拡幅を伴う直線流路の河床変動 1 次元解析

ONE DIMENSIONAL ANALYSIS ON BED EVOLUTION WITH BANK EROSION OF A STRAIGHT CHANNEL

中西哲¹・長谷川和義²・高橋圭吾³

Satoru NAKANISHI, Kazuyoshi HASEGAWA, Keigo TAKAHASHI

¹ 学生員 工修 北海道大学大学院 工学研究科 (〒060-0082 北海道札幌市北区北 13 条西 8)

² 正会員 工博 北海道大学大学院 工学研究科 (同上)

³ 非会員 北海道大学工学部 土木工学科 (同上)

This research focuses on relationship between river bank erosion and river bed longitudinal profile of a straight channel. Firstly, we constructed one-dimensional model of river bed deformation with bank erosion due to shear stress. To use this model, the diffusion equation with an advection phase was drawn. Secondary, we investigated the interaction between river bed profile and river width, through movable-bed experiments. As a result of the 1-D diffusion equation and the experiments, the following were found. (1) The aspect ratio h/B is important parameter for longitudinal profile with bank erosion. (2) As the aspect ratio is related to coefficient of advection phase of the diffusion equation, we can explain that the aspect ratio has close relevance to sediment transport considering geographical condition.

Key words: bank erosion, 1-D analysis, river-bed longitudinal profile, movable-bed model test

1. はじめに

河川がどのような変遷をたどり、現在の様相を呈しているかを知ることは河川の総合的な維持管理の点で重要な問題である。しかしながら、それに対する明確な回答を得ることは容易ではない。度重なる河川改修や流域の開発などの人為的インパクトによって常に河川を取り巻く環境が変化し続けてきた結果、幾多の要因が絡み合い問題が複雑化してきたからである。この問題に取り組むには長期的視野に立った検証が必要である。また河川環境を劇的に変化させる人工化(人工化指標, インプット)に対してどのように河川が変貌するのか(変貌指標, アウトプット)を把握することが必要となる。そこで本研究ではその一つとして河川環境が変化することによって側岸侵食が顕著となる状況を想定し、側岸侵食と河床縦断形の相互作用に関する問題を取り上げることとした。

側岸侵食は河道を維持・管理する点で大変重要な問題である。その為側岸侵食の研究は古くから行われてきた。平野¹⁾は土粒子に作用する力学的機構から

1次元解析を行い、安定横断形状の検討をした。さらに長谷川²⁾は非平衡性を土粒子に考慮し、せん断力の関数で表される側岸侵食量式を導いている。福岡・山坂³⁾はそれまで水路の斜面部と河床部を区分し計算していたものを境界に作用するせん断力を詳細に検討することにより直線流路の拡幅現象に関する検討を行っている。このように側岸侵食に関する研究は多々あるのだが側岸侵食と河床縦断形状の相互作用について述べられた研究はまだ少ない。

後藤・北村・辻本⁴⁾は上下流端の境界条件が劇的に変化する場合を想定し、その場合の側岸侵食と縦断形変化の相互作用に関する解明を行っている。しかし、後藤らのモデルでは河床低下に起因する側岸侵食のみを扱っており、拡幅を伴う縦断形変化全般に對し扱うことはできない。流路の拡幅と河床縦断形の相互作用を解明するにはより一般性の高いモデルの開発が必要である。

本研究では以上のことを鑑み、側岸侵食を低水路部のせん断力で評価できるモデルを開発し、そのモデルから得られる2次元河床変動式を芦田⁵⁾と同様に線形拡散方程式に帰着させた。またその拡散方程式

断方向の流砂量式には Meyer-Peter Muller 式を、横断方向流砂量式は長谷川の式⁶⁾を採用したが、長谷川の式を用いる際に現象を簡略した形で捉えるため底面近傍の2次流が無視できるほど小さいと仮定し、式(6)に表されるようにその影響による項を省略する形とした。

$$q_{by}(B_1) = -\tan \beta_k \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} q_{bx} \quad (6)$$

ここで、 τ_{*c} は限界無次元せん断力、 $\tan \beta_k$ は河床の横断方向勾配でありここでは β_k を側岸水際の中安息角を表している。 μ_s, μ_k はそれぞれ静止および動摩擦係数。

