河川の移動床歪模型相似則とその有効性

A STUDY ON THE SIMILARITY LAWS OF DISTORTED MODEL WITH A MOVABLE BED AND ITS VALIDITY

魏 炳乾¹・内島邦秀²・早川 博³・井出康郎⁴

WEI BingQian, Kunihide UCHIJIMA, Hiroshi HAYAKAWA and Yasuro IDE

¹学生会員 修(工) 北見工業大学大学院工学研究科システム工学専攻(〒090-8507 北海道北見市公園町 165 番地)

²正会員 博(工) 北見工業大学助教授 工学部土木開発工学科(〒090-8507 北海道北見市公園町 165 番地)

³正会員 博(工) 北見工業大学助手 工学部土木開発工学科(〒090-8507 北海道北見市公園町 165 番地)

⁴正会員 工修 北海道開発局開発土木研究所河川研究室長(〒062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

The theoretical backing of the similarity laws for distorted model with a movable bed obtained from dual dimensionless parameters of the bed-form classification diagram is given by solving the equations of similarity conditions which is obtained from 1-dimensional equation of motion, continuity equation, bed deformation equation and the formula of bed load transport. Secondly, by conducting distorted model experiments, which the experimental conditions are determined according to the similarity laws, the validity of the similarity laws is confirmed by comparing the bed form of distorted model experiment with that of undistorted model experiments performed by Hokkaido Development Bureau.

Key words : *Similarity law, distorted model, light weight bed material, alternate bars, bars height.*

1. はじめに

移動床歪模型相似則に関しては, Einstein・Chien¹⁾と Yalin²⁾の研究があるが, これらの相似則にはそれぞれ制約がある. Einstein・Chien の相似則は土砂初期運動(限界掃流力)の相似条件を相似基準として用いているため, 流砂量の多い流れに適用できない. Yalin は, 砂粒 Reynolds 数, 無次元掃流力, Froude 数と表面摩擦を相似基準として移動床歪模型相似則を提案しているが, 模型河床材料は砂より比重の小さい材料に制約され, 砂を用いるとすればその大きさが実物大となり縮尺模型実験はできない.

以上のような制約がなく利用し易い相似則として, 内島ら^{3), 4)}は砂州形成領域区分図両軸の無次元パラメーターを模型と原型で一致させることによって導出される移動床歪模型の相似則を提案し, いくつかの急流河川を対象として河床形の再現実験を行い, 良好な検証結果を得ている^{5), 6)}.

本研究では, まず, 鮭川⁷⁾らの砂州形成領域区分図の無次元パラメーターに基づく歪模型相似則(以下, 領域区分図に基づく相似則と呼ぶ)に限定し, その相似則の導出

を理論的に補完するため, 一次元の流れの運動方程式と連続式及び流砂の連続式と流砂量式より相似則を導き, 領域区分図に基づく相似則と比較検討する. 続いて, 2種類の河床材料を用いて歪模型実験を行い, 原型河床形状の再現性について検討し, 移動床歪模型相似則の有効性を検証する. さらに蛇曲程度の河道湾曲の影響による河床形の相似性について考察する.

2. 一次元の基本方程式に基づいた歪模型の相似則

一次元の流れの運動方程式と連続式は式(1), (2)であり, 流砂の連続式は式(3)である. 掃流砂量式は, 式(4)の Brown 型を用いる.

$$-I + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{U^2 N^2}{h^{4/3}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t_s} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{q_s}{u_* d} = k(\tau_* - \tau_{*c})^b \quad (4)$$

ここで、 h :水深、 B :川幅、 Q :流量、 U :平均流速、 I :河床勾配、 u_* :摩擦速度($=\sqrt{ghI_e}$ 、 I_e :エネルギー勾配)、

t :時間、 N :粗度係数、 g :重力加速度、 x :流れ方向にとった長さ、 z :河床高、 d :河床材料の平均粒径、 t_s :河床変形の時間、 λ :河床砂の空隙率、 τ_* :無次元掃流力、 τ_{*c} :無次元限界掃流力、 q_s :単位幅、単位時間当たりの流砂量、 k と b :定数である。

水理量の(原型値/模型値)を縮尺比、その逆数を縮尺と定義する。以後、原型値、模型値及び縮尺比をそれぞれ添字 p , m , r で表す。式(1), (2), (3), (4)が原型と模型でともに成立することによって、縮尺比の定義より、式(1)から次の式(5)が得られ、

$$I_r = \frac{h_r}{x_r} = \frac{U_r}{g_r t_r} = \frac{U_r^2}{g_r x_r} = \frac{U_r^2 N_r^2}{h_r^{4/3}} \quad (5)$$

式(2)および式(3)から、それぞれ式(6), (7)が得られる。

$$\frac{h_r}{t_r} = \frac{Q_r}{B_r x_r} \quad (6)$$

$$\frac{z_r}{t_{s,r}} = \frac{q_{s,r}}{(1-\lambda)_r x_r} \quad (7)$$

また、式(4)から、次の式(8)を得る。

$$\frac{q_{s,r}}{u_{*,r} d_r} = k_r (\tau_* - \tau_{*c})_r^b \quad (8)$$

次に、水平方向縮尺比を $B_r (=x_r)$ 、鉛直方向縮尺比を $Y_r (=h_r/z_r)$ として、歪比 n を $n=B_r/Y_r$ と定義する。これによれば、水路勾配の縮尺比 I_r は $I_r=n^{-1}$ となる。したがって、 $g_r=1$ であるから、式(5)から次の相似条件式が求められる。

$$\frac{nh_r}{B_r} = 1 \quad (9) \quad \frac{nU_r}{t_r} = 1 \quad (10)$$

$$\frac{nU_r^2}{B_r} = 1 \quad (11) \quad \frac{nU_r^2 N_r^2}{h_r^{4/3}} = 1 \quad (12)$$

$Q_r=B_r h_r U_r$ であるから、式(6)から相似条件式(13)が求められる、 $(1-\lambda)_r=1$ として、式(7)から相似条件式(14)が求められる。

$$\frac{U_r t_r}{B_r} = 1 \quad (13) \quad \frac{q_{s,r} t_{s,r}}{B_r h_r} = 1 \quad (14)$$

さらに、 $k_r=1$ とし、流砂量が相似となるためには、式(8)より $(\tau_* - \tau_{*c})_r=1$ となる必要がある。河床材料の移動限界付近の流砂相似条件は $(\tau_*/\tau_{*c})_r=1$ であり⁸⁾、この条件を用いても $(\tau_* - \tau_{*c})_r=\tau_*$ となつて、結局 $\tau_{*r}=\tau_{*c}=1$ が必要条件となる。したがって、流砂量の相似条

表-1 移動床歪模型の相似則

基本方程式による相似則	式番号	領域区分図に基づく相似則	式番号
$d_r = s_r^{-1} n^{-2} B_r$	(18)	$d_r = s_r^{-1} n^{-2} B_r$	(27)
$h_r = n^{-1} B_r$	(19)	$h_r = n^{-1} B_r$	(28)
$N_r = n^{-2/3} B_r^{1/6}$	(20)	$N_r = s_r^{-1/6} n^{-1/3} B_r^{1/6}$	(29)
$q_{s,r} = s_r^{-1} n^{-3} B_r^{3/2}$	(21)	$q_{s,r} = s_r^{-1} n^{-3} B_r^{3/2}$	(30)
$t_r = n^{1/2} B_r^{1/2}$	(22)	$t_r = s_r^{-1/6} n^{5/6} B_r^{1/2}$	(31)
$t_{s,r} = s_r n^2 B_r^{1/2}$	(23)	$t_{s,r} = s_r n^2 B_r^{1/2}$	(32)
$U_r = n^{-1/2} B_r^{1/2}$	(24)	$U_r = s_r^{1/6} n^{-5/6} B_r^{1/2}$	(33)
$Q_r = n^{-3/2} B_r^{5/2}$	(25)	$Q_r = s_r^{1/6} n^{-11/6} B_r^{5/2}$	(34)
$Fr_r = 1$	(26)	$Fr_r = s_r^{1/6} n^{-1/3}$	(35)

件は、 $I_e=I_r$ であるから式(8)より式(15)になる。当然、無次元掃流力 $\tau_* = hI/d$ (s :河床材料の水中比重)を考慮して、流砂相似条件式(16)を付加する。

$$\frac{q_{s,r} n^{1/2}}{d_r h_r^{1/2}} = 1 \quad (15) \quad \frac{n^{-1} h_r}{s_r d_r} = 1 \quad (16)$$

以上の相似条件式(9)~(16)において、式(13)の条件下では式(10)と(11)は同等であり、いずれか一方を採用すればよい。ここでは、式(10)を用い、相似条件式をまとめて示すと、次の(17)式となる。

$$\left. \begin{aligned} nh_r &= B_r \\ nU_r &= t_r \\ U_r t_r &= B_r \\ nU_r^2 N_r^2 &= h_r^{4/3} \\ q_{s,r} t_{s,r} &= B_r h_r \\ n^{1/2} q_{s,r} &= d_r h_r^{1/2} \\ n^{-1} h_r &= s_r d_r \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

相似条件式(17)において、7個の式の中に10個の未知数が存在するので、その内の3個の物理量を独立に選択すれば他の水理量の縮尺比を導ける。ここでは、模型を実験室に収めるための水平縮尺比 B_r と I_r 、即ち、歪比 n 及び s_r をあらかじめ選ぶことにすると、式(17)から表-1に示す相似則(18)~(24)が求められる。流量(Q)とFroude数(Fr)の相似則はそれぞれの定義より式(25)、(26)となる。また、表-1には、鮭川らの砂州形成領域区分図の無次元パラメーターから求まる相似則も併記した。この誘導の詳細は参考文献3)で述べているので、以下に留意点のみ概説する。領域区分図両軸の無次元パラメーターが原型と模型で等しいとする相似条件 $(u_*/u_{*c})_r=1$ (即ち、 $\tau_{*r}=1$) と $(B/Ih)_r=1$ より求めた相似則(27)、(28)に基づいて、Manning-Strickler型抵抗則($U/u_{*c}=6.0(h/d)^{1/6}$)と式(7)および式(8)を独立に用いて求まる相似則が式(29)~(35)である。

二つの相似則を比べると、 d_r , h_r , q_{sr} , t_{sr} の相似式は同じであり、領域区分図の無次元パラメーターに基づく相似条件には、流れと流砂の相似が含まれていると解釈できる。また、他の相似式も同型であることから領域区分図に基づく相似則の妥当性が理論的に説明できたとと言える。

式(24)と式(33)が違うのは、式(33)は砂州上の流れの抵抗則としてManning-Strickler型公式を用いて導かれたもので、摩擦抵抗と形状抵抗を含むが、式(24)は摩擦抵抗のみと考えられる。したがって、抵抗に関する式(20)、(24)によって抵抗を相似にすることは難しく、式(26)のFroude相似も成り立たなくなる。領域区分図に基づく相似則は、その導出過程で原型の河床形態に応じた抵抗則を選択することができ、汎用性があると考えられる。

そこで、以下では歪模型相似則として領域区分図に基づく相似則を用い、歪模型実験結果によってその有効性を検討する。

3. 歪模型相似則の有効性についての実験的検証

模型実験の対象河川は石狩川水系忠別川である。忠別川の河床形状は、中・下流部で複列砂州を形成しており、横断形状は皿状で、洪水の度に局所洗掘や側岸侵食を起こし易い河川である。このため、平成7年度に北海道開発局で、中規模以上の洪水に対する複列砂州の単列化を目的として現況河川の堤防法線間のほぼ中央位置に幅100mの低水路を試みに設けた河道改修案を提案し、縮尺1/50の大型無歪模型実験（河床材料：砂）を行うことによってその改修効果を検討した⁹⁾。以降では、この河道改修試案を原型として歪模型実験を行った。

(1) 模型実験条件と実験方法

模型水路は、忠別川の河道改修試案を水平縮尺1/B_r=1/600にした複断面水路(図-1)で、対象区間はKP6.2～KP12.4である。上流側の800m(KP11.6～KP12.4)を助走区間とした。下流端には水位調整も兼ねた可動式の砂止めを、KP9.4のところには木製の取水堰模型を設置した。模型水路全体は木製で堤外側を塗装仕上げにした。

模型実験では図-2に示す2種類の河床材料(砂と火山礫)が使われた。砂と火山礫の平均粒径 d_m 及び比重(表乾比重)はそれぞれ表-2のとおりである。

河床材料が火山礫の場合の実験条件は図-3の手順で次のように決定した。原型の河床材料の平均粒径は $d_p=71\text{mm}$ 、平均河床勾配は $I_p=1/138$ であり、式(27)より歪比 $n=1.7$ 、歪比 $n(=B_r/Y_r)$ 、ここで、 Y_r ：鉛直縮尺比から模型水路勾配 $I_m=1/81$ 、鉛直縮尺 $1/Y_r=1/353$ に決定した。したがって、模型水路は勾配1/81の可傾斜ステージ上に取り付けた。

