ステップ状海底地形で発生する 長周期自由波の波向と発生限界

WAVE DIRECTION AND EXISTENCE LIMITS OF HIGHER ORDER FREE LONG WAVES OVER A SUBMERGED STEP

大橋 正臣¹・佐藤 幸雄²・濱中 建一郎³

Masami OHASHI, Yukio SATO and Ken-ichiro HAMANAKA

¹学生会員 工修 北見工業大学大学院工学研究科 (〒090-8507 北海道北見市公園町165番地)²正会員 工博 北見工業大学教授 工学部土木開発工学科 (〒090-8507 北海道北見市公園町165番地)³正会員 工博 北海道東海大学教授 工学部海洋開発工学科 (〒005-8601 札幌市南区南沢5-1-1)

Scattering and trapping of the higher order free long waves over a submerged step are investigated. As incident waves, two wave components with slightly different frequencies and obliquely incident angles to the step are considered. The forced waves and the free long waves are obtained up to the second order of the perturbation method. Applicability of these solutions are investigated. It is found that depending on the wave and the step conditions, the free long waves of the progressive mode can not exist in the deeper region but can exist in the shallower

Key Words : Non-linearity, free long waves, forced waves, scattering and trapping

1. はじめに

港湾内に停泊している船舶が船体動揺を起こすメカニズムは、基本的には港湾内の副振動による湾水振動と共振によるものと考えられる。この現象を発生させる原因は長周期自由波にあると考えられる。また、長周期自由波の港湾内に対する入射角は、副振動を起こす原因に大きく関係している。合田・岡崎(1998)はステップ状海底地形をあげ、そこに1成分波が入射する際、波の非線形干渉により自由波が発生することを示した。合田等は自由波、拘束波には減衰定在波を省略し、接続境界で水底から水面までの積分値について連続性を満足するように求めている。本研究では、ステップ状海底地形を対象とし、厳密に減衰定在波を考慮して解析を行うこととした。しかし、連続条件を満足させるために係数を選点法で求めた場合、Gibbsの現象を含んだ解となり、長周期自由波の振幅に影響を与えられため振幅については議論しない。ステップに対して角度を持った入射波の非線形干渉によって発生する長周期自由波の波向についてはGibbsの現象の影響を受けないことから、長周期自由波の波向について詳細に検討することを目的とする。特に進行性自由波の発生限界から、ステップ上の領域で長周期自由波がTrapする事を示す。

2. 支配方程式と摂動法

図-1 座標系

波動場はポテンシャル流とし、図-1のような座標系を用いる。速度ポテンシャル Φ に関する基礎方程式、境界条件は以下ようになる。

$$\Delta\Phi = 0 \quad (2.1)$$

$$\Phi_z = \eta_t + \nabla\eta \cdot \nabla\Phi \quad \text{on } z = \eta \quad (2.2)$$

$$\Phi_t + g\eta + \frac{1}{2} \{ (\nabla\Phi)^2 + \Phi_z^2 \} = 0 \quad \text{on } z = \eta \quad (2.3)$$

$$\Phi_z = 0 \quad \text{on } S_B \quad (2.4)$$

$$\Phi_v = 0 \quad \text{on } S_s \quad (2.5)$$

ここで η は水面変位とし、 $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 、

$\Delta \equiv (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2)$ とする。

また、 ν はステップ全面 S_S の 法線方向を示す。

次に非線形性の強さを表すパラメータ ε で、 Φ と η を摂動展開する。

$$\Phi = \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots \quad (2.6)$$

$$\eta = \varepsilon \eta^{(1)} + \varepsilon^2 \eta^{(2)} + \dots \quad (2.7)$$

(2.6) と (2.7) を (2.1)~(2.5) に代入し、以下のように各オーダーで整理する。

1 次オーダー

$$\Delta \Phi^{(1)} = 0 \quad (2.8)$$

$$\Phi_z^{(1)} = \eta_l^{(1)} \quad \text{on } z = 0 \quad (2.9)$$

$$\Phi_z^{(1)} + g \eta^{(1)} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (2.10)$$

