水・空気2流体界面を含む混相場の直接数値計算

DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF AIR-WATER TURBULENT FLOWS WITH DEFORMED INTERFACE

吉田圭介¹・牛島省²・禰津家久³

Keisuke YOSHIDA, Satoru USHIJIMA and Iehisa NEZU

¹学生員 京都大学大学院博士課程 環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学大学院助教授 社会基盤工学専攻

³フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻

In this study, a direct numerical simulation for analyzing the immiscible incompressible two-fluid flows was carried out with the 3-dimensional MARS method, and the applicability of this scheme was verified in the water column collapse phenomenon, 2-dimensional channel flows between two walls and 3-dimensional air-water co-current flows between a non-slip wall and a free-slip wall. It was shown that the present numerical simulation was in good agreement with previous experimental and numerical results, and that the volume of fluid in flows was sufficiently conserved for the long simulation time step. However, it is pointed out in the 3-D air-water co-current flows that lack of simulation grids and inadequate averaged time generates the inaccurate results in this DNS.

Key Words : Air-water co-current flows, DNS, applicability, MARS

1. はじめに

開水路乱流場に関する初期の数値計算は管路流との比較から自由水面の効果を無視して、開水路底面乱流現象に着目して行われ、潤辺力学現象の解明に寄与した。一方、近年では自由水面におけるガス交換現象、熱フラックスといった界面水理学的問題も検討され始め、自由水面の乱流統計量特性を議論の中心として数値計算が行われては始めている。乱流モデルを用いない直接数値計算(DNS)では、自由水面での乱流統計量に関する境界条件に任意性がなくなり、開水路乱流場における界面現象の素過程の解明を行う目的でDNSは多く行われてきた。Lam & Banerjee¹⁾はスペクトル法による開水路等流の計算を初めて試みた。ただし、多くの研究と同様に、自由水面では界面変動は無視され、すべり境界面近似(free-slip境界条件)が適用されている。Komori *et al.*²⁾は境界適合座標を用いて低Fr数のDNSを行った。Handler *et al.*³⁾はスペクトル法を用いてチャネル流およびfree-slip境界条件下のチャネル流のDNSを行い、自由水面近傍の乱流統計量の境界条件について言及した。最近では、自由水面に微小振幅波理論を適用し、自由水面の変動を考慮した開水路乱流場のDNS(横嶋・中山⁴⁾など)も行われるようになり、現象解明に向けてデータベースの構築もなされている。

一方、水・空気2層乱流場に関するDNSは最近になって研究がなされはじめた。Lombardi *et al.*⁵⁾や長谷川・笠木⁶⁾は界面での水面変動を無視した仮定の下、擬スペクトル法を用いて水・空気界面の乱流構

造および波状気液界面における乱流物質輸送機構について考察を行っている。一方、風波乱流場に関する数値計算では、理想流体の渦なし運動を前提としたポテンシャル流の解析に加えて、最近では海岸構造物に及ぼす波動場の影響や、気泡を伴う砕波現象を扱った、多相流動場の非定常数値解析手法の開発・提案も行われている⁷⁾。山本ら⁸⁾はMARS法によって水面変動を陽的に扱い、発達した風波乱流場における界面波の特性とそれが乱流構造に及ぼす影響について議論している。

上述のように、既往の研究では水面変動を有する開水路乱流場における乱れと自由水面に関する検討が行われてきたが、水流と空気流が混在するような複雑な水面変動を有する流れ場に関する数値計算はあまり行われておらず、その数値計算結果の検証はほぼ行われていないのが現状である。そこで、本研究では気液混相場を扱う数値計算手法の構築およびその実現象への適用性に関して、既往の実験および計算結果との比較を通じて数値計算スキームを検討し、水・空気2層乱流現象における数値解法について考察するものである。

2. 気液2流体に関する数値計算手法

(1) 基礎方程式

本研究では化学変化を伴わない非混合性の気液混相2流体に対する基礎方程式を以下に示す。このとき、有限の領域で各相の各流体が質量中心流速で移動するという“一流体の”仮定を設け⁹⁾、体積平均された圧力を p とすると、流体の質量保存則と運

動量保存則は以下で表現される¹⁰⁾.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho G_i \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu e_{ij} \quad (3)$$

