橋脚部周辺における局所洗掘現象の 再現性に関する数値計算モデルの比較

COMPARISON OF PLANE 2-D AND 3-D NUMERICAL MODEL
FOR REPRODUCIBILITY OF LOCAL SCOUR AROUND BRIDGE PIER

梶川勇樹¹・檜谷治²

Yuki KAJIKAWA and Osamu HINOKIDANI

¹正会員 博(工) 鳥取大学助手 工学部土木工学科 (〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101)

²正会員 工博 鳥取大学教授 工学部土木工学科 (〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101)

In this paper, the comparisons of the plane 2D flow model and the 3D flow model for the reproducibility of the local scour around a bridge pier is described. The river bed deformation model is the same in both flow models, and only the bed load is taken into consideration in this model. The FAVOR method and the collocated grid are applied in the 3D model, and the MacCormack scheme is applied to all models. The calculated results are compared about the initial flow, the shape of scour hole and the maximum scour hole depth. Moreover, the calculated maximum scour hole depth is compared with the field investigated results. From the comparisons of the calculated results, the 3D model can be reproducing the field investigated results rather than the plane 2D model, and the necessity of using the 3D model is pointed out for the prediction of local scour.

Keywords : bridge pier, local scour, plane 2D model, 3D model, collocated grid, FAVOR method, MacCormack scheme

1. はじめに

水理構造物周辺の局所洗掘現象については、その防災上の重要性から従来より数多くの研究が行なわれており、特に、近年では数値解析に基づく研究が活発に行われている^{1)~3)}。福岡ら¹⁾は、実河川への適用を目的とし、静水圧近似に基づく準3次元流モデルと、流砂の非平衡性を導入した掃流砂・浮遊砂による河床変動モデルにより、橋脚周りの局所洗掘現象を再現している。Nagataら²⁾は、移動一般座標系に基づく非静水圧3次元流モデルを使用し、河床砂の離脱・堆積に関する確率モデルと砂粒の運動方程式とを組み合わせた河床変動モデルにより、水制周辺および円柱周りにおける局所洗掘現象を良好に再現している。また、水制や橋脚以外の水理構造物周辺で発生する洗掘現象に関しても、これまでに多数の数値計算モデルが提案されており、今後も局所洗掘現象に関する数値解析的研究の更なる発展が期待される。

ところで、このような局所洗掘現象を対象とした数値解析的な検討では、一般に、流況計算に3次元流モデルを適用する場合が多い。これは、局所洗掘現象の多くが、構造物周辺で発生する鉛直流の卓越した局所的な流れの

変化によって発生することに起因する。したがって、鉛直流を表現できない平面2次元流モデルなどでは、その再現性が低下することが指摘されている⁴⁾。

一方、実河川規模を対象として河床変動計算を行なう場合、従来より平面2次元流モデルによる検討が数多く行なわれている⁵⁾。これは、3次元流モデルでは圧力の収束計算等により計算時間、計算容量等が格段に増大し、実用性の面で劣ることに起因する。しかし、上述のように、鉛直流の卓越した流れ場で発生する局所洗掘現象は、平面2次元流モデルによる高精度の予測が困難であり、したがって、実河川規模においても洗掘予測には3次元流モデルが必要になるものと考えられる。しかし、これまでの3次元流モデルによる数値解析的研究では、モデルの妥当性を検討するため実験室レベルの現象を対象とした検討に留まっており、実河川規模の現象を対象とした検討例は数少ない。また、木村ら⁶⁾により、橋脚による堰上げ効果の再現性に関する数値モデルの比較検討が行なわれているが、流れ場のみの検討に留まっている。

そこで、本研究では実河川規模の現象を対象とし、平面2次元流モデルおよび3次元流モデルによる河床変動計算を試みた。対象とした洗掘現象は、岡山県を流れる旭川・新大原橋橋脚部周辺で発生した局所洗掘現象である。

図-1 面積率 $A_{(i)}$ および線分率 $L_{b(i)}$ の定義方向

2. 数値計算モデルの概要

本研究では、実河川規模における局所洗掘現象を対象に、平面2次元流モデルおよび3次元流モデルによる現象の再現性について検討した。したがって、流況計算の相違のみによる影響を比較するため、河床変動計算については両流況計算において基本的に同様のものを使用した。