$$\Phi_z^{(1)} = 0 \quad \text{on } S_B \quad (2.11)$$

$$\Phi_\nu^{(1)} = 0 \quad \text{on } S_S \quad (2.12)$$

2 次オーダー

$$\Delta \Phi^{(2)} = 0 \quad (2.13)$$

$$\Phi_z^{(2)} - \eta_l^{(2)} = -\eta^{(1)} \Phi_{zz}^{(1)} + \nabla \eta^{(1)} \cdot \nabla \Phi^{(1)} \quad \text{on } z = 0 \quad (2.14)$$

$$\Phi_t^{(2)} + g \eta^{(2)} = -\eta^{(1)} \Phi_{tt}^{(1)} - \frac{1}{2} \{ (\nabla \Phi^{(1)})^2 + (\Phi_z^{(1)})^2 \} \quad \text{on } z = 0 \quad (2.15)$$

$$\Phi_z^{(2)} = 0 \quad \text{on } S_B \quad (2.16)$$

$$\Phi_\nu^{(2)} = 0 \quad \text{on } S_S \quad (2.17)$$

3. 1 次オーダーの解 (線形解)

図-2 波数ベクトル

入射波の角周波数を ω とし、波数ベクトル (図-2) を考慮すると、1 次オーダーの速度ポテンシャル $\Phi^{(1)}$ は以下のように仮定できる (添字、I、II は領域を表す)。

$$\Phi_I^{(1)} = i \frac{a g}{2 \omega} e^{i a x} e^{-i \lambda y} \left\{ \left(e^{-i \alpha_1 x} + C_R e^{i \alpha_1 x} \right) \frac{\cosh k_I (z + h_I)}{\cosh k_I h_I} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{In} e^{\sigma_{In} x} \frac{\cosh k_{In} (z + h)}{\cosh k_{In} h} \right\} + \text{c.c.} \quad (3.1)$$

$$\Phi_{II}^{(1)} = i \frac{a g}{2 \omega} e^{i a x} e^{-i \lambda y} \left\{ C_T e^{-i \alpha_{II} x} \frac{\cosh k_{II} (z + h_{II})}{\cosh k_{II} h_{II}} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{II n} e^{-\sigma_{II n} x} \frac{\cosh k_{II n} (z + h_{II})}{\cosh k_{II n} h_{II}} \right\} + \text{c.c.} \quad (3.2)$$

ここで c.c. は共役複素数を表し、

$$\alpha_I^2 = k_I^2 - \lambda^2, \quad \alpha_{II}^2 = k_{II}^2 - \lambda^2$$

$$\sigma_{In} = \sqrt{k_{In}^2 - \lambda^2}, \quad \sigma_{II n} = \sqrt{k_{II n}^2 - \lambda^2}$$

また、分散関係式はそれぞれの領域で、

$$\omega^2 = g k_I \tanh k_I h_I = g k_{In} \tanh k_{In} h_I, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

$$\omega^2 = g k_{II} \tanh k_{II} h_{II} = g k_{II n} \tanh k_{II n} h_{II},$$

$$n = 1, 2, \dots \quad (3.4)$$

とする。係数 $C_R, C_T, A_{In}, A_{II n}$ は z 軸上 ($x = 0$) の接続条件、境界条件によって決定される。

速度ポテンシャル Φ の接続条件として、

$$\Phi_I^{(1)} = \Phi_{II}^{(1)} \quad \text{on } z = -h_{II} \quad (3.5)$$

ポテンシャルの法線微分 Φ_x の接続条件、境界条件として、

$$\begin{aligned} \Phi_{Ix}^{(1)} &= \Phi_{IIx}^{(1)} \quad \text{on } z \leq -h_{II} \\ &= 0 \quad \text{on } -h_I \leq z \leq -h_{II} \end{aligned} \quad (3.6)$$

となる。この (3.5)、(3.6) を使用し、図-3 のように z 軸上 ($x = 0$) に、領域 I 側の選点を M 個、領域 II で N 個配置する。一方、(3.1)、(3.2) の級数和の数を M 、 N とする。(3.5)、(3.6) 中の z の値を各々の選点について代入し、連立させることにより、係数 $C_R, C_T, A_{In}, A_{II n}$ が決定する。

図-3 選点法

4. 2 次オーダーの解 (拘束波)