以上の式を用いて式(5)を拡散方程式へと導くのだがその過程において以下の条件を用いる。

- ① τ_{*c} が τ_* より十分小さいと仮定することにより、2項定理を用いた近似が可能である。
- ② 川幅の縦断方向変化は無視できるほど小さい。
- ③ 式(8)のような近似的取り扱いを行う。

$$(\tau_* - \tau_{*c})^\alpha \approx \tau_*^\alpha \left(1 - \alpha \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial z_b}{\partial x}\right)^{1/20} \approx \left(\frac{\partial z_b}{\partial x}\right)^0 = 1 \quad (8)$$

結果、式(5)は以下の通りになる。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2} - K_2 \frac{\partial z_b}{\partial x} \quad (9)$$

$$K_1 = \frac{42\sqrt{g}}{5(1-\lambda)s} \left(\frac{nQ}{B}\right)^{9/10} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \quad (10)$$

$$K_2 = \frac{8h}{(1-\lambda)B} \tan \beta_k \sqrt{\frac{gd\tau_{*c}}{s\mu_s\mu_k}} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \quad (11)$$

式(9)の K_1 および K_2 を定数として扱うことにより、 z_b の x に対する一階微分項を含んだ線形拡散方程式が導かれた。この点が後藤らの扱いと本研究とが大きく違う点である。一階微分項の係数 K_2 は側岸侵食の拡幅速度式から導かれたものである。そのため侵食の促進される状況ではその値が大きくなる。逆に河床が安定し側岸侵食が止まると K_2 は0となる。このことより K_2 は川幅水深比 h/B に依存することが予想される。

(3) 拡散方程式の解

ここではより汎用性を高めるため上下流端での境界条件を設定する。上下流端の境界条件をそれぞれ

$z_U(t), z_D(t)$ とし、初期条件を $\phi(x)$ とすると拡散方程式の解は以下のようになる。

$$z_b(x, t) = \exp\left\{\frac{K_2}{2K_1}\left(x - \frac{K_2 t}{2}\right)\right\} \times \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \lambda_n x \left[K_1 \lambda_n \int_0^t e^{-\lambda_n^2 K_1 (t-\tau)} \{z'_U(\tau) - (-1)^n z'_D(\tau)\} d\tau + e^{-\lambda_n^2 K_1 t} \int_0^L \phi(\xi) \sin \lambda_n \xi d\xi \right] \quad (12)$$

ここで、 λ_n は固有値を表し、 $z'_U(t), z'_D(t)$ および $\phi(x)$ は境界条件ならびに初期条件から派生するものでそれぞれ次の通りである。

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{L} \quad (13)$$

$$z'_U(t) = z_U(t) \exp\left\{\frac{K_2}{2K_1} \frac{K_2 t}{2}\right\} \quad (14)$$

$$z'_D(t) = z_D(t) \exp\left\{\frac{K_2}{2K_1} \left(\frac{K_2 t}{2} - L\right)\right\} \quad (15)$$

$$\phi(x) = \exp\left\{-\frac{K_2}{2K_1} x\right\} \varphi(x) \quad (16)$$

以上の式を実験値と比較・検証することで現象の機構を把握する。

3. 移動床実験

(1) 実験概要

実験に用いた水路は水路長15m、幅0.8m、側壁高さ0.2mの可変勾配水路である。この水路の上流端から1m下流の位置から下流端から3m上流まで区間、実長 $L=11m$ に砂を敷き詰めた。実験に用いた土砂はほぼ均一の平均粒径0.6mmである珪砂4号を使用した。今回の実験では図-1, 2に示されるような片側のみが侵食する水路を作成した。その際の初期低水路幅は20cmおよび初期側壁勾配は1:1である。上流端において給砂は行わず、下流端は堰を設けて常に等流が保たれる条件とした。

計測にはレーザー変位計を用い、縦断方向に50cm毎に河床横断形を計測した。計測時間は通水開始から1分、5分、15分、30分、1時間の各時間に計測を行った。なお計測中は通水を停止した。その他の実験条件を表-1に示す。Case1, Case2では勾配を変化させ河床縦断形状に対してどのような変化を与えるかを、さらにCase3では河岸天端高を変化させるかにより側岸の侵食速度の変化に対する実験を行った。

表－１ 実験の水力条件

	流量 (m^3/sec)	低水路幅 (cm)	側岸天端高 (cm)	勾配
Case1	6	20	10.5	1/200
Case2			10.5	1/500
Case3			12.5	1/200

(2) 実験結果

写真－１は、Case1の通水開始から１時間後の様子を下流から上流に向かって撮影したものである。低水路部に明瞭なDuneの発達をとらえることができる。初期河床勾配が緩やかなため掃流力の小さいCase2の実験では、河床波はDuneが発生した後、交互砂州の発達が確認された。また拡幅の様子は、側岸天端にクラックテンションが発生した後崩落が起きるが、縦断方向に連続的ではなく間欠的に生じた。崩落の局所的崩落は間欠的であるのだが、写真からみて分かるとおり縦断方向にはほぼ一様に侵食され、上下流端を除くと川幅の縦断方向変化はほとんど見られなかった。

図－３に各Caseにおける河床高の時間変化を示す。ここで z_0 は初期河床高を表し、河床高は低水路部河床高の横断方向平均をとったものである。傾向としてはどのCaseにおいても堆積する傾向となった。Case1とCase3に比べて勾配の緩やかなCase2では堆積が抑えられている。Case1と3では縦断形状に大きな違いは見られなかった。図－４に各Caseにおける横断形の縦断方向平均を示す。どのCaseにおいてもある一点を境に堆積領域と侵食領域が区分されている。Case2, Case3の結果はCase1の結果と比較して侵食速度が遅いことが分かる。前者は河床勾配が緩やかなためせん断力が小さいためであり、後者は天端高の高低による差である。図－３, ４の両図の結果から側岸からの土砂供給は低水路の縦断形状に影響を及ぼすと考えられる。

侵食速度に対して側岸の天端高がどのように影響を及ぼすかを見るために図－５に川幅の時間変化を示す。図から側岸天端高が低いCase1の侵食速度が速くなっており、これは福岡・山坂³⁾の実験と同様の結果となった。侵食過程は一般的に次のように表される⁷⁾。

- ① 側岸付近の洗掘による水際の後退
- ② 側岸を形成する土砂の崩落
- ③ 崩落土砂の流送

この過程を繰り返すことにより側岸侵食は進行する。式(10)に表されるように、同一水力条件下では崩落した土砂を水際から低水路に運搬する能力もまた同一になる。そのため、Case3ではCase1と比較して天

写真－１ 実験状況

端高が高いため、１回の崩落による土砂供給量が多くその土砂を水際から運搬するために費やす時間が多くかかり侵食速度が遅くなったと考えられる。

4. 比較・考察

(1) 側岸侵食速度

ここでは理論式に用いた侵食速度式と実験値を比較することにより整合性を検証する。側岸侵食は前述の通り横断方向流砂量に支配される。そのため、それぞれの横断方向流砂量を比較することにした。理論から得られる横断方向流砂量は式(6)を用い、実験値は実測から得られた侵食速度を式(4)に代入することによって求めた。その結果を図－６に示す。図から実験値より理論値が大きくなる傾向となった。その誤差は流砂量が小さくなるにつれて、つまり時間が経つにつれて大きくなっている。若干のずれがあるもののオーダーが極端に違うものが少ない。本研究では無次元せん断力を求める際、エネルギー勾配に初期河床勾配を用いたいわば概略値である。福岡らによると拡幅現象を解析する際には側岸付近のせん断力を詳細に検討する必要があるとされているが、今回は低水路のせん断力を直接側岸侵食に結びつけている。そのため河床勾配が初期と異なるにつれて理論値と実験値との誤差が生じることが予想される。そのことを考慮すると図－６に示された結果は比較的良好だと考えられる。

(2) 河床縦断形状

式(9)を用いて河床縦断形状の時間変化について考察する。前述の通り側岸侵食速度式が有効であるとすると、それから派生する式(9)における K_2 の評価が必要となる。そこで K_1 をおおよそその値で固定し K_2 を変化させることによって河床縦断形の時間変化を理論式から表現できるかどうか検証した。なお境界条件には実験で計測された上下流における河床高の時間変化に指数関数をあてはめることによって与えて

図-3 各 Case における河床縦断形の時間変化

図-4 各 Case における横断形状の時間変化

図-5 Case1, 3 の川幅の時間変化

図-6 斜面部における横断方向流砂量の理論値と実験値の比較

いる。実際は K_1 も時間的に変化するべきではあるのだが、便宜上一定値とした。

図-7 は各 Case において $K_1=0.03(\text{m}^2/\text{s})$ と固定し、 K_2 を変化させもっとも適当な値を求めたものである。図中に示される $K_2(\text{m/s})$ は時間的に異なる値となり、その値は時間が経つにつれて減少する傾向となった。また理論値より求めた河床縦断形は上に凸となった。

式(11)より係数 K_2 を支配しているパラメータは川幅水深比 b/H である。側岸侵食が進行すると川幅は増加し水深は減少するので、このパラメータは明らかに減少する。このことより拡幅が顕著な河道の河床縦断形に対して重要なパラメータの一つとなることが分かる。また、流路拡幅が遅いほど同時刻における

K_2 の値は大きくなるのだが、今回の実験では Case3 のように必ずしもそのような値を示さなかった。その原因は側岸の天端高違いが 2cm と全体のスケールと比較して小さい値であり、そのため K_2 の違いを明瞭に示すことができなかった可能性がある。このことは今後の課題であろう。

また、図-7 を見ると上に凸の河床形状を形成しその形を保ったまま下流へと流れている。このことは実際の現象における土砂のマスムーブメントに相当するものと考えられる。実際の現象では大雨等により大量の土砂が河川へと流入し、一時的な土砂の過剰な堆積が生じ、その後ゆっくりと河口へと流下するのだが、本研究結果はこの事象とよく類似した結

図-7 河床縦断形状の理論値と実験値の比較

図-8 縦断形に用いた K_2 と
水理条件から求めた K_2 の比較

果となった。土砂動態を実際の地形的要因に当てはめる。式(9)における K_2 の役割は $\partial z_b / \partial x$ が移流項となることから河床形状を下流へと伝える速度である。 K_2 が大きくなる谷地形の場合は河床の伝播は速くなり、逆に下流部といった K_2 が小さくなる場合は伝播は遅くなる。以上より、式(9)は土砂動態の実際の現象をうまく表現している。

図-8に図-7で用いた K_2 と式(11)に水理量を代入し得られる K_2 との比較した図を示す。おおよそ一致しているととらえることができるが、若干のずれに対しての考察として K_1 を一定としたことが原因の一つであろう。拡散係数 K_1 は川幅、せん断力により支配され、時間とともに変化する。そのため詳細な検討が必要となるが本研究では便宜上一定値としたが、そのことを考慮すると比較的良好な結果になったといえる。

5. おわりに

本研究で得られた知見を以下に示す。

- (1) 流砂連続式に横断方向流砂量で表される流路拡幅式を用いることにより、一階の空間微分項を含む

形が導かれた。

- (2) 拡幅速度に関する実験値と理論値を比較したところ、理論値が大きくなる傾向となったが比較的有效な値となった。この誤差に関しては理論値におけるせん断力の過大評価が原因だと考えられる。
- (3) K_2 は時間とともに減少し、また K_2 のパラメータである h/B も流路拡幅に伴い減少する。そのため h/B は河床縦断形にとって重要なパラメータである。
- (4) K_2 はいわゆる移流項の係数であり、河床形状を下流に伝播する速度を表す。土砂動態を実際の地形的要因に当てはめると実現現象に似た現象となる。

今後の展開として、実際の現象に近い実験並びに解析を行う必要があると考えている。例を挙げると水路のショートカット等による河床縦断形への影響を想定して、今回と同様に現象の機構を把握できればと考えている。

参考文献

- 1) 平野宗夫：拡幅を伴う流路変動について，土木学会論文報告集，No. 210号，pp. 13-20，1973. 12.
- 2) 長谷川和義：非平衡性を考慮した側岸侵食量式に関する研究，土木学会論文報告集，No. 316号，pp. 37-50，1981. 12.
- 3) 福岡捷二・山坂昌成：なめらかな横断面形状を持つ直線流路のせん断力分布と拡幅過程の解析，土木学会論文集，No. 351号，pp. 87-96，1984. 11.
- 4) 後藤孝臣・北村忠紀・辻本哲朗：上・下流境界条件の変化による直線砂礫流路の側岸侵食を伴う河床低下に関する研究，土木学会論文集，No. 684号，pp. 35-46，2001. 8.
- 5) 芦田和男：河床変動に関する研究，京大防災研究所年報，第12号B，pp. 437-447，1969.
- 6) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究，北海道大学学位論文，1983
- 7) 藤田裕一郎：直線流路の側岸侵食機構，京大防災研究所年報，第22号B-2，pp. 537-552，1979. 4.

(2004. 9. 30 受付)