら計算した流速分布と実測結果を比較しながら、各実験ケースごとに、適正值を求めた。実測値に対する計算値の適合度は、①水深、②植生層と表面層の境界付近での流速分布形および、③計算領域の下限における局所流速の再現性、から総合的に評価した。

図 - 8 河床被覆率と K_{vt} の関係

上述のような検討の結果、 C_{fk} の適正值としては 0.11 が求められた。実際には、樹体モデル A および B に対して、それぞれ 0.1 および 0.12 を与えるのが最適と判断されたが、0.11 としてもある程度満足し得る計算値が得られた。なお、この C_{fk} 値は、清水らの推奨した値より 50% 程度大きい。すなわち、 C_{fk} は植生個体の形状の複雑さに応じて変化させる事が必要なパラメータであるが、その詳細は今後の課題である。

一方、 K_{vt} の適正值は検討の範囲内でかなり大幅に変化した。しかし、これが樹体モデルによる乱流の鉛直混合の抑制効果に関する係数であることより、その河床被覆率（≡ 河床単位面積当たりの樹体の鉛直投影面積）を r とし、これと K_{vt} の関係を描くと図 - 8 のようになった。図中には、下流側に撓んだ形状の円筒形植生モデルに関する結果⁷⁾も併記されている。

図 - 8 より、 K_{vt} と r との間にかなり強い相関関係があることを確認できよう。そして、 K_{vt} は、 r が 0 ～ 0.1 の間では、 r の増大と共に急増するが、 r がさらに大きい範囲内では、 r に対する変化率が小さく、また、ほぼ一定となる傾向を呈している。もちろん K_{vt} と r との関係は植生モデルの形態によって幾分相違していると思われるが、特に厳密さを求めないならば、両者の関係を図中に描いた曲線で代表させることも可能ではないかと思われる。ただし、このような K_{vt} の評価法の一般性については、(4) および (5) 式のような表示法の妥当性の問題も含めて、今後さらに検討を重ねる必要がある。

図 - 9 に、本 $k-\varepsilon$ モデルによる流速分布の計算結果と実験結果の比較例を示している。実験結果としては、全測線上での流速分布を水文学でなされる流域のティーセン分割に類似した考え方で平均したものを描いている。また、計算結果としては、最適のモデルパラメータを用いたものを示すとともに、見かけの河床せん断応力で基準化したレイノルズ応力 τ_R の分布状況も併記している。さて、図より、流速分布の再現性は概ね良好と判断されるが、CASE(B-Z-S)の場合に見られるように、樹体モデルの配列密度が小さいときに、河床付近の計算流速が実測値より小さくなる傾向を解消することはできなかった。この場合、実測の流速が

図 - 9 $k-\varepsilon$ モデルによる計算値と実測値の比較

植生層内で極大値を持つような様相を呈するのは、樹体モデルの存在によって縮流する流れが河床面に向かうためではないかと推察されるが、本モデルは、元々そのような流れの特性までも再現できるものではない。一方、レイノルズ応力分布の再現性については実測値がないので評価できないが、直立性の植生モデルに関する従来の実測例と大きく矛盾しない結果が得られており、ほぼ妥当と判断している。

4. 有効掃流力による掃流砂量特性

著者らの $k-\varepsilon$ モデルによって計算される河床上の摩擦速度 u_{*B} を流砂の有効摩擦速度 u_{*E} として用いる場合に、掃流砂量特性がどの程度統一的に説明し得るかを検討した。

図 - 10 は、図 - 7 を無次元有効掃流力 τ_{*E} ($= u_{*E}^2 / \text{sgd}_m$) と u_{*E} を用いて無次元化された単位幅流砂量 $q_{B/E}$ ($= q_B / u_{*E} d_m$) との関係図に描き直したものである。ただし、本モデルは樹体が抜水状態にある場合には適用できないので、それに相当する描点は除外されている。また、計算では水深値も同時に求まるが、これと実測値との誤差は高々数%で、水深の計算精度はほぼ満足できるものであった。

さて、図 - 10 においては、描点群が全体として、図中に示した芦田・道上式の曲線にほぼ沿うようになっていることが分かる。しかし、樹木群モデルごとに見てゆくと、描点の分布傾向には明らかな相違が見られる。例えば、千鳥状配列の樹木群モデルだけに注目しても、比較的粗な配列の A-Z-S および B-Z-S の描点群は、共に、概ね $\tau_{*c} = 0.04$ の曲線によって代表されているようであるが、密な配列の A-Z-D および B-Z-D の場合には、対応する曲線の τ_{*c} が 0.045 ～ 0.05 程度と若干ながら大きくなる。とくに、B-Z-D に対する描点