今、2 成分波を考える。2 つの入射波の角周波数を若干異なった値 ω_1 、 ω_2 とすると、1 次のポテンシャルは以下のようになる。

$$\Phi^{(1)} = \phi_1 e^{i \omega_1 t} + \phi_2 e^{i \omega_2 t} + \text{c.c.} \quad (4.1)$$

ここで便宜上、 $\phi^{(1)}$ と $\phi^{(2)}$ は一つの級数で表し、領域 I では入射波、反射波、減衰定在波を領域 II では透過波、減衰定在波を含んでいるものとする。また、両領域で添字 j は各々の周波数成分 ($j = 1$ の時 ω_1 、 $j = 2$ の時 ω_2) を表す。

1 次の解として、

$$\phi_j = i \frac{a g}{2 \omega_j} e^{-i \lambda y} \sum_{n=0}^{\infty} B_{jn} e^{i \alpha_n x} \frac{\cosh \mu_j (z + h)}{\cosh \mu_j h} \quad (j = 1, 2)$$

分散関係式は、

$$\omega_j^2 = g \mu_j \tanh \mu_j h \quad (j = 1, 2)$$

また、各々の領域における係数は、
領域 I

$$\begin{aligned}\alpha_{j0} &= -\alpha_j, \quad \alpha_{j1} = \alpha_j, \quad \alpha_{j2} = -i\sigma_{j1}, \quad \dots \\ B_{j0} &= 1, \quad B_{j1} = C_{Rj}, \quad B_{j2} = A_{j1}, \quad \dots \\ \mu_{j0} &= k_j, \quad \mu_{j1} = k_j, \quad \mu_{j2} = -ik_{j1}, \quad \dots, \quad (j=1,2)\end{aligned}$$

領域 II

$$\begin{aligned}\alpha_{j0} &= -\alpha_j, \quad \alpha_{j1} = i\sigma_{j1}, \quad \alpha_{j2} = i\sigma_{j2}, \quad \dots \\ B_{j0} &= C_{Rj}, \quad B_{j1} = A_{j1}, \quad B_{j2} = A_{j2}, \quad \dots \\ \mu_{j0} &= k_j, \quad \mu_{j1} = ik_{j1}, \quad \mu_{j2} = ik_{j2}, \quad \dots, \quad (j=1,2)\end{aligned}$$

とする。
次に 2 次の解については、2 成分波の場合、(2.14)、(2.15)から様々な周波数となると考えられるが、本研究では長周期成分 $\omega_1 - \omega_2$ について取り扱うこととする。よって 2 次の拘束波は、

$$\Phi^{(2)} = \phi^{(2)} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c. \quad (4.2)$$

となる。一方、2 次の拘束波が満たすべき水面条件は(4.1)、(4.2)を(2.14)、(2.15)に代入し、 $\eta^{(1)}$ 、 $\eta^{(2)}$ を消去すると、

$$\begin{aligned}- (\omega_1 - \omega_2)^2 \phi^{(2)} + g \phi_z^{(2)} &= i \omega_1 \phi_1^{(1)} \overline{\phi_{2zz}^{(1)}} \\ - i \omega_2 \phi_{1zz}^{(1)} \overline{\phi_2^{(1)}} + \frac{i}{g} \omega_1 \omega_2 (\omega_1 - \omega_2) &\left\{ \phi_1^{(1)} \overline{\phi_{2z}^{(1)}} + \overline{\phi_2^{(1)}} \phi_{1z} \right\} \\ - i (\omega_1 - \omega_2) &\left\{ 2 \phi_{1x}^{(1)} \overline{\phi_{2x}^{(1)}} + 2 \phi_{1y}^{(1)} \overline{\phi_{2y}^{(1)}} + \phi_{1z}^{(1)} \overline{\phi_{2z}^{(1)}} \right\} \\ &\text{on } z=0 \quad (4.3)\end{aligned}$$

となる。ここで、 $\overline{\phi_2}$ は ϕ_2 の共役複素数とする。

これらのことから、基礎方程式(2.13)、非斉次方程式である水面条件(4.3)、底面条件(2.16)を満たす 2 次の拘束波は、

$$\phi^{(2)} = \sum_{n=\alpha}^{\infty} \sum_{m=\alpha}^{\infty} C_{nm} e^{-i(\lambda_1 - \lambda_2)y} e^{i(\alpha_{1n} - \bar{\alpha}_{2m})x} \frac{\cosh v_{nm}(z+h)}{\cosh v_{nm}h} \quad (4.4)$$

