急勾配地形を有する場における洪水氾濫の 数値解析

NUMERICAL SIMULATION OF FLOODING IN AREA WITH STEEP SLOPE

張 馳¹・岩堀 康希²・阿部 真郎²・登坂 博行³

By Chi ZHANG and Yasunori IWAHORI and Shinro ABE and Hiroyuki TOSAKA

¹正会員 奥山ボーリング株式会社 (〒013-0046 秋田県横手市神明町10番39号)

² 奥山ボーリング株式会社 (〒013-0046 秋田県横手市神明町10番39号)

³正会員 工博 東京大学工学部 (〒113-8654 文京区本郷7-3-1)

This paper presents a numerical simulation method for improving precision and efficiency of flood prediction. Conventional method based on staggered leap-frog approach for two-dimension flood flows often encounters serious mass conservation error due to minus water depth during flood calculation. To avoid it, the authors introduce a method of modifying outflow rate from a mesh to preserve mass conservation at any time of calculation. It enables us to use larger time steps in calculation than those used in the conventional method, so that significant time saving for prediction without losing accuracy might be attained. The proposed method is validated by comparing with the experimental results, through the examinations on the sensitivity of time step sizes, mass conservation errors and reproducibility. In addition, the Jogajji flood which took place in Japan in 1851 is used to check performance of the method for a large field problem including steep slopes. The results show us that the proposed method can perform stable calculation with large time steps without mass conservation errors, while the conventional method fails.

Key Words : numerical simulation, flooding, steep slope, mass conservations

1. はじめに

一般の洪水災害は大河川の下流域の低平地で発生することが多い。山腹崩壊によって形成された天然ダムの決壊が土石流・洪水流を発生させ、河川の上流～中流域で大規模な水害の原因となる場合がある。1858年4月9日の飛越地震時には常願寺川の源流部である湯川の左岸斜面で「鳶崩れ」と呼ばれる大規模崩壊が発生し、天然ダムが形成された。この天然ダムは14日後と59日後に決壊して大規模な土石流や洪水流を引き起こした¹⁾。1889年の十津川災害においては53個もの自然ダムが形成され、その約70%が1日以内に決壊し、災害を激化させたものと考えられている²⁾。1983年の有田川災害においても有田川流域内の北寺、金剛寺地先など16ヶ所で大規模な地すべり性崩壊による天然ダムが形成された。このうち、北寺など大部分のものは洪水の中に直ちに決壊したが、金剛寺および二川の2ヶ所のものは残存し、約2ヶ月後の13号台風に伴う洪水によって決壊した。特に金剛寺の天然ダムは湛水深65m、湛水量 $1.7 \times 10^7 \text{ m}^3$ という巨大なもので、決壊によって下流域に波高5-7mの段波を流下させた²⁾。この

ような洪水の特徴として、氾濫区域のほとんどが急勾配を有する場であるために洪水流のピーク流量や流速が大きいこと、また一旦発生した場合には避難が間にあわず莫大な災害になりやすいことがあげられる。現在では計算機の発達により氾濫水についてある程度の数値予測が可能になってきている。これまでの氾濫解析法はほとんどが氾濫水の挙動を浅水方程式で表現する岩佐ら³⁾のモデルを用いた陽的差分法の非定常数値解析が使用されている。氾濫の非定常数値解析を安定に行うためには浅水長波方程式に対するC.F.L条件を考慮する必要がある。しかし、C.F.L条件を満足しても、氾濫計算では水量の連続性に問題が生じることなどが報告されている³⁾。前述したような洪水氾濫災害は勾配が急峻で地形が大きく変化している区域で発生し、洪水流の速度が速く、深度が急速に変化する。こうした場合、解析には時間ステップが大きいと負の水深となりやすく水量の連続性が悪くなり、質量が保存されない。また、それによる計算が発散するという問題も出てくる。そのため、負の水深が生じないように時間ステップをかなり小さく設定する必要がある。広範囲で長時間の洪水氾濫の数値計算を行う場合、計算容量が多くなり、市販パソコンの処理能力では時間的に

計算が困難となる。また、氾濫水の水際線が時々刻々に変化するため、どの程度の時間ステップが適当かを判断するのは難しい問題である。

このような状態を鑑みて、本研究では計算時間の短縮、質量保存を守ることにより計算精度を高めることを目的として、計算格子の流出量を抑える格子流出量修正法を提案する。計算手法の妥当性は中川⁴⁾の実験との比較とモデル斜面の数値解析および急勾配を有する常願寺扇状地の氾濫解析により検討した。

2. 基礎方程式

(1) 流れの支配方程式

本研究では氾濫流の面的特性を把握するため、岩佐らが開発した平面2次元氾濫流モデルを採用する。直交座標系における氾濫解析では次に示す連続式およびx,y方向の運動量式を用いる。

【質量連続式】

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

【運動量方程式】

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \beta \frac{\partial(uM)}{\partial x} + \beta \frac{\partial(vM)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \beta \frac{\partial(uN)}{\partial x} + \beta \frac{\partial(vN)}{\partial y} = -gh \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (3)$$

ここに、 t ：時間、 (x,y) ：空間座標、 (u,v) ：x,y方向の水深平均流速、 h ：水深、 $(M=uh, N=vh)$ ：x,y方向の流量フラックス、 g ：重力加速度、 H ：水位 ($H=h+z_b$, z_b ：基準面からの地盤高)、 ρ ：水の密度、 z_s ：基準面からの水位、 β ：運動量補正係数、 (τ_{bx}, τ_{by}) ：x,y方向の底面せん断応力、ここで底面せん断応力はManning抵抗則で計算すると次式になる。

x-y座標系の底面せん断応力の成分、

$$\tau_{bx} = \rho g \frac{n^2 M \sqrt{M^2 + N^2}}{h^{7/3}} \quad (4)$$

$$\tau_{by} = \rho g \frac{n^2 N \sqrt{M^2 + N^2}}{h^{7/3}} \quad (5)$$

ここに、 n ：Manning係数である。

(2) 数値解析方法

上述した基礎方程式を直接解くことは困難なため、本研究では未知量をstaggeredに配置し(図-1)、基礎方程式を差分式に変換して数値計算を行う。運動量方程式の差分化は時間に関しては前進差分、移流項には一次精度風上スキーム、圧力項には中心差分、抵抗項にはVasilievの不安定を避けるため陰的な取り扱いを用いた。また、連続式の差分化は時間に関して前進差分、空間に関して中心差分を用いた。それらをleap-frog的に取り扱い計算を進める。

●M, ○N, □h, H

図-1 変量の配置

図-2 境界条件

氾濫水の挙動の解析には、水位の不連続および水際線の移動を考慮することが必要となる。氾濫水が不連続および氾濫水先端部になっている場合には以下の越流公式あるいは段落ち式を用いる。つまり、隣り合う格子の地盤高が低い方の水位が他方の地盤高よりも高い場合には次に示す越流公式⁵⁾を用いて流量フラックスを求める(図-2(a))。

$$M_0 = \mu h_1 \sqrt{2gh_1} \quad (6)$$

ここに、 μ ：越流における係数 ($\mu=0.35$)、 h_1 ：越流水深であり、また、地盤高の低い水位が一方の地盤高よりも低い場合に地盤の高い方の水深 (h_h) を用いて次に示す段落ち式より流量フラックスを求める(図-2(b))。

$$M_0 = \mu h_h \sqrt{gh_h} \quad (7)$$

ここでは、 $\mu=(2/3)^{3/2}$ を用いている。また、氾濫水の移動限界水深は、0.001mを用いる。

(3) 格子流出量修正法の取り扱い

前述した数値解析手法で氾濫解析を行うと、数値発散を防ぐためにC.F.L条件を満足することが必要となる。しかし、C.F.L条件を満足しても前述の方法のみによれば水量の連続性に問題が生じる。後述するいずれの計算例においても、流入した水の総量と氾濫領域に存在する湛水量の総量との差はあり、特に急勾配地形を有する場合この水量差がかなり大きく、そのため計算が発散する場合もある。その原因は流れの連続式より次のように解明できる。Staggered leap-frog法に従って、連続式の離散化式は次のようになる(図-1)。

$$\frac{h_{i+1/2,j+1/2}^{n+3} - h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{M_{i+1,j+1/2}^{n+2} - M_{i,j+1/2}^{n+2}}{\Delta x} + \frac{N_{i+1/2,j+1}^{n+2} - N_{i+1/2,j}^{n+2}}{\Delta y} = 0 \quad (8)$$

ここに、 Δt ：時間ステップ、 $\Delta x, \Delta y$ ：格子のx,y方向の長さである。

式(8)より、次の式が得られる。

$$h_{i+1/2,j+1/2}^{n+3}(\Delta x \cdot \Delta y) = h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}(\Delta x \cdot \Delta y) + 2\Delta t \left[(M_{i,j+1/2}^{n+2} - M_{i+1,j+1/2}^{n+2})\Delta y + (N_{i+1/2,j}^{n+2} - N_{i+1/2,j+1}^{n+2})\Delta x \right] \quad (9)$$

すなわち、質量連続式の離散化式 (8) 式は以下の概念である。

$n+3$ 時刻格子 (i, j) の湛水量

= $n+1$ 時刻格子 (i, j) の湛水量 + $2\Delta t$ (単位時間格子 (i, j) へ流入水量 - 単位時間格子 (i, j) から流出水量)

ここに、

$n+3$ 時刻格子 (i, j) の湛水量 = $h_{i+1/2,j+1/2}^{n+3}(\Delta x \cdot \Delta y)$

$n+1$ 時刻格子 (i, j) の湛水量 = $h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}(\Delta x \cdot \Delta y)$

単位時間格子 (i, j) へ流入水量 = $|x$ 方向の流入フラックス $| \times \Delta y + |y$ 方向の流入フラックス $| \times \Delta x$

単位時間格子 (i, j) からの流出水量 = $|x$ 方向の流出フラックス $| \times \Delta y + |y$ 方向の流出フラックス $| \times \Delta x$

である。

上式によって流れ速度が大きく変化する場合には、流入・流出フラックスの絶対値の差が大きく、時間ステップが大きければ $n+3$ 時刻の湛水量が負値となる可能性がある。岩佐ら³⁾によれば水深がマイナスの場合にはゼロとするので水量が多くなり質量連続性に問題が生じている。特に急勾配地形での流れ速度は激しく変化し、単位時間の計算格子の流入量と流出量の差が大きくなるために時間ステップを小さくしなければならない。実際の大規模氾濫解析では時間ステップを過小に取って長時間の計算をする必要があるが、水量の連続性に問題が生じている場合がある。本研究では氾濫解析での水量の連続性を守り、計算精度を向上し、計算時間を短縮することを目的とした。すなわち、質量連続式で求められた水深が負となった場合には格子の流出量を修正して格子の水深を零とし、計算格子の水深を負数にしない格子流出量修正法を提案する。すなわち、

① まず、フラックス M, N に従って次のように流入、流出フラックスを判断する。

i) $M_{i,j+1/2}^{n+2} \geq 0, M_{i+1,j+1/2}^{n+2} < 0, N_{i+1/2,j}^{n+2} \geq 0, N_{i+1/2,j+1}^{n+2} < 0$ の場合には、格子 (i, j) に流入フラックスである。

ii) $M_{i,j+1/2}^{n+2} < 0, M_{i+1,j+1/2}^{n+2} \geq 0, N_{i+1/2,j}^{n+2} < 0, N_{i+1/2,j+1}^{n+2} \geq 0$ の場合には、格子 (i, j) から流出フラックスである。

② 総流入水量および総流出水量の計算

①の判断により総流入水量および総流出水量を次のように計算する

総流入水量 (Q_{in}) = $2\Delta t (|x$ 方向の流入フラックス $| \times \Delta y + |y$ 方向の流入フラックス $| \times \Delta x)$

総流出水量 (Q_{out}) = $2\Delta t (|x$ 方向の流出フラックス $| \times \Delta y + |y$ 方向の流出フラックス $| \times \Delta x)$

図-3 実験装置と破堤口の流量および水深

図-4 中川⁴⁾の実験結果と筆者らの計算結果との比較

③ 流出量を抑えるために、 $n+3$ の時刻の水深 $h_{i+1/2,j+1/2}^{n+3}$ を零とする。

$$h_{i+1/2,j+1/2}^{n+3} = h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} + \frac{Q_{in} - \lambda Q_{out}}{\Delta x \cdot \Delta y} = 0 \quad (10)$$

$$\lambda = (h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}(\Delta x \cdot \Delta y) + Q_{in}) / Q_{out} \quad (11)$$

①の判断に従って、以下の式で判断された流出フラックスを修正する。

図-5 斜面モデル

図-6 斜面勾配6°の計算結果

表-1 各斜面での洪水氾濫の計算質量保存誤差

	0°	2°	6°	10°
1sec	+0.0597%	+0.0687%	+0.0846%	+0.2148%
2sec	+0.1234%	+0.1959%	+0.2433%	+0.4093%

修正流出フラックス = $\lambda \times$ 流出フラックス

ここに、 λ : 1より小さい修正係数である。

以上の手法で負の流動深が生じた格子の流出フラックスを修正し、もう一度全体解析領域の水深を計算する。

しかし、負の流動深が生じた格子(i, j)の流出フラックスを修正すれば隣の格子の流入量が減少するために、流動深が負となる可能性がある。その場合、負の流動深がなくなるまで繰り返し修正し、次の時間ステップへ移る。

3. 実験結果と計算結果との比較

ここでは格子流出量修正法の有効性を検証するため、中川⁴⁾が行った氾濫実験をモデルとしたシミュレーションを行って、実験結果と計算結果を比較した。

中川⁴⁾の実験装置は図-3に示すような水平に設置された正方形(辺長1.84m)の発泡スチロール製氾濫台とその一辺に幅20cmのゲートを架設した貯水槽からなっている。実験ではゲートを瞬間的に引き上げて貯水槽の水を流出させ洪水氾濫を模擬している。また、図-3にはゲート付近の流出時の水深および流量の計測結果⁴⁾を示しているが、これらの水深により解析の境界条件を設定した。

シミュレーションに用いた計算条件は、計算メッシュ数: $46 \times 46 = 2116$, Manning係数: $n = 0.01$, $\Delta x : 0.04$ (m), $\Delta y : 0.04$ (m), 運動量補正係数: $\beta = 1.0$ である。図-4はゲート引き上げから1, 2, 3秒後の氾濫領域形状とゲート中心線断面上の水深分布で中川による実験観測値と計算値を比較したものである。時間ステップを0.001秒とした時、本修正法を適用した場合としない場合の計算結果はほとんど同じであった(図-4は適用した場合のもの)。適用しない場合では1秒, 2秒, 3秒時点における各々の質量誤差が0.00001%, 0.00001%, 0.00002%となったが、適用した場合では水の質量は完全に保存された。計算値は実験値と同様にほぼ円状に広がるのが再現されており、小さな時間ステップでは両者は同等な結果を算出することが確認された。

4. 斜面での氾濫解析

ここでは格子流出量修正法の急勾配地形を有する場合の有効性を確認するため、修正法を適用した場合と適用しない場合の双方で、氾濫台に斜面勾配を与えたモデルを使って解析を行った。解析モデルは図-5に示すような貯水槽と斜面勾配0°, 2°, 6°, 10°の氾濫台からなっており、各斜面勾配モデルにおける貯水槽からの水流出を解析する。シミュレーションに用いた計算条件は、計算メッシュ数: $50 \times 50 = 2500$, Manning係数: $n = 0.01$, $\Delta x : 0.04$ (m), $\Delta y : 0.04$ (m), 運動量補正係数: $\beta = 1.0$, 時間ステップ: 0.005sである。

表-1は格子流出修正法を適用しない場合の各パターンにおけるt=1s, 2s時点での計算質量保存誤差である。

図-7 常願寺扇状地の地形と勾配分布

表-2 常願寺洪水1400s時点の計算質量保存誤差

時間ステップ	0.01sec	0.1sec	1.0sec
計算質量保存誤差	+0.048%	+2.73%	無限大 (計算発散)