(1) 3次元流れの基礎方程式

3次元流れの数値モデルには、時間的に変動する自由水面および河床形状を適切に表現できるよう、デカルト座標系においても滑らかに境界条件を課すことのできるFAVOR法⁷⁾を基礎式に導入した。FAVOR法では、複雑境界上において流体と境界部が混在すると考え、任意の点で流体の占める体積率を V 、 i 方向に垂直な断面で流体の占める面積率を $A_{(i)}$ とすると、体積力は ρV に比例し、断面積を通して運動量輸送は流体のみの場合に $A_{(i)}$ を乗じたものになる。図-1に x - y 座標面における面積率の定義方向を示す。以下に、3次元流れの基礎方程式を示す。

[3次元連続式]

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \{A_{(i)} u_i\} = 0 \quad (1)$$

[3次元運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{V} \left\{ A_{(j)} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\} \\ = -g \delta_{3i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{V} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ A_{(j)} v_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 t ：時間、添え字 i, j ：総和規約に従い、(1, 2, 3)はそれぞれ (x, y, z) 方向を表す、 u_i ： i 方向の流速成分、 V ：体積率、 $A_{(i)}$ ： i 方向の面積率、 g ：重力加速度、 δ ：クロネッカーのデルタ、 ρ ：流体の密度、 p ：圧力、 v_t ：渦動粘性係数である。

渦動粘性係数 v_t については、将来の河川広領域への適用と実用性、および局所洗掘現象へのある程度の適用性の実績³⁾を考慮し、次式の0-方程式モデルを採用した。

$$v_t = \kappa u_* z \left(1 - \frac{z'}{h} \right) \quad (3)$$

ここに、 κ ：カルマン定数 (=0.41)、 u_* ：摩擦速度、 z' ：河床を0とした鉛直方向座標で、上方に正である。

(2) 平面2次元流れの基礎方程式

平面2次元流れの基礎方程式には、デカルト座標系における、いわゆる2次元浅水モデル⁸⁾を使用した。

[平面2次元連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}h)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{v}h)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

[平面2次元運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\bar{u}h)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{u}\bar{v}h)}{\partial y} \\ = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon_h \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{u}h)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\bar{u}h)}{\partial y^2} \right\} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\bar{v}h)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}\bar{v}h)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{v}^2 h)}{\partial y} \\ = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} + \varepsilon_h \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{v}h)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\bar{v}h)}{\partial y^2} \right\} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 h ：水深、 $(\bar{u}, \bar{v})$ ：それぞれ x 方向および y 方向の水深平均流速、 η ：基準面からの水位 (= $z_b + h$)、 z_b ：河床位、 ε_h ：水平方向の渦動粘性係数、 (τ_{bx}, τ_{by}) ：それぞれ x 方向および y 方向の底面せん断応力である。

水平方向の渦動粘性係数については、式(3)を水深積分した次式により評価した。

$$\varepsilon_h = \frac{1}{6} \kappa u_* h \quad (7)$$

(3) 平面2次元河床変動の基礎方程式

実河川規模を対象として計算を行なう場合、計算時間あるいは工学的に十分な精度の確保等の観点から、比較的メッシュ幅を大きく設定することが多い。また、後述するように、本研究で対象としている地点の河床材料は、比較的粒径の粗い礫分で構成されている。したがって、本研究では一様粒径の掃流砂のみを考慮し、平衡流砂量モデルである芦田・道上式⁹⁾を適用した。ここで、 x 方向および y 方向掃流砂量(q_{Bx}, q_{By})については、芦田ら^{5), 10)}と同様の方法により算定した。

[掃流砂量式]

$$\frac{q_B}{\sqrt{s g d^3}} = 17 \tau_{*e}^{3/2} \left(1 - K_c \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left(1 - \sqrt{K_c \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \right) \quad (8)$$