ここで、

$$\begin{aligned}v_{nm} &= \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (\alpha_{1n} - \bar{\alpha}_{2m})^2} \\ C_{nm} &= \frac{ia_1 a_2 g^2}{4 \omega_1 \omega_2} \frac{D_{nm} B_{1n} \bar{B}_{2m}}{g v_{nm} \tanh v_{nm} h - (\omega_1 - \omega_2)^2} \\ D_{nm} &= \omega_1 (\mu_{2m})^2 - \omega_2 (\mu_{1n})^2 + \frac{\omega_1 \omega_2 (\omega_1 - \omega_2) (\omega_1^2 + \omega_2^2)}{g^2} \\ &\quad + (\omega_2 - \omega_1) \left(2 \alpha_{1n} \bar{\alpha}_{2m} + 2 \lambda_1 \lambda_2 + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{g^2} \right)\end{aligned}$$

となる。

5. 2 次オーダの解 (自由波)

これまで、(2.13)～(2.16)を満たす拘束波を導出したが、拘束波はステップ前面の境界条件(2.17)と接続条件を満たしていない。それを補償するものとし

て自由波が発生し、拘束波と自由波ですべての境界条件を満たすものである。自由波の基礎方程式、境界条件を以下に示す。

$$\Delta \Phi_F^{(2)} = 0 \quad (5.1)$$

$$\Phi_{FII}^{(2)} + g \Phi_F^{(2)} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (5.2)$$

$$\Phi_{Fz}^{(2)} = 0 \quad \text{on } S_B \quad (5.3)$$

$$\Phi_{FV}^{(2)} = 0 \quad \text{on } S_S \quad (5.4)$$

ここで水面条件(5.2)は斉次方程式である。

角周波数が $\omega_1 - \omega_2$ で、(5.1)～(5.3)これらの条件を満たす自由波は、
領域 I で、

$$\begin{aligned}\Phi_{FI} &= i \frac{a_1 a_2 g}{(\omega_1 - \omega_2)} e^{-i \lambda_F y} \left\{ E_0 e^{i \alpha_{FI} x} \frac{\cosh k_{FI}(z+h_I)}{\cosh k_{FI} h_I} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{\sigma_{FI n} x} \frac{\cos \xi_{I n}(z+h_I)}{\cos \xi_{I n} h_I} \right\} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} \quad (5.5)\end{aligned}$$

領域 II で、

$$\begin{aligned}\Phi_{FII} &= i \frac{a_1 a_2 g}{\omega_1 - \omega_2} e^{i \lambda_F y} \left\{ F_0 e^{-i \alpha_{FII} x} \frac{\cosh k_{FII}(z+h_{II})}{\cosh k_{FII} h_{II}} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} F_n e^{-\sigma_{FII n} x} \frac{\cos \xi_{II n}(z+h_{II})}{\cos \xi_{II n} h_{II}} \right\} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} \quad (5.6)\end{aligned}$$

となる。

ここで分散関係式は、

$$(\omega_1 - \omega_2)^2 = g k_{FI} \tanh k_{FI} h_I = -g \xi_{I n} \tan \xi_{I n} h_I \quad (5.7)$$

$$(\omega_1 - \omega_2)^2 = g k_{FII} \tanh k_{FII} h_{II} = -g \xi_{II n} \tan \xi_{II n} h_{II} \quad (5.8)$$

(5.5)、(5.6)中の係数 E_n 、 F_n は、1 次の解の係数同様、以下の接続条件とステップ前面の境界条件より決まる。

$$\Phi_I^{(2)} + \Phi_{FI}^{(2)} = \Phi_{II}^{(2)} + \Phi_{FII}^{(2)} \quad \text{on } z \leq -h_{II} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned}\Phi_{Ix}^{(2)} + \Phi_{FIx}^{(2)} &= \Phi_{IIx}^{(2)} + \Phi_{FIIx}^{(2)} \quad \text{on } z \leq -h_{II} \\ &= 0 \quad \text{on } -h_I \leq z \leq -h_{II}\end{aligned} \quad (5.10)$$