ただし, t は時間, x_i は直交座標系における座標成分, u_i は x_i 方向の流速成分. また, ρ は密度, τ_{ij} は応力テンソル, G_i は重力などの体積力の加速度である. δ_{ij} はクロネッカーのデルタ記号, μ は体積平均の粘性係数である. e_{ij} は歪み速度テンソルである. また, 密度 ρ は流体 k ($k=1,2$, 総和はとらない) に対するVOF関数 f_k を用いて次式で与えられる.

$$\rho = \sum f_k \rho_k \quad (4)$$

式(1), 式(2)および式(3)から, 次式のNavier-Stokes式が得られる.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + G_i \quad (5)$$

また, 式(1)と式(5)より, 流体率 f_k (VOF率)に関する式が得られる.

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + u_j \frac{\partial f_k}{\partial x_j} = 0 \quad (6)$$

ここで, 流体率 f_k は以下で定義される.

$$f_k \equiv \begin{cases} 1, & \text{流体}k\text{内} \\ >0, <1, & \text{界面} \\ 0, & \text{流体}k\text{外} \end{cases} \quad (7)$$

一方, 2流体は非圧縮性を有するため, 式(1)から次式の非圧縮条件が成立する.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (8)$$

したがって, 本研究における基礎式は式(8)の連続式, 式(5)のNavier-Stokes式, および, 式(6)のVOF関数(流体占有率)に対する移流方程式である. 運動方程式では水と空気のように2流体の密度差が非常に大きい場合を考慮して, 運動方程式にはブシネス近似を用いない.

(2) 流速と圧力の解法およびPoisson式の解法

本研究では有限差分法を基礎として, 圧力と流速の同時解法にSMAC法を用いてstaggered格子で基礎式の離散化を行う. ここでは簡単に, 空間方向の離散化では, 移流項にQSI法¹¹⁾, その他の項は2次精度中央差分を用い, 時間方向の離散化では, 圧力勾配項にEuler陰解法を, その他の項にはEuler陽解法を用いる. このとき, 次式の圧力変化分 ϕ に関するPoisson式が導かれる¹²⁾.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \quad (9)$$

ここで, Δt は時間刻み, u_i^* はSMAC法における流速の予測値であり, 密度の空間勾配を考慮して, 密度 ρ の空間微分は保持する. 式(9)は ϕ に関する楕円型微分方程式であり, 適切な解法を用いてこの境界値問題を解くと, 次ステップの流速と圧力が求められる. また, 式(9)を適切に離散化することで, 行列方程式が得られる. 本研究では式(9)の解法に不完全LU分解を前処理とするBi-CGSTAB法¹³⁾を適用して, 高速に収束解を得た.

(3) 界面境界の扱い

一般に, 混相場界面上では質量および運動量に対する「とびの条件」¹⁰⁾が次式で与えられる.

$$\rho_k (u_{k,i} - u_{*,i}) n_i = 0 \quad (10)$$

$$[\rho_k u_{k,i} (u_{k,i} - u_{*,i}) n_j - \tau_{k,ij} n_j] = -\sigma \kappa n_i + \frac{\partial \sigma}{\partial s_i} \quad (11)$$

ここで, $[f] = f_2 - f_1$ (f_k : 流体 k に対する物理量) である. n_i は界面上の単位法線ベクトルで, 流体1から2へ向かう方向に取る. $u_{*,i}$ は x_i 方向の界面の速度, σ は表面張力係数, κ は界面曲率である. 式(11)右辺の第2項は界面上の表面張力係数の変化を示す. 本研究では界面の法線方向速度は流体の速度に一致すると仮定するため自動的に運動学的条件式(10)は満足される. また, 表面張力係数は一定であるとすると, 界面上で働く法線方向の圧力境界条件は以下で与えられる.

$$[\tau_{k,ij} n_j] = \sigma \kappa n_i \quad (12)$$

本研究では界面にはBrackbillらのCSFモデルを適用した. CSFモデルは, 式(12)の右辺で表面張力を体積力として以下のように評価する.

$$F_v(\mathbf{x}) = \sigma \kappa(\mathbf{x}) \frac{\nabla f_k \rho(\mathbf{x})}{\rho[\rho]} \quad (13)$$

ここで, $\bar{\rho}$ は2流体の平均密度, $\mathbf{x}$ は位置ベクトルである.