ここに、 q_B ：単位時間・単位幅当たりの掃流砂量、 s ：河床材料の水中比重 (= $\sigma/\rho - 1$ 、 σ ：河床材料の密度)、 d ：河床材料の粒径、 τ_{*e} ：無次元有効掃流力、 τ_{*c} ：無次元限界掃流力、 τ_* ：無次元掃流力、 K_c ：河床の局所勾配の影響による補正関数である^{5), 10)}。

流砂の連続式は、FAVOR法を導入した次式により表される。

[流砂の連続式]

$$\frac{\partial}{\partial t} (S_b z_b) + \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (L_{bx} q_{Bx}) + \frac{\partial}{\partial y} (L_{by} q_{By}) \right\} = 0 \quad (9)$$

ここに、 λ ：空隙率、 S_b ：河床面における移動床面積率、 (L_{bx}, L_{by}) ：それぞれ x 方向および y 方向における河床面での移動床面の占める線分率である。図-1に河床面における面積率 S_b および線分率 (L_{bx}, L_{by}) の定義方向を示す。

図-2 3次元流モデルによる河床変動計算フロー

(4) 数値計算方法

a) 3次元流モデルによる河床変動計算

本研究では、3次元流の基礎方程式の離散化に、常射流混在場でも適用可能であるMacCormack法^{(8),(11)}を採用した。しかし、MacCormack法では流速や圧力等の全物理量を同一格子点上で定義するレギュラー格子を用いているため、条件によってはジグザグの圧力振動が発生する。そこで、本研究ではセル中心に流速と圧力を配置し、さらに振動解を防ぐためにセル境界面で定義される流速を利用するコロケート格子⁽¹²⁾を採用した。

計算方法としては、牛島ら⁽¹²⁾が提案しているコロケート格子におけるHSMAC法（C-HSMAC法）とほぼ同様である。まず、圧力 p を静水圧 p_0 とそれからの偏差 p' に分け、セル中心における推定流速値 u_{ci} を、圧力偏差項を除いた運動方程式よりMacCormack法⁽¹¹⁾により算定する。次に、セル境界面における推定流速値 u_{bi} を、先程のセル中心推定流速値 u_{ci} より線形内挿により求め、 u_{bi} を用いて次時間における圧力偏差 p' をHSMAC法により算定する。そして、更新された圧力偏差 p' の中央差分値とセル中心の推定流速値 u_{ci} より、次時間におけるセル中心流速値を求める。その後、MacCormack法により離散化された平面2次元連続式(4)より、自由水面位置を決定する。

河床変動計算では、式(9)をMacCormack法により離散化し計算を行なった。その際、式(8)の無次元掃流力 τ_{*e} については、河床面境界を含むセルの中心流速と河床面までの距離が $V/A_e \cdot \Delta z/2$ で表せるとし、この微小距離における流速分布が対数則に従うものとして算定した。無次元有効掃流力 τ_{*e} については無次元掃流力と同様とした。また、流れと河床変動の両過程における時間スケールが著しく異なるため、ここでは、ある河床形状に対して流れの計算を時間ステップ Δt_f で行い、流況がほぼ定常となる N_f 回で計算を終了する、で得られた流速分布を使用し河床変動計算を時間ステップ Δt_z で行なうものとし、を定められた時間まで繰返し計算を行なった。

以上の計算フローチャートを図-2に示す。

b) 平面2次元流モデルによる河床変動計算

平面2次元流モデルによる河床変動計算については、Kusakabeら⁽⁸⁾と同様、基礎方程式(4)-(6)、および(9)をMacCormack法により離散化し、計算を行なった。式(8)

図-3 新大原橋：1橋脚の諸元およびレンガ敷設位置

表-1 洗掘調査結果

敷設地点	流出数	洗掘深
A箇所	12 個	12 個 $\times$ 0.065m/個 = 0.780m
B箇所	25 個（全て流出）	25 個 $\times$ 0.065m/個 = 1.625m 以上
C箇所	11 個	11 個 $\times$ 0.065m/個 = 0.715m