6. 進行性長周期自由波の発生限界

拘束波(4.4)の水平方向の関数形は、

$$e^{i(\alpha_{1n} - \bar{\alpha}_{2m})x} e^{-i(\lambda_1 - \lambda_2)y}$$

となり、ステップ先端上 ($x=0$)での y 方向の波数は $\lambda_1 - \lambda_2$ である。自由波はステップ先端上を擾乱源としていることから、自由波の y 方向の波数は拘束波と一致しなければならない。

$$\lambda_{FI} = \lambda_{FII} = \lambda_1 - \lambda_2$$

一方、自由波の波数は、(5.7)、(5.8)の分散関係式から得られる。従って、 x 方向の波数 α_F は以下のような関係から導かれる。

$$\mathbf{k}_I = (\alpha_{FI}, \lambda_1 - \lambda_2) \quad (6.1)$$

$$\mathbf{k}_{II} = (\alpha_{FII}, \lambda_1 - \lambda_2) \quad (6.2)$$

もしくは、

$$\alpha_{FI}^2 = k_{FI}^2 - (\lambda_1 - \lambda_2)^2 \quad (6.3)$$

$$\alpha_{FII}^2 = k_{FII}^2 - (\lambda_1 - \lambda_2)^2 \quad (6.4)$$

(6.3)、(6.4)の右边が負の場合、自由波は x 方向に減衰し、進行性の自由波とならない。これは2成分の入射波の波数ベクトルを $\mathbf{k}_1$ 、 $\mathbf{k}_2$ とし、拘束波の波数ベクトルは $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ とすると、図-4と図-5より、

$$|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| \geq k_1 - k_2 \geq k_F \quad (6.5)$$

となる。入射周波数を ω_1 、 ω_2 と一定とすると(k_1 、 k_2 を一定)、 $\lambda_1 - \lambda_2$ の最大値は $|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|$ である。よって、 $\lambda_1 - \lambda_2$ が最大の場合、次式が得られる。

$$\lambda_1 - \lambda_2 \geq k_F \quad (6.6)$$

これは $\lambda_1 - \lambda_2 > k_F$ の時、進行性の自由波が発生せず、 $\lambda_1 - \lambda_2 = k_F$ で y 軸に平行に進行する波となることを示している。

図-4 分散関係

図-5 1次波と拘束波の波数ベクトルの関係

領域Ⅰ、Ⅱでは、常に

$$h_I > h_{II}$$

であるから、波数に関しては、(3.3)、(3.4)より

$$k_I < k_{II}$$

となる。従って、進行性の自由波が発生する割合は領域Ⅰよりも領域Ⅱが大きい。これは特定の入射角で入射した場合、領域Ⅱだけに進行性の自由波が発生するというを示している。この場合、領域Ⅱの奥に海岸などがあれば、発生した自由波がステップ先端に戻るが、 y 方向の波数は同じであるから再び反射し進行性の自由波の振幅が増幅することを示唆する。

7. 結果と考察

自由波の振幅は接続境界上の拘束波の差の大きさに依存し、拘束波は2次の水面条件(4.3)から1次波によって決まる。それ故、自由波の振幅を議論する前に、1次のポテンシャルについて詳しくみていくこととする。図-6(a)、(b)は接続境界($x=0$)の速度ポテンシャルとその法線微分を水深に沿って選点以外の点も計算したものである。図-6(a)から1次のポテンシャルは領域Ⅰ、Ⅱで実部、虚部ともに一致していることが分かる。次に図-6(b)は、 $x=0$ で速度ポテンシャルの法線微分を示したものである。これは選点ではそれぞれ一致しているが、選点以外では一致せず振動していることが分かる。この現象はGibbsの現象で、接続条件、ステップ前面の境界条件を満たしていないことが分かる。級数和の数を増やしても常にGibbsの現象が起こるので、それに依存する自由波の振幅について議論をしないこととする。

