フェンスによる貯水池潜入密度流の流動制御

CONTROL OF PLUNGE FLOWS IN A RESERVOIR BY A FENCE

秋山 壽一郎¹・重枝 未玲²・安藤 祐馬³・小野 修平⁴・小川 真由子⁴
Juichiro AKIYAMA, Mirei SIGE-EDA, Yuma ANDO, Shuhei ONO and Mayuko OGAWA

¹フェロー会員 Ph.D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 博士(工学) 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (同上)

³学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

⁴学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科 (同上)

Control of plunge flows in a reservoir by a fence, as a countermeasure for fresh red tide bloom, is investigated experimentally and numerically. It is found from the experiments for a well-mixed reservoir that the submerged depth and position of a fence, to reduce effectively the layer thickness of inflowing water behind a fence as well as the amount of mixing, are identified. A numerical model, based on the SMAC and MUSCL method with use of the collocated grid in general-coordinate system, is used to reproduce the experimental results and to examine the effectiveness of a fence in a stratified reservoir via numerical experiments. It is demonstrated that the model is a useful tool to determine the submerged depth and position of a fence in both a well mixed and stratified reservoir.

Key Words: reservoir, plunge flow, algal blooming, fence, experiment, numerical model

1. はじめに

ダム貯水池は、水資源、親水空間、生態系の生息環境などの多様な機能を有しているが、閉鎖性水域という汚濁物質が蓄積しやすい性質に加え、非特定汚染源等からの汚濁負荷の増大に伴い、近年、そこでの水環境が大きく損なわれてきている。このため、改善に向けた速やかな取組みが求められている。水環境の改善を図るためには、流域管理が抜本的であるが、一方でこれまで以上に効果的な池内対策を講じることも極めて重要である。

池内対策には曝気による強制循環、選択流入施設やフェンスを用いた流動制御などがある。本研究で対象とするフェンスには、富栄養化によって増殖した藻類が水域全体へ拡散することを防止するだけでなく、溶存リン・窒素を含む流入水をより深い水域に強制的に潜り込ませることで、藻類の光合成を減少させ増殖を抑制する働きがある。従って、フェンスを用いた池内対策では、流入によってもたらされた栄養塩の水域への拡散を抑制し、流入水をより深く潜り込ませるとともに、栄養塩を池内に滞留させることなく速やかに放流・排除できるように流動制御することが求められる。しかし、そのような流動制御を効果的に行えるようなフェンス設置法についてはほとんどわかっていない。

河川水とともに流入した栄養塩等の物質は、曝気等の人為的操作を行わない自然の状態では、風の影

響や水温差・懸濁物質による密度差に起因した流動現象の影響を強く受ける。このため、フェンスを用いた流動制御では、そこで生じる密度流現象の把握が不可欠となる。特に、潜入密度流は赤潮物質の集積機構や流入濁水の挙動等の貯水池における様々な水質問題と深く関わっていることから、潜入密度流との関係において淡水赤潮に関する数多くの研究がこれまでなされてきた。例えば、久保ら¹⁾、畑²⁾、中本³⁾、山田ら⁴⁾、松尾ら⁵⁾、天野ら⁶⁾、秋山ら^{7),8)}などにより、現地観測や室内実験等を通じ調べられている。また、潜入密度流そのものについても、理論解析や室内実験^{9)~15)}、理論解析や現地観測^{16)~18)}および数値解析^{19)~22)}を通じて数多くの研究が重ねられている。しかしながら、潜入密度流は流入条件や貯水池形状の影響を受けるため²³⁾、潜入点の予測すら十分な精度で行えないのが原状である²⁴⁾。実水域では流入条件も変動するので、その予測はより難しい。

以上のように、実水域での自然な潜り込み(潜入密度流)は、流入条件や貯水池形状等の固有の条件の影響を受ける。さらに、フェンスを用いた強制的な潜り込み(流動制御)では、さらにフェンスの設置条件の影響を受けることとなる。このような理由で、効果的な流動制御が可能となるフェンスの設置法について一律かつ普遍的な基準を得ることは難しいと考えられることから、ダム貯水池での流動現象を十分な精度で再現できるとともに、池内対策を検討できる手段の確立が強く望まれる。

表-1 実験条件と実験結果

CASE	q_0 (cm^2/s)	F_0	h_c (cm)	x_f/L	z_f/h_c	h_t/h_c		Δ/h_c	γ_s	γ_h	γ_t
						M界面	目視界面				
A-1	8.5	2.43	4.5	0.675	-	2.50	3.09	-	-	-	0.584
A-2					3.89	2.23	2.65	0.5	-	-	0.489
A-3					3.39	2.07	2.53	0	-	-	0.290
A-4					2.89	2.05	2.21	-0.5	-	-	0.282
A-5					2.19	2.37	2.68	-1.2	-	-	0.336
B-1	6.5	1.86	3.8	-	-	2.82	3.43	-	0.460	0.190	0.651
B-2	8.5	2.43	4.5	-	-	2.50	3.09	-	0.432	0.106	0.584
B-3	11.5	3.29	5.5	-	-	2.19	2.57	-	0.303	0.042	0.357
C-1-1	6.5	1.86	3.8	0.450	4.08	2.72	3.00	-0.5	0.324	0.022	0.346
C-1-2				0.675	3.42	2.12	2.56		0.230	0.057	0.299
C-2-1	8.5	2.43	4.5	0.450	3.22	2.47	2.77		0.296	0.020	0.323
C-2-2				0.675	2.89	2.05	2.21		0.224	0.047	0.282
C-3-1	11.5	3.29	5.5	0.450	2.64	2.11	2.45		0.322	0.062	0.405
C-3-2				0.675	2.45	1.73	2.18		0.153	0.049	0.210
D-1-1	6.5	1.86	3.8	0.450	4.58	2.34	2.76	0	0.301	0.023	0.331
D-1-2				0.675	3.92	2.23	2.68		0.253	0.057	0.324
D-2-1	8.5	2.43	4.5	0.450	3.72	2.18	2.73		0.288	0.016	0.309
D-2-2				0.675	3.39	2.07	2.53		0.234	0.046	0.290
D-3-1	11.5	3.29	5.5	0.450	3.14	1.91	2.33		0.285	0.009	0.296
D-3-2				0.675	2.95	1.89	2.31		0.165	0.054	0.228

図-1 実験装置の概要と重要な諸量

表-2 パラメータの定義

F_0	: 流入内部 Froude 数 ($=q_0/(\epsilon_0 g h_0^3)^{1/2}$)
g	: 重力加速度
h_c	: 流入条件に基づく内部限界水深($=q_0^2/\epsilon_0 g$) ^{1/3})
x_f	: フェンスの設置位置(流入点からフェンスまでの距離)
z_f	: 設置水深(基準線からフェンス下端までの距離)
γ_h	: 水平部の混合率($=\epsilon_h/\epsilon_h-1$)
γ_s	: 斜面下端の混合率($=\epsilon_s/\epsilon_s-1$)
γ_t	: 総混合率($=\epsilon_t/\epsilon_t-1$)
ϵ_0	: 流入水の相対密度差($=(\rho_0-\rho_1)/\rho_1$)
ϵ_h	: 水平部下流での相対密度差($=(\rho_h-\rho_1)/\rho_1$)
ϵ_s	: 斜面下端での相対密度差($=(\rho_s-\rho_1)/\rho_1$)
$\triangle$	: 自然な潜り込み状態での界面を基準とした時のフェンス下端までの距離

図-2 フェンス設置水深と流況 (CASE A)

図-3 界面とM界面(左)および界面と密度界面(右)

図-4 水平部での層厚（左：M界面，右：界面）

図-5 水平部での総混合率

本研究は、以上のような背景を踏まえ、平水時の定常流を想定して、(1)室内実験に基づき、フェンスを設置しない自然な潜り込みに比して、流入水の混合および下層流の層厚が小さくなるような強制的な潜り込みを促進できるようなフェンスの設置法に関する指標を得た上で、(2)数値シミュレーションを用いた効果的なフェンス設置法の確立を目的として、著者らが開発した貯水池流動モデル(SMM-BIF-CG model)²²⁾に基づき、フェンスによる潜入密度流の流動制御の再現を試みるとともに、(3)数値実験により、潜入から中層密度流として躍層に貫入する状況でのフェンスの設置効果について調べたものである。