図-4 新大原橋周辺における河床材料粒度分布

の無次元掃流力 τ_{*e} についてはマニング則より算定し、無次元有効掃流力 τ_{*e} については無次元掃流力と同様とした。ここで、本数値モデルによる河床変動計算では、流砂の連続式(9)にFAVOR法は導入されていない。

(5) 境界条件およびその他の条件

境界条件として、上流端では流量条件に基づき、平面2次元流モデルでは流量フラックスを、3次元流モデルでは対数則に従う流速分布を与えた。下流端では両モデルともに所定の水位を与え、橋脚および計算領域左右側壁面ではslip条件とした。また、3次元流モデルにおける河床面境界では、無次元掃流力算定時と同様、河床境界面を含むセルの中心流速と河床面までの微小距離において、流速分布が対数則に従うとした摩擦抵抗を与えた。河床変動計算は、流れ場がほぼ定常となった後に開始し、河床勾配が水中安息角以上とならないよう補正を行った⁽³⁾。

3. 局所洗掘現象に関する現地調査について⁽¹³⁾

岡山県を流れる旭川では、平成16年10月20日夜半から翌21日にかけて、台風23号の影響により洪水が発生した。下牧観測所では、20日21:00にピーク流量2,263m³/sを記録し、2000m³/s程度の流量が約6時間継続した。

この洪水の影響により、新大原橋橋脚部周辺では局所洗掘現象が発生した。その際、橋脚部周辺には洗掘調査用にレンガが敷設されており、洪水後にその流出・飛散数の確認による洗掘調査が行われている。図-3に1橋脚の諸元およびレンガ敷設位置を示す。レンガ単体のサイ

図-5 初期流況における水面形コンターの比較

図-6 初期流況における水深平均流速ベクトルの比較

ズは高さ0.065mであり、1箇所当たり25個（1.625m）のレンガが敷設されていた。洪水後の調査結果を表-1に示す。橋脚部前面に当たるB箇所では全てのレンガが流出し、1.6m以上の洗掘深が発生したものと考えられる。

また、図-4に新大原橋周辺の河床材料粒度分布を示す。図より、橋脚部周辺の河床材料は概ね粒径20mm以上の礫分で構成されており、粒径も比較的粗い（平均粒径89.6mm）ことが分かる。また、粒度も比較的偏っていることから、河床変動計算に際しては、一様粒径の掃流砂のみと判断して問題はないものと考えられる。

4. 流況モデルの違いによる再現性の比較

計算条件を表-2に示す。計算では、1橋脚のみを対象とし、流下方向に30m、横断方向に20mの計算領域内中央部に設置した。単位幅流量は、新大原橋付近の川幅約200mおよび洪水時のピーク流量約2,000m³/sより設定し、一定流量を与えた。河床材料の粒径はその地点の平均粒径を与え、また、下流端水深については、対象河川広域にわたる平面2次元流モデルの計算結果より設定した。

(1) 初期流況の比較

まず、初期平坦河床における流況の計算結果として、図-5に水面形コンター図を、図-6に水深平均流速ベクト

表-2 計算条件

単位幅流量 q (m ² /s)	10.0	t (sec)	0.01
下流端水深 h_t (m)	3.857	x, y (m)	0.30
河床勾配 i_b	1/1000	z (m)	0.15
河床材料の粒径 d_m (mm)	89.6	粗度係数 n	0.03

ル図をそれぞれ示す。平面2次元流モデルについては時間的な変化も示している。これらの図からも分かるように、両モデルによる初期流況には大きな違いが表れている。特に、平面2次元流モデルでは橋脚前面部で流れが左右に剥離し、橋脚背後より強いカルマン渦が発生しているのに対し、3次元流モデルでは橋脚背後において大きな乱れは発生していない。また、水面形についても、平面2次元流モデルでは渦流発生地点でのみ水位が低下しているのに対し、3次元流モデルでは縮流の影響により流れが加速している領域においてのみ水位の低下が見られる。一方で、橋脚前面部における水位の上昇量やその傾向については両モデルともに比較的一致している。