図 - 10 推算された有効摩擦力を用いて描いた
流砂量特性

群は、 τ_{*E} の増大に伴い、より大きい τ_{*c} の曲線に移行する傾向さえ認められる。一方、正方形格子状配列で配列密度を粗・密の中間的なものにしたB-S-Mの描点は、A-Z-SならびにB-Z-Sの描点群とほぼ一致した傾向を呈している。

以上のように、本 $k-\varepsilon$ モデルから求まる u_{*B} を u_{*E} として用いるだけでは、十分な統一性のもとに流砂量特性を表現できるとは言い難いようである。このような結果に至った一つの理由として、本 $k-\varepsilon$ モデルは、これを樹体モデルの配列密度が粗な場合と密な場合に適用したとすれば、前者の場合に底面付近の流速値が相対的に小さめに（従って、 u_{*B} も小さめに）計算される性質があることを指摘しておきたい。上で述べた配列密度の相違による描点の分布位置の相違の原因がこのような点にあるとすれば、今後、河床面に関する境界条件などに何らかの改善を施すことにより、上述のように見かけ上の τ_{*c} が不統一となるような問題だけは解消されるかもしれない。このほか、とくにパターン B-Z-D の場合に見られるような、 τ_{*E} の増大に対する q_{B*E} の応答特性が他の配列ケースのものや理論曲線のものとは若干異なる点については、未だその原因を解明するには至っていない。第2節でも指摘したが、樹体モデルが流砂運動を阻害したり、流砂の発生に伴って砂面が凸凹化する点などを考慮すべきものなのかも知れない。

5. あとがき

本研究では、まず、灌木状および樹幹部と樹冠部を持つ樹木モデルを用いた実験により、これらが流れと掃流砂量に及ぼす影響を調べた。流れについては、河

床を被覆する形態の枝部が乱流の鉛直混合を抑制する効果を発揮していることや、河床面上の掃流力の場所的变化がかなり著しく、これによって流砂量特性が一般砂面上のものとは異なる可能性のあることなどが指摘された。一方、掃流砂量については、見かけの掃流力からの有効掃流力の減少特性が樹体モデルの形状と配列密度、拔水・水没という水理条件などによって複雑に変化することが検証された。ついで、著者らが既に発表済みの1次元 $k-\varepsilon$ 乱流モデルに再度着目し、その一般化に向けて、モデルパラメータの検討を行った。その結果、樹木状植生を伴う流れの速度場の計算に適したパラメータ値の与え方がある程度明らかにされた。最後に、本 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いて計算される有効掃流力が、樹体群を通過する掃流砂量の特性をどの程度統一的に説明し得るかを検討した。結果はある程度満足できるものではあったが、精度の高い掃流砂量の予測を行うためには、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルの改良や樹体群の存在を考慮した流砂理論の展開など、さらに研究を積み重ねる必要のあることが指摘された。

参考文献

- 1) 河川環境管理財団・河川環境総合研究所編：河川の植生と河道特性，第3章，pp. 61-100, 1995.
- 2) 室田明・福原輝幸：直立性の植物を有する開水路流れの構造について，第28回水理講演会論文集，pp. 225-231, 1984.
- 3) 渡邊康玄・北條紘次・清水康行：樹木の存在する河道の流況特性，水工学論文集，第34巻，1991.
- 4) 清水義彦・辻本哲郎・中川博次：直立植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究，土木学会論文集，No. 447/II-19，pp. 35-44, 1992.
- 5) 平野洋一・水原邦夫・大手桂二：植生水路の流水抵抗と掃流砂量に関する研究，新砂防，Vol. 40，No. 3(152)，pp. 4-10, 1987.
- 6) 石川芳治・藤田英信・水原邦夫・成富靖：河畔林をもつ河道における掃流砂量に関する研究，砂防学会誌，Vol. 51，No. 3，pp. 35-43, 1998.
- 7) 岡部健士・湯城豊勝・児島眞：植生を伴う河床上の掃流砂量に関する研究，水工学論文集，第41巻，pp. 851-856, 1997.
- 8) 禰津・中川：修正 $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる開水路乱流の数値計算法，土論集，第387号，pp. 125-136, 1988.
- 9) S. V. Patankar (水谷幸夫・上月正司共訳)：コンピューターによる熱移動と流れの数値解析，森北出版，pp. 24-48, 1995.
- 10) Bursnall and Loftin：Pressure Distribution on Yawed Circular Cylinder in the Critical Reynolds Number Range，NACA T, Note 2463, 1951.

(1998. 9. 30 受付)