(4) 3次元MARS法

功刀が開発したMARS法¹⁴⁾の特徴は界面勾配を考慮したPLIC法¹⁵⁾を拡張した手法であり, 界面形状の捕獲と輸送, 流体体積の保存性や連続性を保持することが可能な方法である. これは, MARS法が計算格子界面の流体フラックスを直接扱う有限体積的な手法のためである. 既報¹²⁾では2次元場における剛体回転場でのスカラー値の保存性と移流精度について明示した. 本研究では文献14)で提案された2次元的手法を3次元に拡張するために, 図-1に示す手法で流体の移流計算を行った. 図-1(A)は3次元物理空間内の界面形状を示す. 図-1(B)は図-1(A)の物理空間内の界面を含む代表的な計算セルを示し, MARS法では局面である物理空間内の界面形状を1次元的な平面で近似している. 一方, 図-1(C)では本研究で

図-1 3次元MARS法による移流計算の概要図

用いた手法を図示しており、図-1(B)のように近似した1次元平面をさらに横断方向に2分割している。一方、セル右端境界面(y-z平面)におけるx方向のフラックスは、分割された断面(a)および(b)に分離して2次元的手法で算定する(図-1(D))。図-1(C)に示すようにセル内でさらに流体を2分割する際には、x-y平面内における流体のx軸に対する勾配は、図-1(B)のときと一致させるように決定している。

図-2には先に提示した3次元MARS法を用いて計算した移流計算結果を示す。図-2(a)に示すように、移流計算では手前左端の小立方体を計算領域($\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$, $30 \times 30 \times 30$ 格子)の端から端まで斜め方向に一定の流速 U で移動させた。図-2(b),(c)および(d)には時刻 $t = \sqrt{3}\Delta/2U$ における各方向の中央断面における小立方体のスカラー値 (VOF率) コンターを示した。ここで、各図では黒色領域はスカラー値が0.5以上の領域を図示した。理論的には、各図の中心で正方形が観察される。図より、3次元空間内での斜め方向の移流では若干の形状の変化が観察されるが、ほぼ良好に移流していることがわかる。また、体積保存性は2次元同様完全であった。

3. 水柱崩壊現象への適用性

水柱崩壊問題は多くの実験および数値解析による検討が行われており、大変形を伴う自由液面の検証に適している。既報¹⁶⁾では2次元場における水柱フロント部の移流が精度よく行われていることを確認した。図-3は本研究で構築した計算手法による3次元計算結果(水面形)を示す。初期状態(a)では3次元閉鎖計算領域(高さ $H=20\text{cm}$, 横幅 $x=20\text{cm}$, 奥行き $y=20\text{cm}$)の左奥隅に水柱($20\text{cm} \times 10\text{cm} \times 10\text{cm}$)

図-2 3次元場での小立方体の斜め方向移流計算

図-3 3次元場での水柱崩壊現象の時系列 (a; 0.0sec, b; 0.25sec, c; 0.5sec, d; 1.0sec)

が固定され、他の領域は空気が充満している。計算格子は $20 \times 20 \times 20$, 境界条件はfree-slip条件とした。なお、本計算では簡単のため、壁面と水の接触角は 90° と仮定した。計算時間刻み Δt は 1.0×10^{-4} とした。重力加速度は $980 \text{ (cm/s}^2\text{)}$, 空気の及び水の密度 ρ_a, ρ_w (下付添字 a は空気, w は水を示す) はそれぞれ $1.25 \times 10^{-3}, 1.0 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ であり、粘性係数 μ_a, μ_w はそれぞれ $1.8 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-2} \text{ (g} \cdot \text{cm/s}^2\text{)}$ とした。なお、本計算では表面張力は無視した。図-3より、重力によって崩壊を始めた水柱は閉鎖空間内で対称的に広がっていく様子が観察される。

4. 単相平行平板乱流への適用性

DNSは非圧縮性流体運動の基礎式であるN-S式と連続式から与えられる数値解を付加的な乱流渦に関するモデル化なしに忠実に再現することを目標としており、数値解析手法自身の計算精度が結果に如実に表れる。本研究では、先に提示したDNS計算スキームの精度を検討する目的で、単相平行平板乱

図-6 平均流速分布（内部変数表示）

図-7 乱れ強度 u'

図-8 乱れ強度 v'