図-6 接続境界上($x=0$)の1次波

$$h_I = 0.4\text{m}, h_{II} = 0.2\text{m}, \omega = 5\text{s}^{-1}$$

$$M = 40, N = 20$$

(a) 速度ポテンシャル

(b) 速度ポテンシャルの法線微分

一方、自由波の波長と波向は自由波の分散関係と拘束波の波向によって決まり、Gibbsの現象の影響を受けない。図-7~9は、特に進行性自由波の発生

図-7 入射角に対する進行性自由波の発生限界
 $\omega_1 - \omega_2 = 1.0 \text{ s}^{-1}$ 、 $h_I = 0.4\text{m}$ 、
 $\omega_1 = 3.0 \text{ s}^{-1}$ 、 $\omega_2 = 2.0 \text{ s}^{-1}$
 (a) $h_{II} = 0.3\text{m}$
 (b) $h_{II} = 0.2\text{m}$
 (c) $h_{II} = 0.1\text{m}$

図-8 入射角に対する進行性自由波の発生限界
 $\omega_1 = 3.0 \text{ s}^{-1}$ 、 $h_I = 0.4\text{m}$ 、 $h_{II} = 0.2\text{m}$
 (a) $\omega_1 - \omega_2 = 0.5 \text{ s}^{-1}$
 (b) $\omega_1 - \omega_2 = 0.75 \text{ s}^{-1}$
 (c) $\omega_1 - \omega_2 = 1.0 \text{ s}^{-1}$

図-9 入射角に対する進行性自由波の発生限界

$$\omega_1 - \omega_2 = 0.5 \text{ s}^{-1},$$

$$h_I = 0.4 \text{ m}, h_{II} = 0.2 \text{ m}$$

(a) $\omega_1 = 3.0 \text{ s}^{-1}$
 (b) $\omega_1 = 4.0 \text{ s}^{-1}$
 (c) $\omega_1 = 5.0 \text{ s}^{-1}$

範囲について計算したものである。横軸は1成分目 (ω_1) の入射角を示し、縦軸は2成分目 (ω_2) の入射角である。2つの実線の間は領域Ⅰで進行性自由波となる範囲で、2つの破線の間は領域Ⅱのそれである。図-7は1,2成分の角周波数、領域Ⅰの水深は固定し、領域Ⅱの水深を変化させたものである。この図から、領域Ⅱの水深が浅くなると、領域Ⅱで進行性自由波になりやすいことを示している。図-8は1成分目の角周波数を固定し、発生する自由波の角周波数を変化させたものである。この図から、領域Ⅰ、Ⅱともに自由波の角周波数が大きくなるにしたがって、進行性自由波の発生範囲も大きくなっていることが分かる。図-9は発生する自由波の角周波数を固定し、1成分目の角周波数を変化させたものである。この図から、同じ角周波数の自由波が発生するのならば、入射波の周波数が小さいほど進行性の自由波の発生範囲が大きいことが分かる。また、これらのすべての図で、進行性自由波が領域Ⅰで発生せず、領域Ⅱで発生している範囲が存在することが分かる。

8. まとめ

ステップ上を2成分波が通過するとき発生する長周期自由波について、摂動法を用いて解析した。1次オーダの解は選点法で係数を求めているため Gibbs の現象が現れる。このため選点以外で接続条件、ステップ前面の境界条件を1次のポテンシャルの法線微分が満たさないことから、発生する自由波の振幅については議論しなかった。

2成分波がそれぞれ角度を持って入射する場合、発生する自由波は進行性自由波、または減衰性自由波となり、進行性自由波が領域Ⅰで発生せず、領域Ⅱで発生している範囲が存在することから、このような条件では、領域Ⅱの奥に反射物が存在すれば自由波の振幅が増幅する可能性があるといえる。

今後の課題としては、Gibbs の現象を回避する解析を考え、自由波の振幅について詳細に検討する必要がある。

参考文献

- 1) 合田良実, 岡崎健一: 矩形ステップ上の非線形波浪干渉と碎波限界, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 46-50, 1998.
- 2) Agnon, Y. and C.C.Mei: Trapping and resonance of long shelf waves due to groups of short waves, J. Fluid Mech., Vol.195, pp201-221, 1988.
- 3) Massel, S.R.: Harmonic generation by wave propagation over a submerged step, Coastal Engg., