censoring を受けた年最大値資料に対する極値統計解析結果の相互比較

INTERCOMPARISON OF EXTREME VALUE ANALYSES FOR CENSORED ANNUAL MAXIMUM SAMPLE

宇都宮好博¹・山口正隆²・野中浩一³・畑田佳男⁴

Yoshihiro UTSUNOMIYA, Masataka YAMAGUCHI, Hirokazu NONAKA and Yoshio HATADA

¹ 正会員 工修 (財)日本気象協会首都圏支社 (〒170-6055 東京都豊島区東池袋3丁目1番1号)

² 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

³ 正会員 博(工学) 愛媛大学契約職員 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

⁴ 正会員 博(工学) 愛媛大学講師 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

Accuracy of parameter estimation methods to be used in extreme value analyses for censored annual maximum samples is investigated using a Monte-Carlo simulation technique. The methods are maximum likelihood method (MLM), least square method (LSM) and partial probability weighted moment (PPWM) method, and probability distributions are Gumbel, shape parameter-fixed GEV and Weibull distributions. MLM yields more efficient estimates of quantiles than PPWM method and LSM even for censored samples. MLM-, LSM- and PPWM-based models are applied to extreme value analyses to several types of censored in-situ annual maximum samples. One finding is that inclusion of historical information in MLM- and PPWM-based models produces more efficient estimates of quantiles.

Key Words : censored sample, annual maximum data, MLM, LSM, PPWM, historical information

1. 緒言

欠落を伴う年最大値資料や異常値に限定された歴史情報を含む年最大値資料に対する極値統計解析において、これらの資料を censoring を受けた標本資料 (censored sample) とみなしたうえで、候補確率分布の母数推定を最尤法¹⁾ (Maximum Likelihood Method ; MLM), 最小2乗法²⁾ (Least Square Method ; LSM), 部分確率加重積率 (Partial Probability Weighted Moment ; PPWM) 法³⁾ などにより行うモデルが提案されている。しかし、それぞれの方法の適用性を広範囲に相互比較した研究事例はあまり見当たらない。

そこで本研究では、Gumbel 分布、形状母数固定型 GEV 分布、形状母数固定型 Weibull 分布の2母数分布を対象として、各種 censoring 条件のもとでの広範なモンテカルロシミュレーション結果の検討から、各母数推定法の再現確率統計量に対する推定精度や分散に対する jackknife 法^{1),3)} などの推定精度を調査するとともに、これらの2母数分布で構成した極値統計解析モデルを、censoring を受けた現地資料の解析に適用し、再現確率統計量とその分散の推定値の相互比較を行う。

2. 候補確率分布と母数および分散の推定法

(1) 候補確率分布

Gumbel 分布、GEV 分布および Weibull 分布は H を確率変数、 $F(H)$ を確率分布関数、 A を尺度母数、 B を位置母数、 k を形状母数として、それぞれ次式で表される。

$$F(H) = \exp[-\exp\{-(H-B)/A\}] , \quad -\infty < H < \infty \quad (1)$$

$$F(H) = \exp[-\{1 - k(H-B)/A\}^{1/k}] ,$$

$$\begin{aligned} k < 0 : B + A/k < H < \\ k > 0 : - < H < B + A/k \end{aligned} \quad (2)$$

$$F(H) = 1 - \exp[-\{(H-B)/A\}^k] , B < H < \quad (3)$$

(2) 母数推定法

a) 最尤法

censoring とは標本の中で、ある値より大きいあるいは小さい資料を除去する操作²⁾を言う。censoring はその基準値が固定され、censoring を受ける資料の個数がランダムである第1種 censoring と、基準値がランダムで資料の

個数が固定される第2種 censoring の2種類に、また基準値によって上限、下限、上下限 censoring の3種類の、合計6種類¹⁾に分類される。

資料期間 K 年で大きさ N 個 ($K = N$) の年最大値標本資料 H_i のうち、下限値 H_L より小さい p 個と上限値 H_U より大きい q 個が censoring を受けている場合に、第1種 censoring 問題(下限値 H_L 、上限値 H_U は固定、 p, q はランダム)に対する尤度関数 L_1 ¹⁾ は次式で表される。

$$L_1 \propto F(H_L)^p \cdot \prod_{i=1}^n f(H_i) \cdot \{1 - F(H_U)\}^q \quad (4)$$

