跳水から発生する低周波音の予測

LOW FREQUENCY SOUND BY HYDRAULIC JUMP

桜井 力¹・京藤 敏達²・西村 仁嗣²

Tsutomu SAKURAI, Harumichi KYOTOH and Hitoshi NISHIMURA

¹正会員 工修 水資源開発公団 企画部調査課 (〒107-8488 東京都港区赤坂5-3-3)

²正会員 工博 筑波大学 機能工学系 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1)

Hydraulic jump of high-Froude number flow entrains air bubbles with high concentrations, thus scattering low-frequency sound to the environment. In the present study, the frequency of the sound scattered from a dissipater of a spillway was predicted by the Helmholtz equation derived from a phenomenological equation of multi-phase flow. This low frequency sound was considered to be generated by the oscillation of the bubble cloud in the region of dissipater with high void ratio.

Based on the Helmholtz equation for sound wave, the eigen-value problem was solved analytically for the simplified models of the dissipater and numerically for the more practical model. The eigen-frequencies obtained from these models were compared to the experimental results and shown to be well-predicted by the present method.

Key Words : Hydraulic jump, low frequency sound, air bubbles, dissipater, the Helmholtz equation, eigen-value problem

1. 序論

ダムに設けられる洪水吐きは、洪水時の流水を安全かつ確実に下流に流下させるための施設であるが、ダムを流下する水は大きなエネルギーを持っており、下流保護のために必要がある場合にはエネルギーを減じるための減勢工が設けられる。減勢工には様々な型式があるが、現在、我が国で最も採用事例が多いのは、副ダムによって下流水深を確保し、水平な水叩き上に強制的に跳水を発生させる「副ダムを有する跳水式減勢工」と呼ばれる型式である。跳水は、流水が射流から常流に変化する急変現象であるが、その際に生じる大きな乱れによって、そのエネルギーの一部が、熱や音に変換されることにより、減勢効果が発揮される。

減勢は水脈の持つエネルギーの一部が熱や音に変換することによって達成されるため音の発生は避けられない。これらダム放流水の減勢時に発生する音は、人間には聞こえにくい 20Hz 以下の周波数成分が卓越した周波数特性を持つことが現地観測結果等から知られている^{1,2)}。この低周波音が大きい場合や長期に亘る場合などに周辺の建物の窓ガラスや建物内の建具を振動させる等の問題を引き起こしてお

り、早急な現象の解明と低減対策の確立が求められている。

しかし、現時点では、ダム計画段階で、放流時の低周波音の発生がある程度予想されても、定量的な予測が困難であることや抜本的な対策が確立していないことから、設計において発生音対策が講じられることはほとんどない。そのため、運用を開始してから発生音が問題となり、対策を迫られる事例が見受けられる。しかし、ダムが完成し、運用を開始してしまうと、発生音源側での対策は一層難しくなり、結局、対策は家屋の補強等の対症療法的なものにならざるを得ない。したがって、ダムの計画・設計段階において発生音を定量的に予測し、具体的な対策を講じておくことが望ましく、そのための検討手法を確立する必要がある。

減勢池内の流れは気液混相流であり、このような流れから発生する音波は Lighthill の理論³⁾を混相流の方程式に適用することによって検討されている⁴⁾。すなわち、跳水内部からの発生音には、渦による音、気泡混入時の気泡生成音、混入された気泡群から放射される音などが挙げられる。これらの発生音で最も減衰が小さく、かつ、低周波の振動は気泡群から放射される音である⁵⁾。したがって、本論文では減勢池

図-1 減勢池内のボイド率分布および水面形(実験No. 2-1: 2倍モデル, フルード数 = 8.4, $L = 2.61$ m, $d = 0.435$ m)

から発生する低周波音の原因が跳水時に減勢工内に連行される気泡群の振動によるものと考え、その放射される音の予測を行った。

2. 気泡群の振動によって発生する音

(1) 減勢池から放射される音のスペクトル

以下では、桜井・柏井・小野⁶⁾による跳水式減勢工からの発生音に関する実験データに基づいて議論を行う。実験は、幾何学的に相似で大きさの異なる4種類の模型を用いて行った。各模型の大きさは、最も小さい模型を基準として、それぞれ2倍、3倍および4倍となっている。ただし、現象の2次元性を仮定し、水路幅は全模型とも20cmとしている。図-1には2倍モデルの流れの様子が示されており、跳水始端部から斜面端部にかけてボイド率の大きな領域が存在し、下流側ではボイド率は徐々に減少している。なお、ポンプ運転音等の暗騒音を別途測定し、測定音から差し引いている。

図-2は跳水始端部直上で計測した音のパワースペクトルの周波数200Hzまでの値を各モデルにおいてプロットしたものである。実験における発生音も、100Hz以下に複数のピークを持つ人間の耳には聞き取りにくい低周波数帯が卓越した音となっている。跳水時に混入される気泡の径は1～2cmであり、その固有振動数は数百ヘルツとなる。したがって、図-2に現れる複数のピークは、単一気泡の固有振動によるものではない。

(2) 気泡群の振動によって発生する音の基礎式

気泡群が放射する音は、大気から海洋に砕波によって取り込まれる空気量を推定する際の一方法として研究されている⁷⁾。すなわち、海洋表層の気泡群が放射する音の振動数を計測することによって、この気液混相流体のボイド率を推定することができる。気泡を含んだ混相流体中の音速は、混相流体の質量保存則および運動量保存則から容易に導かれ、流速に比べて音速が非常に大きい場合には、

$$\begin{aligned} c_m &= (\rho_m K_m)^{-1/2}, \\ \rho_m &= \rho_a \beta + \rho_w (1 - \beta), \\ K_m &= \frac{\beta}{\rho_a c_a^2} + \frac{1}{\rho_w c_w^2} (1 - \beta) \end{aligned} \quad (1)$$

図-2 発生音のパワースペクトル

(1, 2, 3, 4倍模型における副ダムの高さ d はそれぞれ $d=21.8, 43.5, 65.3, 87$ cm、副ダムまでの距離 L は、 $L=130.5, 260.9, 391.4, 521.8$ cmである。)

図-3 ボイド率と音速の関係

となる⁸⁾。ここで混相流体の密度を ρ_m 、音速を c_m 、体積弾性率を K_m 、 β をボイド率、空気および水の密度を ρ_a 、 ρ_w 、それら媒質中の音速を c_a 、 c_w とした。図-3に式(1)から算定した水-空気混相流中の音速を示す。ここでは、空気および水の物性値として以下の値を用いた。

$$\begin{aligned} \rho_a &= 1 \text{ kg/m}^3; \rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3 \\ c_a &= 340 \text{ m/s}; c_w = 1400 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (2)$$

この図から、水中に僅かな気泡が分散することによって音速が急激に減少することがわかる。ただし、式(1)は水および空気の粘性および熱伝導性を無視したときの表式であり、気泡が固有振動数近辺で振動している場合には適用されない⁷⁾。

本研究で対象とする現象は高レイノルズ数の気液混相状態にあり、その流れは複雑な乱流である。この乱流中の気泡の変形をモデル化することは困難なため、ここではこれを無視する。また、粘性や熱伝導の効果は乱流による擾乱に比べて小さいため、これらも無視する。さらに、この気液混相流が発する音は極度に複雑であるが、ここで注目する音は乱流変動より遥かに低周波で波長は水深スケール、しかもその水中音速は流速より数オーダー大きいいため、流れとの相互作用を無視する。上記の議論から、跳水中の圧力変動を次のヘルムホルツ方程式

$$\frac{\partial^2 p_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_m}{\partial y^2} + \kappa_m^2 p_m = 0, \quad \kappa_m = \frac{2\pi f}{c_m} \quad (3)$$

により記述する⁹⁾。ここで、 x, y は減勢池の流れ方向および鉛直方向座標、 p_m は圧力の複素振幅、 κ_m は波数、 f は振動数、 c_m は混相流中の音速である。以下では式(3)に基づいて減勢池内での音波および空中への音の放射について検討する。

(3) 音波の境界条件

音波に対する境界条件は、境界が透過壁、反射壁もしくは媒質間の界面の場合で異なる。透過壁では $p = 0$ 、反射壁では $\partial p / \partial n = 0$ (n は壁面法線方向座標)、媒質1、2の界面の場合には、①媒質1と2が同じ物質で構成されるときは圧力および質量流速の連続条件 ($\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$):

$$p_1 = p_2; \quad \frac{\partial p_1}{\partial n} = \frac{\partial p_2}{\partial n} \quad \text{at } n = 0 \quad (4)$$

②媒質間で物質のやり取りがない場合には界面の圧力および法線方向流速が等しくなる条件

$$p_1 = p_2; \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial n} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial n} \quad \text{at } n = 0 \quad (5)$$

が適用される。ここで、 u_1, u_2 は界面における法線方向流速、下付き添字1, 2は媒質1および2における物理量を意味する。また、上式(4), (5)の第2式は線形化したオイラーの運動方程式を使って流速の条件を圧力条件で表現したものである。

以下で、気液混相流が空気に接するときの境界条件を $\rho_a \ll \rho_m$ のもとで簡略化する。ただし、音波の加速度が重力加速度に比べて非常に大きく、重力の効果は無視できるとする。また、この界面変位は非常に小さいとする。物理量の大きさを見積もるために、無次元化

$$N = n/h; p_m = \rho_m c_m^2 P_m; p_a = \rho_a c_a^2 P_a \quad (6)$$

を行う。このとき境界条件は、

$$\begin{aligned} \rho_m c_m^2 P_m &= \rho_a c_a^2 P_a \\ c_m^2 \frac{\partial P_m}{\partial N} &= c_a^2 \frac{\partial P_a}{\partial N}, \quad N = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。ただし、 $N = 0$ は界面の位置を表す。先の仮定に基づいて摂動展開

$$\begin{aligned} P_a &= P_{a0} + \gamma P_{a1} + \gamma^2 P_{a2} + \dots \\ P_m &= P_{m0} + \gamma P_{m1} + \gamma^2 P_{m2} + \dots \\ \rho_a / \rho_m &\equiv \gamma \end{aligned} \quad (8)$$

を境界条件(7)に代入し摂動パラメータ γ の冪でまとめ、各冪の係数を0と置くと、初項から

$$\begin{aligned} P_{m0} &= 0 \\ \frac{\partial P_{a0}}{\partial N} &= \chi^2 \frac{\partial P_{m0}}{\partial N}, \quad \chi \equiv \frac{c_m}{c_a}, \quad N = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

が得られる。また高次項は

$$\begin{aligned} P_{mj} &= \frac{1}{\chi^2} P_{aj-1} \\ \frac{\partial P_{aj}}{\partial N} &= \chi^2 \frac{\partial P_{mj}}{\partial N}, \quad j = 1, 2, \dots, \quad N = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

である。一方、 $P_{mj}, P_{aj}, j = 0, 1, 2, \dots$ に対する基礎方程式は式(3)と同型となる。本研究で対象とする音波の場合には、摂動展開(8)が収束するための十分条件 $O(\gamma/\chi^2) = 1$ & $O(\chi^2) = 1$ を満たすことに注意する。したがって、まず境界条件(9)の第1式から空気の影響がないときの気液混相流体中の圧力振幅 P_{m0} を求め、次にその混相流体が界面に励起する圧力勾配を式(9)の第2式から与え、最終的に空気中の圧力振幅 P_{a0} を算定することができる。

3. 減勢池における音波の固有振動

減勢池から空中に放射される音波は、2(3)節で議論したように、減勢池内で励起され増幅された音波が自由表面の流速変動を通して空中に伝播するものと解釈することができる。したがって、本章ではこの減勢池における音波の固有モードを調べることによって、先に示した実験結果の説明を試みる。この際、図-1に示した減勢池の形状およびボイド率の分布が固有モードに与える効果をみるために、以下に示す3つの簡単な物理モデルについて解析を行った。図-4では流入口付近のボイド率を β_1 、それ以外の部分のボイド率を β_2 とした。

図-4 減勢池のモデル

図中太線は完全反射の境界を意味する。また、 $x = 0$ を境にボイド率が β_1 から β_2 に変化する。

(Model-1: $x = -L_1$ の直立壁は完全反射、Model-2: $x = -L_1$ は自由表面、Model-3: $x < 0$ に斜面)

(1) 矩形領域の固有振動数

斜面の効果を相対的にみるために、まず図-4のModel-1, Model-2の直立境界を持つ減勢池の固有振動について検討し、Model-3と比較する。以下、簡単のため、ボイド率 β_1 の領域を領域1、 β_2 の領域を領域2と呼ぶ。

矩形領域の場合にはヘルムホルツ方程式(3)は変数分離法で容易に解くことができる。Model-1の解は、

$$\begin{aligned} p_1 &= A_1 \sin(\lambda y) \cos(\mu_1(x + L_1)) \\ p_2 &= A_2 \sin(\lambda y) \cos(\mu_2(x - L_2)) \\ \mu_1 &= \sqrt{\kappa_1^2 - \lambda^2}; \quad \mu_2 = \sqrt{\kappa_2^2 - \lambda^2} \\ \kappa_1 &= 2\pi f / c_1; \quad \kappa_2 = 2\pi f / c_2 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、下付き添字の1,2はそれぞれ領域1, 2における値を示す。さらに、上式中の固有値 λ, μ_1, μ_2 は底面および領域1, 2の解の接合条件(4)から次式を満たすことが示される。

図-5 基本モードの波数と下流側ボイド率の関係

(a) $x = -L_1$ は完全反射境界($\beta_1 = 0.2$)

(b) $x = -L_1$ は透過境界($\beta_1 = 0.2$)

図-6 基本モードの透過境界における勾配

$$\rho_1^{-1} \partial p_1 / \partial n \text{ および } \rho_2^{-1} \partial p_2 / \partial n$$

ただし、図の縦軸は最大値が1となるように正規化されている。また、図(b)の横軸は自由境界に沿ってとった座標で $-3 < s/h < -2$ は $x = -L_1$ の自由表面に対応する。

$$\lambda = \frac{\pi}{2h}(2m-1), \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (12)$$

$$\mu_1 \tan L_1 \mu_1 + \mu_2 \tan L_2 \mu_2 = 0$$

同様にModel-2の解および固有値は

$$\begin{aligned} p_1 &= A_1 \sin(\lambda y) \sin(\mu_1(x + L_1)) \\ p_2 &= A_2 \sin(\lambda y) \cos(\mu_2(x - L_2)) \\ \mu_1 &= \sqrt{\kappa_1^2 - \lambda^2}; \quad \mu_2 = \sqrt{\kappa_2^2 - \lambda^2} \\ \kappa_1 &= 2\pi f / c_1; \quad \kappa_2 = 2\pi f / c_2 \end{aligned} \quad (13)$$

および

$$\lambda = \frac{\pi}{2h}(2m-1), \quad m=1,2,3,\dots, \quad (14)$$

$$-\mu_1 \cot L_1 \mu_1 + \mu_2 \tan L_2 \mu_2 = 0$$

となる。

具体的に気液混相流の基本モード($m=1$)について検討する。ここで、減勢池内上流側のボイド率は、図-1からおおよそ $\beta_1 = 0.2$ とし、その領域の長さ L_1 は斜面部分の領域に対応させるために $L_1 = 2h$ とする。さらに、減勢池下流側のボイド率は0から0.2まで変化させ、その領域の長さ L_2 は $L_2 = 4h$ に固定する。すると、固有値方程式(12)もしくは(14)から振動数 f が決定される。図-5にこれらの方程式から求めた基本モード($m=1$)の無次元波数 $\kappa_1 h$ をボイド率 β_2 の関数としてプロットした。 $\kappa_1 h = \pi/2$ は水深方向に1/4波長のモードが自由振動モードとなることを意味する。この図から、減勢池の上流から下流にかけて気泡が減少するにしたがって基本モードの振動数が増加することがわかる。

次に、減勢池で励起された音波の空中への放射について考察する。2(3)節で考察したように空中への音波の放射は $\rho_m^{-1} \partial p_m / \partial n$ の絶対値に比例する。ここでは減勢池表面上で放射される音の大きさの分布形状をみるために正規化された $\rho_m^{-1} \partial p_m / \partial n$ の値をプロットした(図-6参照)。予想されるようにボイド率の大きい方の領域1において空中への音の放射が大きくなる。また、 $\beta_2 = \beta_1 = 0.2$ の場合にはこの分布形状が大きく変化することを考えると、ボイド率の変化がこの音の放射に大きく関与することが理解される。

(2) 楔形領域の固有振動数

前節ではボイド率の空間分布が音の放射にどのように影響するかについて調べた。ここでは、図-1のように斜面上の三角形領域が存在する場合、その効果について検討する。

前節と同様に図-4のModel-3をボイド率の異なる2つの領域に分け、それぞれの領域における解を求め、それらを接合することによって基本モードおよび固有振動数を求める。まず、領域1(ボイド率 β_1)は半径 $r_b = h / \sin \theta_0$ 、内角 $\theta_0 = \pi/6$ の扇形領域とし、残りを領域2(ボイド率 β_2)とする。このとき領域1, 2における基本解は

$$\begin{aligned} p_1 &= J_\ell(\kappa_1 r) \sin \ell \theta; \quad \ell = n_0(m-1/2); \quad n_0 = \pi/\theta_0 \\ p_2 &= \sin(\lambda r \sin \theta) \cos \mu_2(r \cos \theta - L_2 - r_b \cos \theta_0) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\lambda = \frac{\pi}{2h}(2m-1); \quad \mu_2 = \sqrt{\kappa_2^2 - \lambda^2}$$

となる。ただし、 J_ℓ は第1種 ℓ 次のベッセル関数である。次に、接合条件(4)を満たす解を構成する必要があるが、矩形領域同士の接合と異なり、この解は式(15)の基本解の線形和として表される。基本モードを求める際には、式(15)の基本解を5項程度($m=1,2,\dots,5$)用いれば十分

図-7 基本モードの振動数と水深の関係

上図は、図-5からModel 3の波数を各 β_2 の値に対して読み取り、 $\kappa_1 h = 2\pi f h / c_1$ より周波数 f を算定したものである。

図-8 基本モードの自由境界における勾配

$$\rho_1^{-1} \partial p_1 / \partial n \text{ および } \rho_2^{-1} \partial p_2 / \partial n$$

ただし、図の縦軸は最大値が1となるように正規化されている。

である。これらの線形和で与えた解を式(4)に代入し、前節と同様に固有値および固有関数を決定することができる。

図-5に上記の解析から得られた基本モードの波数を示す。この図から、ボイド率の大きな三角形領域の存在は固有振動の振動数を増加させることが分かる。図-7は、図-5から読み取ったModel-3の基本モードの波数を音波の分散関係式 $c_m = 2\pi f / \kappa_m$ に代入し、振動数 f と水深 h の関係をプロットしたものである。水深 h として大まかに副ダムの高さ d を用いると、振動数の理論値は実験値(図-2)の最初の卓越振動数に近い値を与える。実験値に見られる複数の卓越振動数が理論による高次モード($m \geq 2$)に対応するものかどうかは不明である。仮に実験で高次モードが支配的となるとすれば、その原因を調べる必要がある。

図-8にModel-3における正規化された $\rho_m^{-1} \partial p_m / \partial n$ の値をプロットした(図-6と比較)。予想されるようにボイド率の大きい方の領域1において空中への音の放射が大きくなり、この傾向は領域1と領域2のボイド率に差があるほど顕著に現れる。

以上のことから、減勢池から放射される低周波の音波は自由表面に接したボイド率の大きな領域が音源となって放射されると考えられる。

図-9 固有振動の理論値および実験値の比較

図中の実線は基本モード、点線は2倍、破線は3倍モードの振動数である。また、黒丸●は図-2のパワーのピークを与える振動数を大きい方から3つ選んでプロットした。

(3) 減勢池の固有振動数

実験では、ボイド率は流れ方向のみでなく水深方向にも大きく変化している。ボイド率は基本モードおよびその振動数を決定する上で重要な支配パラメータである。そこで、基礎方程式(3)をボイド率の空間変化が緩やかな場合にも適用し、変数係数のヘルムホルツ方程式(3)の固有値を数値的に決定することによって、実験値とのより正確な比較を試みる。

図-1から、ボイド率の分布を水深方向に放物形、流下方向に線形の関数で与える。すなわち、

$$\beta = \beta_s \left(1 - \frac{y^2}{h(\tilde{x})^2} \right); \quad \beta_s = \beta_1 + \frac{\beta_2 - \beta_1}{L_1 + L_2} \tilde{x} \quad (16)$$

ここで、 $\tilde{x} = r_b + x$ 、 $h(\tilde{x})$ は水深、 β_1, β_2 はそれぞれ水面における流入端および流出端のボイド率である。式(16)で与えられるボイド率は、減勢池底面で0、水面で最大をとる。また、簡単のため、斜面勾配は1/2、 $L_1 + L_2 = 6h_0$ (h_0 は水平床上の水深)、

$$h(\tilde{x}) = \begin{cases} \tilde{x}/2 & \text{for } 0 \leq \tilde{x} \leq 2h_0 \\ h_0 & \text{for } 2h_0 \leq \tilde{x} \leq L_1 + L_2 \end{cases} \quad (17)$$

とする。

ヘルムホルツ方程式(3)に二次精度の中心差分を適用し、境界条件は斜面、底面および副ダム上で完全反射条件、水面で透過条件を与える。この方程式系が非自明解を持つ条件、すなわち差分化で得られた線形代数方程式系の係数行列の行列式が0となるように振動数 f を決定すればよい。図-9は、 $\beta_1 = 0.2$ 、 $\beta_2 = 0$ の場合の基本、2倍および3倍モードの振動数 f を水深 h_0 の関数としてプロットしたものである。また、図中黒丸は図-2に示したパワースペクトルのピークを示す。図-7と比較する

と振動数が高周波側にずれていることがわかる。これは、式(16)のボイド率が水深方向にも減少するように設定したためである。実験値は、これら理論値より大き目であるが、基本モードと考えられる低周波側の値は理論値に近い値を与える。

4. まとめ

減勢池内の気泡群の固有振動数を求め、減勢池から空中に放射される音の振動数について議論した。その結果、ボイド率の大きな楔形領域の存在が、実験で測定された振動数を説明するために重要であることが判明した。また、ヘルムホルツ方程式の固有値問題を数値的に解いて得られた固有振動数(図-9)は、実験値(図-2)を良好に近似していると考えられる。

気液混相流中の気泡は一般に乱流の最小渦に比べて大きいいため、乱流によって振動エネルギーを奪われる⁹⁾。したがって、跳水による気泡の混入および振動の励起がなければ気泡群の運動は減衰する。このことから、気泡混入時の気泡振動の励起が低周波音の外力として作用し、これが低周波音の発生メカニズムの解明にとって重要であることが理解される。今後、流下に伴うボイド率の変化および跳水形状予測と併せて、気泡混入過程を探索することが課題となる。

謝辞： 本研究をまとめるに当たり、筑波大学機能工学系 青島伸治教授および松内一雄教授には有益な批評を頂きました。ここに、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 金沢純一, 金安公造: ダムの放流に伴う低周波騒音の発生と伝播, 日本音響学会講演論文集, pp. 179-180, 1976.
- 2) 近畿地方建設局, 淀川ダム統合管理事務所: 天ヶ瀬ダム放流に伴う低周波音実態調査報告書, pp. 1-60, 1978.
- 3) Lighthill, M.J.: *Waves in Fluids*, Cambridge Univ. Press, 1978.
- 4) Crighton, D.G. and J.E. Ffowcs Williams: Sound generation by turbulent two-phase flow, *J. Fluid Mech.*, V. 36, pp. 585-603, 1969.
- 5) Prosperetti, A.: Bubble-related ambient noise in the ocean, *J. Acoust. Soc. Am.*, 84(3), pp. 1042-1054, 1988.
- 6) 桜井 力, 柏井条介, 小野雅人: 跳水式減勢工の発生音特性とその予測手法, *ダム工学*, V. 11, No. 2, pp. 117-129, 2001.
- 7) Oguz, H.N.: A theoretical study of low-frequency oceanic ambient noise, *J. Acoust. Soc. Am.*, 95(4), pp. 1895-1912, 1994.
- 8) Gibson, F.W.: Measurement of the effect of air bubbles on the speed of sound in water, *J. Acoust. Soc. Am.*, 13(3), pp. 1195-1197, 1970.
- 9) Commander, K.W. and Prosperetti A.: Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments, *J. Acoust. Soc. Am.*, 85(2), pp. 732-746, 1989.

(2001. 10. 1受付)