このように、初期流況に違いが表れた原因として、平面2次元流モデルでは、隅角部における流速をゼロとするslip条件を側壁境界に課している⁸⁾ためとも考えられたが、詳細は明確になっておらず、また、初期流況の違いも局所洗掘現象の再現性に影響する可能性があるため、今後の検討が必要である。ここで、予備計算によりFAVOR法の有無による影響は殆ど無いことを確認している。

図-7 洗掘初期における洗掘孔発生位置の比較

図-8 洗掘孔形状の比較（河床変動開始後90分）

(2) 洗掘孔形状の比較

洗掘孔形状の比較として、図-7に洗掘初期における洗掘孔発生位置の比較図を、また、図-8に河床変動開始より90分後の洗掘孔形状を比較したものをそれぞれ示す。

まず、図-7より、初期洗掘位置は両流況モデルにより異なっていることが分かる。平面2次元流モデルでは、橋脚前面よりもやや後方の橋脚側面付近より洗掘が開始されているのに対し、3次元流モデルでは橋脚前面部の左右両端付近より局所的に洗掘が開始されている。また、平面2次元流モデルによる初期洗掘孔最深部は、橋脚側面よりも離れた位置に発生しているのに対し、3次元流モデルでは橋脚に密着した形で発生している。

次に、図-8に着目すると、平面2次元流モデルによる結果は、橋脚側面付近より左右両岸方向に向かって洗掘孔が形成されているのに対し、3次元流モデルでは先端部にすり鉢状の局所的な洗掘孔が形成されていることが分かる。また、最大洗掘深の発生位置について、平面2次元流モデルでは初期洗掘孔発生位置と同様、橋脚側面よりも離れた位置に発生しており、その洗掘深もかなり小さい。一方、3次元流モデルにおける最大洗掘深発生位置は、橋脚前面部に密着した形で発生しており、比較的大きな洗掘深となっていることが分かる。

このように、洗掘現象に関する諸要素が流況モデルの相違により大きく異なった原因としては、洗掘孔形成過程の主要たる流れの違いに起因している。まず、平面2

図-9 3次元流モデルによる縦断流速ベクトル

次元流モデルの場合、図-6(a)からも分かるように、橋脚側面付近において縮流により流れが加速している。したがって、平面2次元流モデルにおける洗掘孔形成の主要因は、橋脚の存在による縮流の影響と考えられる。一方、3次元流モデルにおける洗掘孔形成の主要因を見るため、図-9に初期および90分後における橋脚前面部の縦断流速ベクトルを示す。図より、洗掘の進行に伴い橋脚前面では下降流が卓越し、洗掘孔内部に馬蹄形渦が形成されている。したがって、3次元流モデルにおける洗掘孔形成の主要因は、洗掘の進行に伴う洗掘孔周辺での局所流による影響と考えられる。このような局所的な内部流況は平面2次元流モデルで再現することができず、移動床上で局所洗掘現象が発生するような場合には、実河川規模においても3次元流モデルの必要性が指摘される。

表-3 洗掘調査結果と計算結果との比較

敷設地点	洗掘調査結果	平面2次元流モデル	3次元流モデル
A箇所	0.780 m	- 0.08 m	0.45 m
B箇所	1.625 m以上	0.00 m	1.44 m
C箇所	0.715 m	- 0.15 m	0.48 m

図-10 両流況モデルにおける最大洗掘深の時間的变化

ここで、平面2次元流モデルによる洗掘孔形状が左右非対称となっているが、これは、MacCormack法における各差分段階において差分方向を一定にしたためである。3次元流モデルにおいても若干左右非対称の傾向を示したが、顕著には表れなかった。この左右非対称性については、各差分段階での差分方向を改良することにより、偏りを抑えることができるものと考えられる。

(3) 現地調査結果との比較

まず、前出の図-9に洪水後の現地観測値を示す。ここで、計算値は一定流量条件下で洗掘途中における結果であるが、観測値はピーク流量後に埋め戻されているため十分な比較は出来ない。しかしながら、計算結果は観測値よりも洗掘深が大きく、ピーク流量後の埋め戻しを考慮すれば、概ね再現できているものと考えられる。