流（2次元チャネル流）を対象とした直接数値計算を行い、既往研究との比較を通じて、計算スキームの精度検証を行う。

基礎方程式は密度・粘性係数などの物性値が計算領域で一定である单相流に対するN-S式と連続式である。前節に示した離散化に加えて、粘性項の時間積分には半陰解法であるCrank-Nicolson法、その他は2次精度のAdams-Bashforth法を用いた。座標系は流下方向にx軸、壁面から鉛直方向にy軸、横断方向にz軸とした。計算領域は鉛直方向(y)に $L_y = 2\delta$ 、流下方向(x)に $L_x = 8\delta$ 、横断方向(z)に $L_z = 4\delta$ とした。ここで、座標系(x, yおよびz)に対応する平均流速成分を U, V および W とし、乱れ流速成分を u, v および w と定義する。格子分割は主流(N_x)、鉛直(N_y)、横断方向(N_z)にそれぞれ60, 50, 60(CASE1), 64, 64, 64(CASE2), および80, 80, 80(CASE3)とした。本研究では層流から乱流へと遷移する、比較的弱い乱流場($R_* \equiv U_*\delta/\nu = 110$)を対象としている。ただし、 R_* は壁面摩擦速度 U_* 、平板間の半距離 δ および動粘性係数 ν から算定される摩擦レイノルズ数である。境界条件は主流方向と横断方向に周期境界条件、壁面($y=0, 2\delta$)でNon-slip条件とした。初期条件は平行平板流れの層流解に、一様乱数からの微小な乱れを与えて生成した。十分に流れ場を発達させた後、粘性時間刻み $\Delta t^+ \equiv \Delta t U_*^2/\nu = 0.06$ 、および統計量を得るための粘性積分時間 $T_i^+ \equiv T_i U_*^2/\nu = 3600$ とした。この時間刻みにより、クーラン数は0.2程度となった。また、Poisson式の収束条件として、式(8)の連続式誤差が 10^{-6} 程度以下となるように許容収束誤差を定めた。一方、流れ場を駆動させるために、流下方向には次式に示すように一定の圧力勾配を外力として加えて、平行平板の壁面摩擦応力と釣り合わせた。

$$F_i = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \delta_{i1} = \frac{\tau_w}{\delta} = \frac{\rho U_*^2}{\delta} \quad (14)$$

ただし、 $i=1$ を流下方向成分とし、 τ_w は壁面摩擦応力である。y軸方向の格子分割は壁面で密な不等間隔格子であり、本研究ではMoin & Kim¹⁷⁾の方法に習って格子生成を行った。

図-9 水・空気2層乱流場計算の座標系と計算領域

図-6には本計算における平均流速分布を示した。図中にはKasagiらのDNSデータ¹⁸⁾、および粘性低層および対数則層での平均流速分布を示した。図より、粘性低層内での分布に相違は観察されないが、対数則層では粗い格子と細かい格子に差が観察される。粗い格子では平均流が適切に計算されず、若干低い値を示すことがわかる。一方、本研究では低いレイノルズ数の流れ場を対象としているため、対数則分布とのずれが観察され、平均流速が大きくなることがわかる。図-7,8には本計算における乱れ強度分布 u', v' を壁面摩擦速度 U_* で無次元化して図示した。図中にはKasagiらのデータを併示した。乱れ強度の計算結果は格子の粗細変化によるデータの相違は一樣ではないが、細かい格子(80,80,80)ではKasagiらのデータとほぼ一致することがわかる。また、乱れ強度 u' はほぼ一致するものの、 v' はずれが観察される。これは、格子が比較的粗いために主流速変動から他の成分への乱れの再配分が十分でないためと考えられる。

5. 水・空気2層流への適用性

本節では前節までに構築された非混和性非圧縮性流体に対する直接数値計算を用いて、本計算手法を水・空気成層2層乱流場へ適用し、既報の実験結果¹⁹⁾との比較を通じて、本計算手法の適用性について考察する。また、現象解明に向けた現計算手法の問題点について検討を加える。

本計算では、等流開水路流れの自由水面上に風応

表-1 計算条件と実験条件の対比

	Simulation	Experiment
$Fr_w \equiv U_{w,m} / \sqrt{gh_w}$	0.178	0.2
$Re_{*w} \equiv U_{*w} h_w / \nu_w$	110	770
$\tau_a / \tau_w \equiv \rho_a U_{*a}^2 / \rho_w U_{*w}^2$	0.063	0.047

Fr_w :水層フルード数, Re_{*w} :水層摩擦レイノルズ数,
 $U_{w,m}$:水層断面平均流速, U_{*w} :水層底面摩擦速度,
 τ_a :空気層界面せん断応力, τ_w :水層底面せん断応力

力が働くような水・空気2層流を対象とした。流動条件として、既報¹⁹⁾における実験条件であるCOM22とほぼ同様のFr数および界面底面せん断応力比 τ_a / τ_w を計算条件に設定した。表-1には計算条件と実験条件を示した。また、図-9には対象とした水・空気2層乱流場計算の座標系と計算領域を示した。境界条件は主流方向と横断方向に周期境界条件、固定壁面($y=0$)でNon-slip条件、もう片側($y=2\delta$)ではFree-slip条件とした。格子分割は主流(N_x)、鉛直(N_y)、横断方向(N_z)にそれぞれ64, 128, 64と比較的粗い格子を用いている。

初期条件には自由水面ですべり条件を課す、摩擦レイノルズ数110の十分発達した開水路流れの結果を水・空気層に用いた。粘性時間刻み $\Delta t^+ = 0.005$ 、および統計量を得るための粘性積分時間 $T_i^+ = 1600$ は既往研究⁸⁾より決定した。この時間刻みにより、計算ではクーラン数は0.03程度となった。このような非常に小さな時間刻みにするのは、界面変形を支配する方程式の離散化が陽的なスキームのためである。また、Poisson式の収束条件として、式(8)の連続式誤差が 10^{-5} 程度以下となるように許容収束誤差を定めた。

等流開水路流れでは水路床勾配 θ と摩擦フルード数 $Fr_{*w} \equiv U_{*w} / \sqrt{gh_w}$ の間には次式が成立する。

$$Fr_{*w}^2 = \sin \theta \quad (15)$$

よって、基礎式の圧力勾配項には水路床勾配 θ の効果を外力として反映させた。また、空気層では界面摩擦応力 τ_a と釣り合うように、式(14)と同形式の圧力勾配項を外力として加えた。このような条件では、具体的に、空気層最大風速 $U_{a,max}$ が1.0m/s未満の流れ場となった。

図-10(a),(b)には初期条件から空気層の粘性時間で800および1600ステップ経過した時の界面形状の瞬間的な様子を示す。図中、 η は静止水面からの鉛直上向きの距離を示し、水深を $h \equiv \delta_w$ とする。本計算では統計量を得るまでの計算ステップを経た時点での液層体積の欠損は $5.0 \times 10^{-7}\%$ 程度であった。界面では水深の約1%程度の界面波が発生している様子が観察され、実験結果²⁰⁾とほぼ同様の界面変動であることがわかった。界面波の特性は多少の細かい変動が見られるものの、流下方向に大きなスケ-

図-10 界面形状(a; $t_a^+ = 800$, b; $t_a^+ = 1600$)

図-11 有次元1次元波数パワースペクトル $S_{ii}(k_x)$ と $S_{ii}(k_z)$ (中央水平断面 $y/\delta = 1.0$)

ルを有するほぼ2次元的な変動を示しており、開水路流れにおけるランダムな水面波の様子⁵⁾と異なる。

図-11には流下方向および横断方向の空間流速変動に対する1次元波数パワースペクトル $S_{ii}(k_{x_j})$ を示した。流下方向に対する主流速変動 $S_{uu}(k_x)$ を除いて、スペクトルパワーは比較的減衰しており、DNSを行うに際して計算格子数はある程度確保されているものと考えられる。

図-12には水層における鉛直方向の平均流速分布を図示した。図中には、水・空気2層流の本計算結果、既報²⁰⁾の2相流の実験結果および2層流の初期条件として別に計算したslipチャネル流の計算結果($R_* = 110$)を併示した。同図より、水層における壁面近くの流速分布は一致するものの、Re数の相違によって計算結果と実験とのずれが観察され、計算結果は対数則領域が不明瞭であり、この影響は乱れ構造

図-12 平均流速分布(実験結果, 計算結果を併示)