ここに、 $f(H_i)$ は確率密度関数、 $n = N - p - q$ 、である。一方、第2種 censoring 問題(p, q は固定、 H_{p+1}, H_{N-q} はランダム)に対する尤度関数 L_2 ¹⁾ は次式になる。

$$L_2 \propto \{F(H_{p+1})\}^p \cdot \prod_{i=p+1}^{N-q} f(H_i) \cdot \{1 - F(H_{N-q})\}^q \quad (5)$$

また、資料期間 K を歴史資料の期間 K_1 、新しい時代の観測資料の期間 K_2 、古い時代の観測資料(観測値が異常年のみ記録されている)の期間 K_3 より成ると考えて、期間 K_1 では閾値 H_{U1} 以上の出現回数 q_1 のみ既知、期間 K_2 では H_{L2} より小さい資料 p_2 個の値と H_{U2} より大きい資料 q_2 個の値が不明、期間 K_3 では H_{L3} より小さい資料 p_3 個の値と H_{U3} より大きい資料 q_3 個の値が不明とすれば、この場合の尤度関数 L はつぎのように表される。

$$L \propto [F(H_{U1})^{K_1 - q_1} \{1 - F(H_{U1})\}^{q_1}] \cdot [F(H_{L2})^{p_2} \cdot \prod_{i=1}^{n_2} f(H_i) \cdot \{1 - F(H_{U2})\}^{q_2}] \cdot [F(H_{L3})^{p_3} \cdot \prod_{i=1}^{n_3} f(H_i) \cdot \{1 - F(H_{U3})\}^{q_3}] \quad (6)$$

ここに、 $n_2 = K_2 - p_2 - q_2$ 、 $n_3 = K_3 - p_3 - q_3$ である。式(4)および式(5)はシミュレーション資料の解析に、式(6)は歴史資料を含む現地資料の解析に用いる。最尤解は、それぞれの対数尤度関数を最大化する母数を求めれば、得られる。このとき、最大対数尤度 MLL は標本に対する候補確率分布の適合度を表す指標になる。

b) 最小2乗法

モンテカルロシミュレーション結果を用いて、再現確率統計量の bias をできるだけ小さくするように候補確率分布ごとに係数を決めたプロット位置公式²⁾によって、各資料値の非超過確率 F_i および基準化変量 y_i を求めたのち、順序統計量 H_i と基準化変量 y_i の関係が直線で表されるとして、尺度母数 A と位置母数 B を最小2乗法により算出する。

c) PPWM 法

PPWM は一般に次式で定義される。

$$M_{p,r,s} = \int_{F_1}^{F_2} H(F)^p F^r (1-F)^s dF \quad (7)$$

ここに、 F_1, F_2 はそれぞれ censoring 条件の下限値と上限値を与える非超過確率である。上式において、Gumbel 分布と GEV 分布の場合には $p=1, s=0$ とした $M_{1,r,0} (= \beta_r)$ 、Weibull 分布の場合には $p=1, r=0$ とした $M_{1,0,s} (= \beta_s)$ を用いる。PPWM 法は、標本資料から得られる標本 PPWM とそれに相当する理論 PPWM を等値することにより、確率分布の母数を推定する方法である。2 母数分布の母数推定に対して、 $r=(0,1)$ または $s=(0,1)$ とする低次 PPWM の場合を $Irs=0, (2,3)$ とする高次 PPWM³⁾ の場合を $Irs=2$ で表わす。

歴史資料を含む年最大値資料を取扱う場合には、観測資料期間 m 年と歴史資料期間 $K-m$ 年よりなる全資料期間 K 年において、 m 年間の観測資料のうち、下限 censoring 値以上でかつ F_2 に相当する基準値 H_c より小さい資料を上下限 censoring 問題として、また基準値 H_c 以上の上位 l 個の資料(観測期間における資料を含む可能性あり)を下限 censoring 問題として処理して求めたそれぞれの部分標本 PPWM を加え合わせることで、標本全体の PPWM を算定したのち、候補確率分布の理論 PPWM と等値して母数を算出する。