この場合は氾濫領域の斜面勾配が大きいほど質量保存誤差が大きくなる。また、解析時間が長くなると時間の経過とともに質量保存誤差が大きくなり、計算が発散する可能性もある。計算が発散しなくても質量保存誤差が大きくなると解析精度に問題が生じてくる。この場合、時間ステップを小さく取る必要があるが、計算時間は長くなる。本修正法を適用した場合では時間ステップを小さくとらなくても完全に質量が保存されている。

図-6(a), (b)は格子流出修正法を適用しない場合の氾濫台モデル(斜面勾配 6°)でのシミュレーション結果である。時間ステップはそれぞれ0.005s, 0.001sであり、 $t=1s$ 時点での氾濫状況である。時間ステップ0.001sの場合では質量保存誤差+0.00001%と非常に小さい。時間ステップ0.005sの場合での質量保存誤差は+0.0846%となっている。

図-6(c)は格子流出修正法を適用した場合の氾濫台モデル(斜面勾配 6°)によるシミュレーション結果で、時間ステップを0.005sとしたものである。これらを比較すると、図-6(a)は、図-6(b)および図-6(c)とは氾濫範囲の形が多少異なり、計算上質量が多くなっている。図-6(b)と図-6(c)の水深の差の2乗和は、図-6(a)と(b)とのそれの6.35%に相当し、本研究で提案した格子流出修正法は時間ステップの大きさの影響が小さく、妥当な計算値を算出している。

5. 常願寺洪水のシミュレーション

実用化に向けて、実際の急勾配地形での質量保存誤差および計算時間短縮に関する検討と提案手法の妥当性の確認を行う。解析対象とした災害は常願寺川水系において1858年に発生した大規模な土砂氾濫災害である。1858

表-3 常願寺洪水解析の各ケースの計算時間

	1200sec	1400sec	1800sec
$\Delta t = 0.01\text{sec}$ (本手法を適用しない場合)	1945sec	2731sec	4177sec
$\Delta t = 1.0\text{sec}$ (本手法を適用する場合)	37sec	55sec	86sec

注：計算ではCPU：Pentium(R)2.00GHz, RAM：1.00GBの計算機をスタンドアローンで使用した。計算時間の測定は計算プログラム以外にCPU, RAMが使用されないように環境を整えて行った。

図-8 本手法を適用・適用しない場合の各時刻の計算結果比較

年4月9日の飛騨地震で源流部に位置する湯川の斜面で大規模崩壊が発生し、その天然ダムの形成・決壊により大規模な土石流や洪水が発生している。下流域の扇状地では広範囲にわたり氾濫被害を受けている。この災害は文献からのデータが多く、崩壊地および天然ダム規模などの信頼度が高いとされている。このような事例により洪水の流下方向および氾濫領域を再現することで、本研究の提案手法の妥当性が確認できる。また、常願寺川水系は日本有数の急勾配地形を有しており、質量保存誤差および計算時間短縮の検討に適切な災害事例といえる。

計算の範囲は、天然ダムの発生したと推定される図-7に示す常願寺川扇状地の扇頂部から常磐橋の範囲とし、地形データは国土地理院発行の50mメッシュデータ⁶⁾を利用した。計算メッシュ数は $220 \times 290 = 63800$ である。図-7に常願寺扇状地の地形と勾配を示している。地形の平均勾配は1/100程度、最大勾配は 5° 程度である。基準点(扇頂部)からの流出水量は田畑ら¹⁾に従いピーク流量

5000 m³/s, 洪水継続時間2.6時間, 先頭ピーク型の三角ハイドログラフを仮定する. 粗度係数 n は0.04を用いた.

まず, 格子流出量修正法を適用しない場合の適切な計算時間ステップを調べるために, 時間ステップをそれぞれ0.01s, 0.1s, 1.0sで計算してみた. 表-2は氾濫開始から1400s時点の各時間ステップ質量保存誤差である. 時間ステップ1.0sの場合は水量連続性に大きい問題が生じ, 数値が発散して計算不能となった. 時間ステップ0.1sの場合, 計算ができるが質量保存誤差があるため, 計算精度が低下している. 時間ステップ0.01sの場合には質量保存誤差が非常に小さくなることより格子流出量修正法を適用しない場合には時間ステップを0.01sとするのが適当であると判断された.