低水路内移動床の初期河床面位置は対象区間の「計画高水敷高-計画河床高」の平均値が2.5mであることから、

図-1 忠別川の平面図

図-2 模型底質の粒度分布

表-2 河道平面を相似にした歪模型実験条件

物理量	原型	平面相似にした歪模型	
水平縮尺	——	1/600	1/600
鉛直縮尺	——	1/240	1/353
歪比	——	2.5	1.7
勾配	1/138	1/55	1/81
河床材料	砂礫	砂	火山礫
比重	2.65	2.65	1.34
河床粒径	71mm	0.75mm	1.66mm
流量	700(m ³ /s)	0.426(l/s)	0.146(l/s)
	900(m ³ /s)	0.548(l/s)	0.210(l/s)
通水時間	45時間	17分38秒	7分51秒

図-4 横断河床形状の比較図

図-3 実験条件の決定

鉛直縮尺より高水敷から7mm低い位置とした。したがって、低水路満杯流量時でも模型の h_m/d_m は4程度と小さくなるが、山地河川の対数型抵抗則¹⁰⁾であるHey式を指数式に近似したものは2章で取扱ったManning-Strickler抵抗則に一致し抵抗に関する相似は成り立つと考えられる。

実験を行うに当たって、前もって火山礫を均一に湿らせ丹念にかき混ぜた後、コテを用いて平坦に敷き均して初期河床面とした。また、実験では定常状態を保持するために水路上流端で初期河床面を維持するように手を使って火山礫を補給した。

実験流量は北海道開発局が行った無歪模型定常流実験

図-5 左右岸沿い河床縦断形状

(縮尺 1/50, KP6.0~KP16.6)⁹⁾で採用した中規模洪水の $Q_p=700, 900(\text{m}^3/\text{s})$ とし、式(34)より模型流量 $Q_m=0.146, 0.210(\text{l/s})$ を決定した(非定常流実験による本相似則の有効性は忠別川現況河道模型で立証済みである⁶⁾)。 $Q_p=900(\text{m}^3/\text{s})$ は低水路満杯程度の流量である。また、歪模型流量の通水時間は、無歪模型実験で採用した洪水継続時間が $t_{sp}=45$ 時間であることから、式(32)を変形した式(36)より、 $t_{sm}=7$ 分51秒とした。以上の実験条件を表-2にまとめて示す。

$$t_{sm} = n^{-2} \cdot s_r^{-1} \cdot B_r^{-1/2} \cdot t_{sp} \quad (36)$$

河床材料が砂の場合の実験条件は、 $s_r=1$ にして同様の手順で決定でき、表-2に併記した。

横断河床形状の測定には自製の河床形状測定器を用い、止水後に200m間隔の各KP断面で初期河床面からの高低差を測定した。横断方向測定間隔は1cmである。模型河床の洗掘深及び堆積高の原型値換算式は、平均河床面からの洗掘深 ξ と砂州波高 H が線形関係($\xi=0.75H$)にあり、 $\xi_r=H_r$ となるから、砂州波高 H の相似則⁴⁾、式(37)に基

表-3 直線水路における実験条件

物理量	直線水路歪模型	
水平縮尺	1/333	1/333
鉛直縮尺	1/177	1/263
歪 比	1.88	1.27
勾 配	1/73.4	1/109
河床材料	砂	火山礫
河床材料水中比重	1.65	0.34
河床粒径	0.75mm	1.66mm
流 量	1.10 (l/s)	—
	1.41 (l/s)	0.529 (l/s)
通水時間	41 分 51 秒	18 分 54 秒

づいて、次の式(38)となる。

$$H_r = n^{-1} \cdot B_r \quad (37)$$

$$\xi_p = n^{-1} \cdot B_r \cdot \xi_m = Y_r \cdot \xi_m \quad (38)$$

また、模型水路の横断方向位置の原型値は $B_r=600$ を掛けて求められる。

(2) 歪模型相似則の有効性についての検証実験結果

無歪模型実験における原型値45時間通水の定常流実験結果と比較して移動床歪模型実験の有効性を検討するために、歪模型実験も同じ通水時間で行われた。この結果、歪模型で発生・再現された河床形態は無歪模型(移動床低水路の最大屈曲角度はKP8.0付近の27度15分)と同様の移動性交互砂州であった。実験結果の代表例として流量 Q_p が $900(\text{m}^3/\text{s})$ 時の横断河床形状を図-4(紙数の関係で代表例)に示す。

図-4は洪水流下後に止水し、自然排水した後に各断面について測定した横断河床形状の比較図であり、歪模型の河床形については平均河床高を計画河床高に一致させて示している。図-4において、KP6.4~KP8.6の河床形状は原型(無歪模型)とよく一致しているが、KP8.8より上流側の横断形状は原型と一致していない。

一般に、移動性交互砂州は流下移動するに従って発達・安定し、移動速度は緩慢になる。無歪模型実験がKP6.0~KP16.6区間を対象に行われているのに対して、本歪模型実験はKP6.4~KP12.4区間で行われている。したがって、歪模型のKP8.8より上流側は砂州の発達域に相当し、このために原型の河床形状に一致しないと考えられる。

図-5は原型と火山礫を用いた歪模型の左右岸沿いの河床縦断形状であり、原型、模型ともに交互砂州が発生していることを明瞭に示している。原型と模型の砂州の対応関係を点線で表しているが、砂州先端の位置の違いはあるものの砂州の数はほぼ一致している。砂を用いた模型においてもほぼ同様な結果が得られた。このように、移動性交互砂州発生時においても原型(無歪模型)の河床を良好に再現可能であることが分かる。

以上の結果から、歪模型の相似則は有効であると考えられる。

表-4 再現砂州波高

物理量	原型	平面相似にした歪模型実験		直線水路	
河床材料	砂礫	砂	火山礫	砂	火山礫
$Q_p=700(\text{m}^3/\text{s})$ 時の砂州波高(m) (標本数)	2.83 (10)	2.93 (10)	4.67 (12)	3.19 (35)	—
$Q_p=900(\text{m}^3/\text{s})$ 時の砂州波高(m) (標本数)	2.58 (12)	2.31 (9)	3.92 (12)	2.63 (49)	6.48 (35)

4. 河道湾曲を考慮した河床形相似則の考察⁴⁾

河道湾曲の形状は、河道の1蛇行内に左右交互の方向を持つ交互砂州1組(砂州2個)が存在する、いわゆる蛇曲に相当する形状とし、その効果を考慮した相似則と前章の歪模型相似則を用いて考察する。

河床洗掘深 η は河床横断面の平均河床高からの最大深さと定義する。 η の推定式は、平均水深 h で無次元化して

$$\frac{\eta}{h} = \frac{\eta_H}{h} + \frac{\eta_b}{h} \quad (39)$$

で表される¹¹⁾。ここで、 η_H : 河道が直線でも洗掘される量、即ち、砂州に起因する洗掘深、 η_b : 河道の湾曲に起因する洗掘深である。

η_b/h は、一樣湾曲水路に対する理論式¹¹⁾、

$$\frac{\eta_b}{h} = \frac{1}{2} N_* \left(\frac{\mu_s \mu_k \tau_*}{\tau_{*c}} \right)^{0.5} \left(\frac{B}{r} \right) \quad (40)$$

で与えられる。ここで、 N_* : 二次流の強さを示す係数(Rozovskiiによれば $N_*=11$)、 μ_s : 砂粒の静止摩擦係数(=1)、 μ_k : 砂粒の動摩擦係数(=0.6)、 r : 曲率半径である。

式(40)によれば、 η_b/h の縮尺比 $(\eta_b/h)_r$ は N_* 、 μ_s 、 μ_k 、 τ_{*c} の縮尺比を1としてよく、 $B_r=r_r$ であり、また、 $\tau_{*r}=\tau_{*c}$ であるから、

$$\left(\frac{\eta_b}{h} \right)_r = 1 \quad (41)$$

となり、河道湾曲に起因する無次元洗掘深 η_b/h は、歪の影響を受けないことが分かる。

河道湾曲を考慮した洗掘深の相似則は、式(39)と式(41)より、次式で表される。

$$\left(\frac{\eta}{h} \right)_r = \left(\frac{\eta_H}{h} + \frac{\eta_b}{h} \right)_r = \frac{\left(\frac{\eta_H}{h} \right)_r + \left(\frac{\eta_b}{h} \right)_m}{1 + \left(\frac{\eta_b}{h} \right)_m} \quad (42)$$