(3) 分散推定法

再現確率統計量の bias 補正や分散の推定のために、censored sample に対しても jackknife 法⁴⁾を用いる。ただし、PPWM 法や最小2乗法の場合、jackknife 法により bias 補正を行っても bias が必ずしも減少しないので、bias 補正を最尤法の場合¹⁾に限定する。また最尤法による漸近的分散推定法として、観測情報行列法¹⁾を用いる。

3. シミュレーション結果の検討

(1) モンテカルロシミュレーションの概要

母分布が明らかな場合のモンテカルロシミュレーションを完全標本条件および第1種と第2種下限・上限・上下限 censoring 条件のもとに資料年数 $K=10 \sim 100$ の7通りについて5,000回(最尤法 最小2乗法)あるいは10,000回(PPWM 法)実施し、再現確率統計量の bias と分散平方根(標準偏差) $Var^{1/2}$ に及ぼす censoring 条件などの影響や、jackknife 法と観測情報行列法の $Var^{1/2}$ に対する推定精度を調べる。この場合、シミュレーション回数が多いことから、回数の差の影響は小さい。

誤差統計量は、再現期間 100 年に対して、確率統計量の真値で無次元化した bias $\tilde{H}_j$ または jackknife 法による補正後の bias $\tilde{H}_j$ と確率統計量の分散平方根 $\tilde{Var}^{1/2}$ 、

図-1 誤差統計量と資料年数の関係 (第1種 censoring)

および $Var^{1/2}$ で無次元化した jackknife 法による分散推定値の平均値と観測情報行列法による分散推定値の平方根 ($\tilde{\sigma}_j$, $\tilde{\sigma}_{OM}$) に対するパーセント値で表す。

(2) シミュレーション結果の相互比較

a) 第1種 censored sample に対する比較

図-1はGumbel分布 ($A=1.39$, $B=4.5$), 形状母数固定型 GEV分布 ($k=-0.2$, $A=1.0$, $B=5.0$) および形状母数固定型 Weibull 分布 ($k=1.4$, $A=4.0$, $B=1.0$) をそれぞれ母分布とする第1種 censored sample に対するシミュレーション結果の誤差統計量と資料年数 K の関係を例示する。各図は左から順に, Gumbel 分布で下限 censoring 条件 ($F(H_U)=1$, $F(H_L)=0.2$), 形状母数固定型 GEV 分布 (GEV2) で上限 censoring 条件 ($F(H_U)=0.9$, $F(H_L)=0$) および形状母数固定型 Weibull 分布 (Weib2) で下限 censoring 条件 ($F(H_U)=1$, $F(H_L)=0.1$) の場合を表す。母数推定は最尤法 (MLM) と最小2乗法 (LSM) に依る。また, 最尤法に基づいて推定した再現確率統計量の bias は jackknife 法による補正後の bias $\tilde{H}_j$ である。

種々の検討から, つぎの特徴が指摘される。

最尤法の場合, 完全標本条件のみならずいずれの censoring 条件においても, 分布の種類や形状母数によらず bias は非常に小さい。 $Var^{1/2}$ は, とくに完全標本条件や下限 censoring 条件では GEV2 で形状母数の絶対値が大きいほど, 最小2乗法を用いる場合よりかなり小さい。また, $Var^{1/2}$ に対する jackknife 法の推定精度はかなり高く, 観測情報行列法の精度は, 上限および上下限 censoring 条件で jackknife 法のそれを上まわる。

最小2乗法の場合, bias は完全標本条件および下限 censoring 条件では分布の種類や形状母数によらず小さいが, 上限および上下限 censoring 条件では資料年数, すなわち標本の大きさが小さいほど, また GEV2 で形状母数の絶対値が大きく正側に分布の裾を長く引くほど, 負の

値を増加させる。jackknife 法は $Var^{1/2}$ の推定に対して censoring 条件によらずかなり高い精度を与える。

b) 第2種 censored sample に対する比較

図-2 は図-1 と同じ母分布条件のもとでの第2種 censored sample に対するシミュレーション結果の誤差統計量と資料年数の関係を表す。各図は Gumbel 分布で上限 censoring 条件 ($\mu_T=0.1$, $\mu_L=0$), 形状母数固定型 GEV 分布で下限 censoring 条件 ($\mu_T=0$, $\mu_L=0.1$), 形状母数固定型 Weibull 分布で下限 censoring 条件 ($\mu_T=0$, $\mu_L=0.1$) の場合に相当する。 μ_T , μ_L はそれぞれ標本の上限, 下限 censoring 比を意味する。母数推定法は最尤法 (MLM), 最小2乗法 (LSM), PPWM 法である。また, PPWM 法で下限 censoring 条件の場合, 形状母数固定型 GEV 分布に対して PPWM の次数を $Irs=0$ と $Irs=2$ の2通り示す。これ以外の場合には, $Irs=0$ のケースを採用する。

広範な検討から, つぎの特徴を指摘できる。

最尤法の場合, 分布の種類や censoring 条件によらず, 標本の大きさが小さくなるほど最大 5% の負の bias を生じる。 $Var^{1/2}$ は他の方法の場合より小さい。 $Var^{1/2}$ に対する jackknife 法および観測情報行列法の精度はいずれも高い。とくに, 後者の精度が優れている。

最小2乗法の場合, いずれの censoring 条件においても bias は3つの方法のうち最も小さい。 $Var^{1/2}$ は censoring 条件によらず, Gumbel 分布や形状母数固定型 Weibull 分布のケースでは, 最も小さい値を与える最尤法による値と比べてやや大きい程度であるが, 形状母数固定型 GEV 分布のケースでは最尤法による値をかなり上まわる。また, $Var^{1/2}$ に対する jackknife 法の精度は, 下限 censoring 条件では分布によらず高いのに対して, 上限・上下限 censoring 条件では標本の大きさが小さいほど, 最大 20% 程度過大な値を与える。

PPWM 法の場合, Gumbel 分布や形状母数固定型 GEV 分布に対して, 高次 PPWM ケース ($Irs=2$) では bias は

図-2 誤差統計量と資料年数の関係 (第2種 censoring)

小さいが, $Var^{1/2}$ は最小 2 乗法によるものと同程度か, より大きい. 一方, 低次 PPWM ケース ($I_{rs}=0$) では, bias は標本の大きさが小さいほど正の有意な値をとるが, $Var^{1/2}$ は最小 2 乗法によるものより小さい. 形状母数固定型 Weibull 分布に対して, bias は下限 censoring 条件で小さい正の値をとり, 上限 censoring 条件では 0 に近い. $Var^{1/2}$ はいずれの censoring 条件でも最尤法による値よりやや大きく, 最小 2 乗法による値と同程度である. jackknife 法は $Var^{1/2}$ に対して下限 censoring 条件で高い精度を与えるが, 上限 censoring 条件では $Var^{1/2}$ を 20~30% 過小評価する.

4. 現地資料の解析

(1) 極値統計解析モデルの構成

母分布が未知である現地資料に適用しうる極値統計解析モデルにおける候補確率分布として, Gumbel 分布, 形状母数固定型 GEV 分布, 形状母数固定型 Weibull 分布の 2 母数分布を用いる. 形状母数固定型 GEV 分布の場合, 形状母数 k は $-0.4 \sim 0.4$ の間で, $k' = -1/k$, () 内の数値を刻み幅として, PPWM 法と最尤法では $k' = 2.5 \sim 5 (0.5)$, $6 \sim 10 (1)$, $12.5 \sim 25 (2.5)$, $30 \sim 40 (5)$, の正負両方の値をとる 40 種類, 最小 2 乗法では k' に対して正の値をもつ 20 種類である. 一方, 形状母数固定型 Weibull 分布の場合, 形状母数 k は $0.5 \sim 10$ の間で $0.5 \sim 2.0 (0.1)$, $2.2 \sim 3.0 (0.2)$, $3.5 \sim 5.0 (0.5)$, $7, 10$ の 27 種類である. 以上の値は形状母数による分布形状の変化に有意な差が生じるように, 不等間隔で与えている. 各母数推定法に基づくモデルはつぎのようである.