2. 実験

実験装置は、流入部(長さ100cm、水深 $h_0=2.5$ cm)、斜面部(長さ $L=100$ cm、勾配 $I=1/5$)および水平部(長さ345cm、高さ38cm)の亚克力製水槽である。水槽中に水深 $h_1=22.5$ cmまで淡水(密度 ρ_1)を貯留した後、流入部からウランで着色した塩水(密度 ρ_0 、単位幅流量 q_0)を流入させ、自然な潜り込み状態での潜入密度流を発生させた。なお、下流端に設けられた越流堰により水深 h_1 は一定に保たれている。図-1に装置の概要と重要な諸量を示す。

フェンスが設置された状態での流動状況は、与えられた貯水池形状において、流入内部Froude数 F_0 、無次元の設置位置 x_f/L と設置水深 z_f/h_c およびフェンスの設置状況(設置数、設置間隔)によって異なってくる。このように、対象とする現象を規定する要因が多いので、フェンスは1枚設置とし、CASE A～CASE Dの4ケースの実験を行い、効果的な流動制御が可能となるフェンスの設置法について基礎的な知見を得た。表-1に実験条件、表-2に重要なパラメータをまとめて示す。なお、表-1中には実験結果も併せて示してある。同表において、水平部での無次元層厚 h_h/h_c と総混合率 γ_t が、フェンスを設置しない自然な潜り込み状態での値に比して小さくなるのが、フェンスの設置効果の指標となる。

CASE Aでは、自然な潜り込み状態での目視界面（以下、目視界面を「界面」という）を基準として、 z_f/h_c を4通りに変化させ、その影響について調べた。CASE Bでは、 F_0 を3通りに変化させ、自然な潜り込み状態について調べた。CASE C とCASE Dでは、

CASE Aよりフェンスの設置効果が大きいと認められた $\Delta/h_c=-0.5$ (界面下方)と0(界面位置)について、 z_f/h_c を一定に保った状態でCASE Bと同一流入条件下でフェンスの設置位置を $x_f/L=0.45$ あるいは0.675の2通りに変化させ、その影響について調べた。

測定および解析方法については、(1)全CASEで目視界面の決定と画像解析による流動状況(潜入開始から定常状態に達するまで)の把握、(2)CASE Bでは定常状態での斜面部($x=45, 67.5, 90$ cm)と水平部($x=270$ cm)、CASE A、CASE CおよびCASE Dでは斜面部($x=100$ cm)と水平部($x=270$ cm)での流動層の密度ならびに流速分布の把握である。斜面部の層平均水理量(層厚 h_s 、流速 U_s 、相対密度差 ϵ_s)および水平部の層平均水理量(h_h 、 U_h 、 ϵ_h)は、それぞれ測定で得られた密度と流速分布に基づきモーメント法で求め、斜面部下端での希釈混合率 γ_s と水平部での総混合率 γ_t を算定した(以下、モーメント法で求めた層厚に基づく界面を「M界面」という)。

3. 実験結果と考察

図-2は、フェンスの設置水深 z_f/h_c を変化させた時の定常状態での流況(CASE A)を示したものである。これより、(1) CASE A-1とA-2の比較より、設置水深を自然な潜り込み状態での界面よりやや上方にすると、潜入点が下流側に移動することや、CASE A-2ではフェンス下端と流動層との間から池水がフェンス上流側に流入し、その上流側では流入水と池水とが混合した状態となること、(2)設置水深を界面位置としたCASE A-3では、僅かな池水の流入があること、(3)設置水深を界面からやや下方にしたCASE A-4では、池水の流入がなくなり流入水がフェンス上流側に滞留していくこと、(4)設置水深をさらに下げたCASE A-5では、フェンス上流側に貯留された流入水が池水側に噴出してくるため、フェンス下流側で強い希釈混合が引き起こされること、などのことが観測された。

また、表-1中のCASE Aの水平部の無次元層厚 h_h/h_c と総混合率 γ_t の結果より、(1)フェンスを設置すると、これらのいずれも低下しており、設置効果が認められること、(2) 自然な潜り込み状態(CASE A-1)での界面よりやや上方(CASE A-2)や大幅に下方(CASE A-5)に設置した場合では、それぞれフェンス

図-6 斜面下端(左)と水平部(右)での流速分布と相対密度差分布

上流側や下流側で希釈混合が生じるので、大きな効果は期待できないこと、(3)界面(CASE A-3)あるいは界面やや下方(CASE A-4)に設置すればフェンスの設置効果が認められ、後者の方がより効果が大きいこと、などの示唆が得られる。

図-3は、界面とM界面、界面と密度界面の関係をプロットしたものである。これらより目視界面はM界面の1.2倍程度、密度界面と同程度であることが確認でき、その大きさは相互に関係付けられる。

図-4と図-5は、設置水深を界面あるいは界面下方(0.5 h_c 程度)にした状態で、流入内部Froude数 F_0 とフェンス設置位置 x_f/L を変化させたときに、フェンスが設置されていない場合とされている場合とで h_b/h_c と γ_t がどのように異なってくるのかについて調べたものである。両図中で○はフェンス下端を $\angle/h_c=-0.5$ (界面下方)に、□は $\angle/h_c=0$ (界面位置)に設定した場合を示しており、記号に付いたバーは両者に対応する値の幅を示している。また、記号に付けた色は F_0 の違いを示している。これより、(1)フェンスを設置することで、 h_b/h_c と γ_t のいずれも小さくなり、設置位置を斜面部の下流側にした場合や F_0 が大きい場合の方がより小さくなること、(2) $x_f/L=0.450$ では、 F_0 にかかわらず、設置水深を界面とした方が、 h_b/h_c と γ_t のいずれも界面下方とした場合より小さいが、 $x_f/L=0.675$ ではその逆となっていること、などが確認される。(1)のようになるのは、いずれも潜入密度流が斜面部を流れ下る距離が短くなるために、流入水と池水との希釈混合が弱まるためであり、(2)は、 $x_f/L=0.450$ では設置水深が深すぎたため、図-2のCASE A-5で見たような噴出が発生しているためであると考えられる。

図-6は、フェンス設置位置 $x_f/L=0.675$ で、同一流入条件下での斜面下端と水平部での流速と相対密度差を示したものである。図中の破線はM界面の位置を示している。なお、破線と各分布に付けた色で各ケースを対応させている。これより、いずれの断面

においても、フェンスを設置した場合には、流動層上方における拡散と流速の低下が見られ、流速および相対密度差分布の一様化が図られていることが確認できる。また、そのような傾向は流入条件が変化しても、同様であることもわかる。

以上より、(1)フェンスの設置水深としては、図-4と図-5から明らかなように、水平部の層厚と総混合率を最小にでき、図-6のCASE Cのように相対密度差分布の一様化が図られることから、自然な潜り込み状態での界面のやや下方に設定すれば、最も効果的である。しかしながら、深く入れすぎると、図-2のCASE A-5のように逆効果になる可能性もあることや、実水域では流量や水位の変動があることなどを勘案すると、フェンスを界面位置に設置すれば、平均的に見て水域への栄養塩の拡散を抑制するとともに、流入水をより深く潜り込ませる効果が期待できること、(2)設置位置としては、斜面部のより下流側にした方がより効果的であるが、フェンスには藻類の水域全体への拡がり防止という重要な機能があるので、状況に応じて設置位置を設定する必要があること、などが示唆されている。なお、密度分布が現地観測によりわかっている場合は、フェンス設置水深を密度界面位置に、また斜面が一定勾配の単純な形状の貯水池における潜入密度流であれば、自然な潜り込み状態での潜入点と界面形状はある程度予測可能であるので^{7),8),11)}、M界面に基づく界面形状を予測した上で、フェンスの設置水深をその1.2倍程度上方に設定すれば良いと考えられる。

4. 数値シミュレーション

以上の実験結果より、効果的な流動制御が行えるフェンス設置方法について指標を得ることができたので、以下ではSMM-BIF-CGモデル(numerical model with Simplified MAC and MUSCL method for Buoyancy Induced Flows based on Collocated grid system in

図-7 数値解析によるCASE Aの再現(左：等相対密度差，右：流速ベクトル)

図-8 成層型貯水池におけるフェンスなし(上)，あり(下)の状況での等相対密度差および流速・相対密度差分布

General-coordinate grid system)²²⁾を用い，(1) CASE Aを対象として，フェンスによる潜入密度流の流動制御の再現を試みるとともに，(2)数値実験に基づき，成層型貯水池を対象として潜入から中層密度流として躍層に貫入する状況でのフェンスの設置効果について調べる．なお，本モデルの再現精度については，緩勾配あるいは急勾配を有する閉鎖性水域での自然な潜り込みを対象として，流入内部Froude数を変化させた数値解析と実験結果との比較より，潜入点，流速・密度分布および混合率 γ について詳しく調べてある²²⁾．

計算領域は，流下方向と鉛直方向にそれぞれ181と36に分割した．水域の形状は，(1)CASE Aを対象とした再現計算では実験と同じとし，(2)成層型貯水池を対象とした数値実験では，斜面部の勾配は実験と同じで，上層と下層の水深をそれぞれ21cmと20cmとし，下層水の相対密度差は流入水を基準として0.0026とした．なお，フェンスの設置水深は界面

位置としている．

計算の初期条件には，全ての計算領域で $u=v=0$ と $\varepsilon=0$ を与えた．境界条件は，側壁，底面およびフェンスには， $u=v=0$ (non-slip 条件)， $\partial\Phi/\partial n_1=0$ ， $\partial\varepsilon/\partial n_1=0$ を，水表面には， $\partial u/\partial n_1=0$ ， $v=0$ (slip 条件)， $\Phi=0$ ， $\partial\varepsilon/\partial n_1=0$ を与えた．上流端の流入条件には， $\varepsilon=\varepsilon_0$ ， $u=q_0/h_0$ ， $v=0$ を与え，その値はCASE Aと同じとした．下流端の条件は，自由流出条件 $\partial u/\partial n_2=0$ ， $\partial\varepsilon/\partial n_2=0$ を与えた．ここに， Φ =スカラーポテンシャル， n_1 =水表面，側壁および底面に垂直な方向， n_2 =流出境界に垂直な方向である．

図-7は，計算より得られたCASE Aの相対密度差のコンターと流速ベクトルを示したものである．図-2との比較より，(1) CASE A-1では全体的な流況，例えば底面が急斜面から水平に変化するため，内部跳水により層厚が増加している様子，CASE A-2ではフェンス設置の影響を受け，下層が盛り上がっている様子，(2)CASE A-3では池水がフェンス下端か

らフェンス上流側に流入し、その上流側で循環流や希釈混合が生じている様子、(3)CASE A-4では、フェンス上流側への池水の流入はなく、その上流側に流入水が貯留され大きな循環流が生じていることや、その下流側では流動層厚がCASE A-1 より低下している様子、(4) CASE A-5では、フェンス下端と斜面との間から大きな流速を持って噴出してくるため、フェンス下流側で強い希釈混合が起こっていること、などの実験結果で見た流動状況が確認できる。

図-8は、流入水が潜入した後に中層密度流として躍層に貫入する場合の数値実験結果を示したものである。図中には流速および相対密度差分布も示されている。これより、フェンスを設置することで、(1) 潜入後の下層密度流の流速が減少し、流入水が界面に到達した時に生じるフロントの舞上がりや抑制されていること、(2) 躍層と斜面部下端での内部跳水が弱められており、内部跳水の連行による逆流が抑制されていること、(3)上層への流入水の拡散が抑制されていること、などのことが認められ、この場合もフェンスを界面位置に設置することで、流動制御の効果が得られることがわかる。

5. 結論

実験研究より、(1)フェンスの設置水深は、実水域での流量や水位の変動等があることを勘案し、自然な潜り込み状態での界面位置に設置すれば、設置効果が期待できること、(2)設置位置は、斜面部下流側にした方がより効果的であること、などが示唆された。

数値解析より、(1)SMM-BIF-CG modelは、混合型貯水池のみならず、成層型貯水池におけるフェンスによる潜入密度流の流動制御の効果や影響を検討できること、などがわかった。

今後は、SMM-BIF-CGモデルを3次元モデルへ発展させるとともに、現地観測結果との比較検討を試みる予定である。また、参考文献22)で示されているように、本モデルの再現精度には改善の余地があるので、これも今後の課題である。

参考文献

- 久保直也ら：風屋貯水池における淡水赤潮現象と貯水池環境，大ダム，No. 126，pp. 18-25，1988.
- 畑 幸彦：永瀬ダム湖（高知県）の淡水赤潮，水質汚濁研究，Vol. 14，No. 5，pp. 25-29，1991.
- 中本信忠：神流湖の淡水赤潮，水質汚濁研究，Vol. 14，No. 5，pp. 13-17，1991.
- 山田正人，宗宮功，小野芳朗，小林尚礼：ダム貯水池におけるPeridinium淡水赤潮の集積機構の評価，水環境学会誌，第18巻，第10号，pp. 775-783，1995.
- 松尾直規，山田正人，宗宮功：貯水地上流端における流動特性と淡水赤潮現象との関係，水工学論文集，第40巻，pp. 575-581，1996.
- 天野邦彦，田中康泰，鈴木宏明，安田佳哉：貯水池末端における持続的な淡水赤潮に関する研究，水工学論文集，第44巻，pp.1083-1088，2000.
- 秋山壽一郎，A.K.ジャ，山下直樹，浦 勝：ダム貯水池上流端での富栄養化対策を目的とした遮蔽膜による潜入密度流の制御，水工学論文集，第46巻，pp. 1013-1018，2002.
- 秋山壽一郎，西 恭太，浦 勝：潜入密度流の流動特性とフェンス工による流動制御，水工学論文集，第47巻，pp. 1177-1282，2003.
- Singh, B. & Shah, C.R. : Plunging phenomena of density currents in reservoirs, *LaHouille Blanche*, Vol.26, No.1, pp.59-64,1971.
- Savage, S.B. & Brimberg, J.: Analysis of plunging phenomena in water reservoirs, *J. of Hydraulic Research*, Vol.13, No.2, pp.187-204, 1975.
- 福岡捷二，福嶋祐介，中村健一：2次元貯水池潜入密度流の潜り込み水深と界面形状，土木学会論文報告集，第302号，pp. 55-65，1980.
- Hauenstein, W. & Dracos, T.H. :Investigation of plunging density currents generated by inflows in lakes, *J. of Hydraulic Research*, Vol.22, No.3, pp.157-179, 1984.
- Akiyama, J. & Stefan, H.G. : Plunging flow into a reservoir: theory, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.110, HY.4, pp.484-498, 1984.
- 有田正光，塚原千明：貯水池密度流の潜り点の水理条件に関する実験的研究，ながれ，第15巻，pp. 409-416，1996.
- Lee, H.Y. & Yu, W.S.: Experimental study on reservoir turbidity current, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.123, No.6, pp.520-528, 1997.
- Elder, R.A. & Wunderlich, W.O.: Inflow density currents in TVD reservoirs, *Int'l Symp. Stratified Flows*, IAHR/ASCE, Novosibirsk, USSR, pp.221-236, 1972.
- Hebbert, B. et al.: Collie river underflow into the Wellington reservoir, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.105, HY.5, pp.533-545, 1979.
- Ford, D.F. et al.: Density inflows to Degray lake, Arkansas, *Proc. of Second Int'l Symposium on Stratified Flows*, Trondheim, Norway, pp.977-987, 1980.
- Farrell, G.J. & Stefan, H.G.: Mathematical modeling of plunging reservoir flows, *J. of Hydraulic Research*, Vol.26, No.5, pp.525-537, 1988.
- Bournet, P.E., Dartus, D., Tassin, B. & Vincon-Leite, B.: Numerical investigation of plunging density current, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.125, No.6, pp.584-594, 1999.
- Dallimore, C.J., Imberger, J., Hodges, B.R.: Modeling a plunging underflow, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Nov., pp.1068-1075, 2004.
- 重枝未玲，秋山壽一郎：一般座標コロケート格子を用いた鉛直2次元モデルによる潜入密度流の数値解析，水工学論文集，第49巻，pp. 1159-1164，2005.
- 秋山壽一郎，片山哲幸，西 恭太，土居正明：混合型・成層型貯水池での潜入密度流の水理特性について，水工学論文集，第48巻，pp. 1375-1380，2004.
- 秋山壽一郎：流入型密度流の水理特性とその予測，湖沼，貯水池の管理に向けた富栄養化現象に関する学術研究のとりまとめ，土木学会水理委員会環境水理部会，pp. 69-167，2000.

(2005. 9. 30受付)