図-13 水層乱れ統計量

に表れるものと考えられる。図-13は水層における鉛直方向の乱れ統計量を図示した。図中には、実験結果、slipチャネル流の計算結果およびNezuの普遍関数²⁰⁾を併示した。乱れ統計量の鉛直方向分布の傾向は底面近傍および界面近傍において実験結果とほぼ一致するが、先に示した平均流速分布の結果から、半水深では数値計算の結果は精度的に不十分であると考えられる。これは、計算格子の不足、水層での積分時間およびRe数の効果、等が影響していると考えられ、今後現象解明に向けて鋭意に検討する必要がある。

5. おわりに

本研究は気液界面変動を考慮した数値計算手法を構築し、その適用性について考察したものである。単相平行平板流や水柱崩壊問題での計算精度は良好であったが、水・空気2層流についてはDNSであることに依存する計算領域や積分時間およびRe数の相違による影響で実験結果とは異なる結果を示した。今後、界面変動の影響を含めて考察していきたい。

参考文献

- 1) Lam, K. and Banerjee, S. (1992): On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow, *Phys. Fluids A*, Vol.4, No.2, pp.306-320.
- 2) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K. (1993): Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface, *Phys. Fluids A*, Vol.5, No.1, pp.115-125.
- 3) Handler, R. A., Swear, Jr., T. F., Leighton, R. I. and Swearingen, J. D. (1993): Length scales and the energy balance for turbulence near a free surface, *AIAA J.*, Vol.31, No.11, pp.1998-2007.
- 4) 横嶋哲・中山昭彦(2002): 水面変動を伴う開水路乱流場の直接数値シミュレーション, 土木学会論文集, No.712/II-60, pp.57-72.

- 5) Lombardi, P., Angelis, V. D. and Banerjee, S.(1996): Direct numerical simulation of near-interface turbulence in coupled gas-liquid flow, *Phys. Fluids*, Vol.8, No.6, pp.1643-1665.
- 6) 長谷川洋介・笠木伸英: 波状気液界面における乱流物質輸送機構, 第16回数値流体力学シンポジウム, E28-3.
- 7) 陸田秀美(2001): 乱流境界層中の砕波を伴う風波乱流場の3次元数値解析, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.61-65.
- 8) 山本義暢・功刀資彰・佐竹信一・芹澤昭示(2004): 風波乱流場における気液界面近傍の乱流構造及び熱輸送特性, 日本機械学会論文集(B編), 70巻, 692号, pp.1006-1012.
- 9) 秋山守・有富正憲(2002): 界面追跡法, 新しい気液2相流の数値解析, コロナ社.
- 10) 日本流体力学会(1991): 混相流体の力学, 朝倉書店.
- 11) 牛島省・榊津家久・山上路生・坂根由季子(2001): 局所5次スプライン内挿法(QSI法)を利用したコロケート格子による流体解析手法, 土木学会論文集, No.691/II-57, pp.73-83.
- 12) 牛島省・吉田圭介・榊津家久(2003): 非圧縮性混相乱流場に対する数値解法と水-シリコンオイル成層流への適用性に関する考察, 応用力学論文集, Vol.6, pp.891-898.
- 13) 藤野清次・張紹良(1996): 反復法の数値, 朝倉書店.
- 14) 功刀資彰(1997): 自由界面を含む多相流体場の直接数値計算, 日本機械学会論文集(B編), 第63巻, 609号, pp.1576-1584.
- 15) Youngs, D. L. (1982): Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion, *Numerical methods for fluid dynamics*, Academic Press, pp.273-285.
- 16) K. Yoshida, S. Ushijima and I. Nezu: Numerical Prediction of Incompressible Two-Fluid System and Its Application to Stratified Flows with Water and Silicone-oil, 14th APD-IHAR, Hong Kong, 2004. (印刷中)
- 17) Moin, P. and Kim, J. (1982): Numerical investigation of turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.118, pp.341-377.
- 18) 笠木ら(2002): DNS Database of Turbulence and Heat Transfer (<http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp>)
- 19) 榊津家久・吉田圭介・垂井晃一(2004): 水面上に風シアーが存在する開水路乱流場における水層乱れ構造と水面変動に関する研究, 水工学論文集, 第48巻, pp.517-522.
- 20) Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993): Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR-Monograph, Balkema.

(2004.9.30 受付)