最尤法モデル¹⁾では, 最適分布の選択を最大対数尤度

図-3 年最大海水位資料の時系列

基準, 再現確率統計量の bias 補正を jackknife 法, 再現確率統計量の分散の推定を観測情報行列法による.

最小 2 乗法モデルでは, 資料値のプロット位置の算出を合田²⁾の式, 最適分布の選択を最大相関係数基準, 再現確率統計量の分散の推定を jackknife 法による.

PPWM 法モデル³⁾では, 最適分布の選択を最大相関係数基準, 相関係数の計算に必要な各資料値に対するプロット位置の算出を Cunnane⁴⁾の式, 再現確率統計量の分散の推定を jackknife 法による.

(2) 年最大海水位資料に対する解析

ここでは, オランダの Hook of Holland における年最大海水位観測資料⁵⁾(cm)を解析に用いる. 資料数は 1888~1994 年の 107 年 107 個である. 図-3 は年最大海水位資料の時系列を示す. 第 1 位値はオランダ南部デルタ地帯を始め全土に大災害をもたらした 1953 年の 385cm, 第 2 位値は 1894 年の 327cm である. また 1500~1850 年の 351 年間に近似的に 300cm の年最大海水位が 5 回, 330cm が 1 回, 360cm が 3 回 (生起年はそれぞれ 1806 年, 1808 年および 1825 年), 390cm (1570 年) が 1 回の合計 10 回記録されていることが痕跡調査から示されている. ここでは, 標準偏差を 10cm と仮定して, 300cm 5 回の資料を 290, 295, 300, 305, 310cm の資料, 360cm 3 回の資料を 350, 360, 370cm の資料とみなす.

表-1 年最大海水水位資料に対する極値統計解析結果

para. est.	K yrs.	η_K cm (yrs.)		η_K cm (yrs.)	
		1000	10000	1000	10000
MLM	107	418	483	16	20
MLM	458	410	473	11	15
LSM	107	408	470	20	27
LSM*	458	415	469	20	28
PPWM	107	410	472	16	21
PPWM	458	405	467	13	17

opt. dist. ; Gumbel , * : Weib2($k=10$)

最尤法モデルによる解析では、107 年間の観測資料(完全標本)に対して、計算条件を $K=107$, $K_1=q_1=0$, $K_2=107$, $p_2=q_2=0$, $K_3=p_3=q_3=0$ とする。歴史資料を考慮する場合には、閾値を $L_3=330\text{cm}$ として $K=458(=351+107)$, $K_1=q_1=0$, $K_2=107$, $p_2=0$, $q_2=0$, $K_3=351$, $p_3=346$, $L_3=330\text{cm}$, $q_3=0$ とおく。最小 2 乗法モデルによる解析では、107 年 107 個の観測資料 ($K=N=107$) および歴史資料を考慮する場合には $K=458$ 年で $L=290\text{cm}$ を越える $N=17$ 個の資料(歴史資料 10 個を含む)を対象とする。最小 2 乗法モデルは個々の資料のプロット位置を必要とするので、上位 17 個の資料しか利用できない。さらに PPWM 法モデルによる解析でも、107 年間の観測資料および歴史資料を含む全資料を対象とする。とくに後者の場合、全資料期間 $K=458$ 年で 325cm 以上 $l=7$ 個の資料、 $m=107$ 年で 325cm より小さい 105 個(325cm 以上 2 個の資料を除く)の資料、下限 censoring 比 $\mu_1=F_1=0$ として、解析を 2 段階で行う。すなわち、第 2 回目の解析では、第 1 回目の解析で得た位置母数 B を原資料から引いた資料に対して最適分布を固定したまま計算を行ったのち、確率海水位に上述の位置母数 B を加えて、確率海水位の最終的な推定値とする。ここでは、より小さい標準偏差を与える低次 PPWM ($Irs=0$) による結果を採用する。

表-1 は 3 つの母数推定法に基づく確率海水位とその標準偏差を歴史資料を考慮しない場合 ($K=107$ 年) と考慮する場合 ($K=458$ 年) について交互に示す。再現期間 R は 1,000 年と 10,000 年であり、後者は van Gelder⁵⁾ に従っている。これによると、最適分布は歴史資料の考慮の有無によらず、1 例を除き Gumbel 分布で表わされることから、Gumbel 分布のみを検討対象としている van Gelder⁵⁾ の候補分布の選択の妥当性が裏づけられる。しかし、458 年の間でわずか 17 個の資料(資料採択率 3.71%)しか解析に含めない最小 2 乗法モデルによる結果では、最適分布は形状母数 $k=10$ の尖鋭な形状をもつ Weibull 分布をとり、相関係数も低い値にとどまっている。全体を通じてみると、確率海水位は再現期間 10,000 年に対し

図-4 年最大高潮偏差資料の時系列

ても歴史資料の有無や母数推定法によらずそれほど有意な差をもたないが、確率海水位の標準偏差は歴史資料の導入によって、とくに最尤法モデルの場合に有意な減少を生じる。因みに、最尤法モデルに基づく 10,000 年確率海水位とその標準偏差は歴史資料を考慮しない場合 $483 \pm 20\text{cm}$ 、考慮する場合 $473 \pm 15\text{cm}$ と評価される。

(3) 年最大高潮偏差資料に対する解析

図-4 は東京での 1911 ~ 2002 年の 92 年間における年最大高潮偏差観測資料(cm)の時系列を示す。1949 ~ 2002 年の 54 年間では、1964 ~ 1967 年の 4 年間を除いて年最大値資料が取得されているが、1911 ~ 1948 年の 38 年間では 4 年相当分が得られるにすぎない。解析では、1911 ~ 1948 年の 38 年間のうち 34 年間の年最大値は 1934 年の 103cm を上まわらないとみなすとともに、1964 ~ 1967 年の 4 年相当分の値を不明とする。

最尤法モデルでは、全資料の期間 $K=92$ を歴史資料の期間 $K_1=0$ 、新しい時代の観測期間 $K_2=54$ 、古い時代の観測期間 $K_3=38$ に分け、古い期間の下限 censoring 値を $L_3=103\text{cm}$ と固定したうえで、新しい期間の下限 censoring 値 L_2 を 5 通りに変化させて計算を行う。因みに $L_2=36\text{cm}$ の場合、 $K=92$, $K_1=q_1=0$, $K_2=54$, $p_2=4$, $q_2=0$, $K_3=38$, $p_3=34$, $q_3=0$ である。 L_2 の増加とともに確率高潮偏差は変化し、その標準偏差も大きくなるが、確率高潮偏差が比較的安定する $L_2=46\text{cm}$ 以上の結果のうち、 $L_2=50\text{cm}$ に対する結果を採用する。最小 2 乗法モデルおよび PPWM 法モデルでは、92 年間の資料に対して下限 censoring 値を $L=36\text{cm}$ から順次変化させた計算を行う。確率高潮偏差は下限 censoring 値 L にあまり依存しないが、その標準偏差は下限 censoring 値が増加するとともに増加し、相関係数の値は減少することから、下限 censoring 値を 50cm とする結果を採用する。

表-2 は 3 種類のモデルによる極値統計解析結果の一覧であり、再現期間は 200 年としている。相関係数はいずれのモデルでも 0.993 をとり、最適分布の適合度が比較的高い。また、最適分布はいずれも Weibull 分布であるが、形状母数の値は母数推定法ごとに若干異なる。確率高潮偏差は最小 2 乗法モデルによる場合に、標準偏差は最尤法モデルによる場合にやや小さい。しかし、その差

表-2 年最大高潮偏差資料に対する極値統計解析結果

para. est.	$\eta_{200}(\text{cm})$	$\eta_{200}(\text{cm})$	opt. dist.	k
MLM	233	32	Weib2	0.7
LSM	226	35	Weib2	0.9
PPWM	239	34	Weib2	0.8

図-5 年最大風速資料の時系列

表-3 年最大風速資料に対する極値統計解析結果

para. est.	$U_{100}(\text{m/s})$	$U_{100}(\text{m/s})$	opt. dist.	k
MLM	42.9	2.8	Weib2	1.5
LSM	42.7	3.6	Weib2	1.4
PPWM	43.9	2.8	Weib2	1.3

はあまり有意でない．因みに，最尤法モデルによれば，200 年確率高潮偏差 η_{200} とその標準偏差 $\sigma_{\eta_{200}}$ は $233 \pm 32\text{cm}$ と評価される．

(4) 年最大風速資料に対する解析

図-5は志摩半島先端の大王崎灯台で観測された1953～1986年の34年間にわたる年最大風速資料 ($U \text{ m/s}$) の時系列を表わす．第1位風速は1959年の台風5915号 (伊勢湾台風) 時に生じたはずであるが，欠測となっており，1972年の7220号に伴う36.6m/sが第1位値を占める．

最尤法モデルでは，観測期間 K_2 における第1位値 U_{U_2} が欠落しているとして， $K=34$ ， $K_1=p_1=0$ ， $K_2=34$ ， $p_2=0$ ， $q_2=1$ ， $U_{U_2}=36.6$ ， $K_3=p_3=q_3=0$ とおく．最小2乗法モデルでは，第1位値を空位，第2位値を36.6，以下順次，第3位値…第34位値として各資料の非超過確率を求めることにより，解析を進める．PPWM法では，上位削除数1をもつ上限censoring問題として計算を行う．

表-3は極値統計解析結果の一覧を示す．再現期間は100年としている．最適分布はいずれもWeibull分布をとり，形状母数は母数推定法によって1.3～1.5の範囲にある．最尤法モデル (jackknife法によるbias補正) と最小2乗法モデルによる確率風速は同程度であるが，標準偏差は最小2

乗法モデルの場合に大きい．PPWM法モデルは最尤法モデルや最小2乗法モデルよりやや大きい確率風速を生じるが，標準偏差については，最尤法モデルと同程度で最小2乗法モデルより小さい．因みに最尤法モデルによると，100年確率風速 U_{100} とその標準偏差 $\sigma_{U_{100}}$ は $42.9 \pm 2.8\text{m/s}$ ，変動係数は6.8%であるから，確率風速推定値の信頼区間はかなり狭く，その精度は高い．

5. 結 語

本論文で得られた知見の概要はつぎのようである．

最尤法は，第1種 censored sample の場合，他の方法に比べて小さい bias と Var を与えることから，不偏性と有効性に関して優れているが，第2種 censored sample の場合，負の bias を生じる傾向にある．観測情報行列法は censoring 条件によらず jackknife 法より高い精度をもつ．

最小2乗法は，第1種上限・上下限 censoring 条件の場合を除いて，分布の種類，censoring の種類や条件によらず有意な bias を生じないが，最尤法に比べて大きい Var を与える．また jackknife 法は第2種上限・上下限 censoring 条件の場合を除いて，高い精度をもつ．

PPWM 法は bias，Var および jackknife 法による分散推定値の精度からみて，最尤法や最小2乗法に優る方法とは必ずしも言えない．

種々の censoring を受けた年最大値観測資料に対する極値統計解析において，最尤法モデルは最小2乗法モデルや PPWM 法モデルと同程度の再現確率統計量の推定値を与えるが，有効性において優れている．

参 考 文 献

- 1) 山口正隆・畑田佳男・大福 学・前川隆海：censoring を考慮した極値統計解析モデルおよび現地観測資料への適用，海岸工学論文集，第45巻，pp.216-220，1998.
- 2) 合田良實：港湾構造物の耐波設計 - 波浪工学への序説 - ，鹿島出版会，333p.，1990.
- 3) 山口正隆・宇都宮好博・野中浩一・真鍋 晶・畑田佳男：censoring を伴う年最大値資料に対する極値統計解析における PWM 法の適用性，海岸工学論文集，第51巻，pp.186-190，2004.
- 4) 宝 馨：現代水文統計論-水文頻度解析のモデル，手法とその評価，1998年度 (第34回) 水工学に関する夏期研修会講義集，A コース，A-8-1-20，1998.
- 5) van Gelder, P.H.A.J.M.: *Statistical Methods for the Risk-Based Design of Civil Structures*, PhD thesis, Delft Univ. of Tech., pp.173-187, 2000.

(2005.9.30受付)