次に, 格子流出量修正法を使いC.F.L条件により時間ステップ1sを設定して洪水氾濫を計算した場合, 質量は任意時刻で完全に保存され, 計算時間が大幅に短縮された. 表-3は格子流出量修正法を適用した場合(時間ステップ1.0s)と適用しない(時間ステップ0.01s)の計算時間を示している.

図-8は格子流出量修正法を適用した場合と適用しないの場合における氾濫開始から1200s, 1400s, 1800s時点の解析結果である. 両者を比較すると解析した結果はほぼ同じであり, 格子流出量修正法を用いることで精度を保ったまま計算時間の短縮が可能であることが示された.

図-9は提案手法で解析した最大氾濫領域(氾濫時間の間に浸水したことがあるすべての格子を含む範囲)である. 図-10は田畑らが古文書, 絵図などの記録より作成した1858年の洪水氾濫による土砂氾濫範囲である⁷⁾. 洪水氾濫領域は土砂氾濫範囲よりやや広くなると想定され, 計算結果がそれと整合的であると判断される.

6. むすび

本研究では, 急勾配地形を有する場での洪水氾濫解析において, 完全に質量保存性があり大きな時間ステップでの高速計算が可能な格子流出量修正法を提案した. 計算手法の妥当性は, 中川⁴⁾の洪水氾濫実験のモデル, モデル斜面での洪水流および1858年の常願寺洪水の数値シミュレーションを行い検討した. 得られた結論は以下のとおりである.

i) 格子流出量修正法を適用しない場合, 急勾配地形をする場での氾濫数値計算では, C.F.L条件を満足しても時間ステップが大きくなると質量保存誤差が大きくなり, それによる数値発散が生じることを確認した. 時間ステップを細かくした場合には時間計算が長くなり, 大規模な洪水氾濫解析は困難である.

ii) 格子流出量修正法を適用した場合, C.F.L条件を満足し, 格子流出量修正法を適用しない場合の数十倍の大きな時間ステップでも, 高い計算精度が得られ, また, 計算時間の大幅な短縮が可能と考えられる.

iii) 既存実験と計算結果との比較から修正法の妥当性を

図-9 常願寺川扇状地の1858年洪水氾濫計算結果図

図-10 常願寺川扇状地の1858年洪水氾濫による土砂氾濫図⁷⁾

検討した. また, 1958年の常願寺洪水の観測記録に基づき再現解析を行い, 大規模洪水氾濫解析における修正法の高精度性, 安定性, 高速性を明らかにした.

今後, 種々な洪水氾濫を解析し, 本計算手法の汎用性を検討する予定である.

参考文献

- 1) 田畑茂清, 水山高久, 井上公夫, 杉山 実: 鳶崩れ(飛越地震, 1858)による天然ダムの形成と決壊に伴う土砂移動の実態, 砂防学会誌, Vol. 53, No. 1, p. 59-70, 2000.
- 2) 高橋 保, 中川 一: 自然ダムの越流によって形成される洪水の予測, 京都大学研究所年報, No. 35B-2, pp. 231-248, 1992.
- 3) 岩佐義朗, 井上和也, 水鳥雅文: 氾濫水の水利の数値解析法, 京都大学研究所年報, No. 23B-2, pp. 305-450, 1980.
- 4) 中川 一: 洪水および土砂災害の危険度評価に関する研究, 京都大学学位論文, 1989.
- 5) 武田 誠, 上塚哲彦, 井上和也, 戸田圭一, 林 秀樹: 都市域における高潮氾濫解析, 京都大学研究所年報, No. 39B-2, pp. 499-518, 1996.
- 6) 国土地理院: 数値地図50mメッシュ(標高)日本-II, CD-ROM版, 1997
- 7) 田畑茂清, 水山高久, 井上公夫: 天然ダムと災害, 古今書院, 2002.
- 8) 後藤智明, 首藤伸夫: 各種津波遡上計算法と波先端条件の比較, 第27回海講論文集, pp. 80-84, 1980.
- 9) 高橋 保, 中川 一, 西崎文能: 堤防決壊による洪水危険度に関する研究, 京都大学研究所年報, No. 29B-2, pp. 431-450, 1980.

(2003. 9. 30受付)