次に、表-3は第3章で説明した洗掘調査結果と各モデルによる計算結果（3次元流モデルについては90分後）との比較を示したものである。表からも分かるように、平面2次元流モデルでは調査結果を再現できていない。一方、3次元流モデルでは2000m³/sの一定流量条件下ではあるものの、定性的には調査結果を再現できている。

また、図-10に各数値モデルによる最大洗掘深の時間的变化を示す。平面2次元流モデルでは緩やかに洗掘が進行し、100分後にはほぼ平衡状態に達しているが、3次元流モデルでは初期から急速に洗掘が進行している。図中には計算結果より作成した近似曲線を描いているが、120分後には洗掘深が150cmを越えている。2000m³/s級の流量が約6時間継続したことを考慮すれば、本3次元流モデルにより調査結果を概ね再現できるものと考えられる。

5. おわりに

本研究では、平面2次元流モデルおよび3次元流モデルにより、実河川規模における橋脚部周辺の河床変動計算を行ない、モデルの相違による再現性の比較を行った。

その結果、流況モデルの相違による局所洗掘現象の再現性は大きく異なり、局所的な内部流況の変化を伴う洗掘現象が発生するような場合には、実河川規模においても3次元流モデルによる予測が必要であることを指摘した。そして、本3次元流モデルにより、実河川規模における局所洗掘現象を、ある程度再現可能であることを示した。

謝辞：本研究で使用した現地関連データについては、国土交通省岡山河川国道事務所よりご提供を頂いた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 福岡捷二，富田邦裕，堀田哲夫，宮川朝浩：橋脚周りの局所洗掘推定のための実用的数値シミュレーションの開発，土木学会論文集，No.9/ -28，pp.71-79，1994。
- 2) Nagata N., Hosoda T., Nakato T. and Muramoto Y.: Three dimensional numerical model for flow and bed deformation around river hydraulic structures, Jour. Hydr. Engrg., ASCE, Vol.131, No.12, pp.1074-1087, 2005.
- 3) 道上正規，檜谷治：水制周辺の平面2次元河床変動計算に関する研究，水工学論文集，第36巻，pp.61-pp.66，1992。
- 4) 前野詩朗，小川信，上間矢次：段波通過時の水制周辺の局所洗掘の解析，水工学論文集，第48巻，pp.817-822，2004。
- 5) 竹林洋史：沖積河川の地形予測技術と治水対策への利用，2005年度(第41回)水工学に関する夏期研修会講義集，A-6。
- 6) 木村一郎，細田尚，音田慎一郎：橋脚による堰き上げ効果の再現性に着目した数値解析モデルの比較，水工学論文集，第49巻，pp.559-564，2005。
- 7) C. W. Hirt, J. M. Sicilian : A Porosity Technique for the Definition Obstacle in Rectangular Cell Meshes, Flow Science, Inc. Los Alamos, New Mexico, pp.450-469, August 1985.
- 8) Kusakabe S., Michiue M., Hinokidani O. and Fujita M.: A Numerical Simulation of Flow Pattern and Bed Variation on Widening Steep Slope Channels, XXX IAHR Congress Proceedings, Theme D, pp.335-342, 2003.
- 9) 芦田和男，道上正規：移動床流れの抵抗則と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，pp.59-69,1972。
- 10) 芦田和男，江頭進治，劉炳義：蛇行流路における流砂の分級および河床変動に関する数値解析，水工学論文集，第35巻，pp.383-390，1991。
- 11) Bin Li and Chris A. Fleming: Three-Dimensional Model of Navier-Stokes Equations for Water Waves, Jour. of Waterway Port, Coastal, and Ocean Engrg., Vol.127, No.1, 2001.
- 12) 牛島省，禰津家久：移動一般座標系を用いたコロケート格子による自由水面流れの数値解析手法，土木学会論文集，No.698/ -58，pp.11-19，2002。
- 13) 前野詩朗，檜谷治，神田佳一，矢島啓，渡辺秀之：河川構造物周辺の局所洗掘の実測と予測精度の向上，土木学会水工学委員会河川懇談会共同研究報告書，pp.3-1~3-5，2004。

(2006.9.30受付)