直線水路における砂州波高と平均水深の相似関係は式(28)と(37)より、

$$\frac{H_r}{h_r} = 1 \quad (43)$$

となり、 $H_r = \eta_{Hr}$ であるから、 $(\eta_H/h)_r = 1$ となつて、

図-6 砂州波高の原型値と再現砂州波高の比較

結局、式(42)は、

$$\left(\frac{\eta}{h}\right)_r = 1 \quad (44)$$

となり、 η/h も歪の影響を受けない。また、式(43)、(44)から、

$$H_r = \eta_r = h_r \quad (45)$$

であり、河道湾曲の度合に関係なく、式(37)を適用できると考えられる。

試みに、前章と同じ原型河川に対する歪模型実験を幅30cm、長さ13mの直線水路を用いて行った。実験条件は表-3で、直線水路模型においても河床形態は交互砂州であった。その砂州波高の平均値は表-4のとおりであり、原型波高と比較したのが図-6である。火山礫の場合の砂州波高は過大に再現する。この理由は砂州波高の相似式(37)に水中比重縮尺比 s_r が加味されていなく、改良の余地がある。砂の場合は、原型値によく一致し、式(45)に関する上述のことが認められるが、原型の河道平面形(図-1)の湾曲は小さく、今後湾曲の大きな河道を対象とした模型実験でさらに検証する必要がある。

5. おわりに

以上、本研究では、まず、一次元の流れの運動方程式と連続式及び流砂の連続式と掃流砂量式より、移動床歪模型の相似則を導き、砂州形成領域区分図のパラメータ

一から得られる相似則と比較検討した。次に、石狩川水系忠別川を対象とし、北海道開発局が低水路河道改修試案(幅100m)に基づいて行った縮尺1/50の無歪模型実験に対し、2種類の河床材料(砂と火山礫)を用いた歪模型実験を行って歪模型相似則の有効性と共に、河道湾曲を考慮した砂州河床の相似性について検討した。その結果をまとめると、以下のである。

- 1) 一次元の流れの運動方程式と連続式及び流砂の連続式と掃流砂量式より歪模型相似則を導くことによって、領域区分図に基づく相似則について理論的に補完した。
- 2) 模型の河床材料が砂、火山礫にかかわらず、歪模型実験で原型(無歪模型)の移動性交互砂州河床形状を再現できる(模型水路の制約から上流側の発達過程にある砂州を除く)ことが明らかになり、移動床歪模型実験の有用性及び本研究で用いた歪模型相似則の有効性を確認できた。
- 3) 河道湾曲の度合があまり大きくない蛇曲程度の砂州河床河川に対しては、本相似則を用いた直線水路模型実験で砂州波高、即ち、洗掘深を推定できる可能性があることを示した。

参考文献

- 1) Einstein, H. A. and Chien N.: Similarity of Distorted River Models with Movable Beds, Trans. ASCE, Vol.121, pp. 440-457, 1956.
- 2) Yalin, M. S.: Theory of Hydraulic Models, Macmillan, 266p, 1971.
- 3) 内島邦秀・早川博: 交互砂州河床河川の移動床歪模型の相似則に関する研究, 土木学会論文集, No.479/II-25, pp.71-79, 1993.11.
- 4) 内島邦秀: 中規模河床形態の相似則, 1995年度(第31回)水工学に関する夏期研究会講義集, A4, pp.1-16, 1995.
- 5) 内島邦秀・井出康郎・加治昌秀・宇山幹紀・早川博: 忠別川の移動床歪模型実験, 土木学会北海道支部論文報告集, 第51号(B), pp.178-183, 1995.
- 6) 内島邦秀・高木厚・井出康郎・加治昌秀・早川博: 移動床歪模型実験による洪水時河床変動の検討, 水工学論文集, 第41巻, pp.1003-1010, 1997.
- 7) 鮎川登: 実験水路における交互砂州(砂れき堆)の形成条件, 土木学会論文報告集, 第207号, pp.47-50, 1972.
- 8) 須賀亮三: 水理模型実験, 山海堂, 1990.
- 9) 北海道開発局開発土木研究所・(財)河川環境管理財団: 平成7年度大型水路水理実験検討業務の内急流河川水理模型実験報告書, 1995.
- 10) 長谷川和義: 山地河川の形態と流れ, 1988年度(第24回)水工学に関する夏期研究会講義集, A8, pp.1-22, 1988.
- 11) 渡邊康玄・長谷川和義・北條紘次: 河川データによる河床洗掘の水理要因に関する検討, 水工学論文集, 第34巻, pp.313-318, 1990.

(2000. 10. 2 受付)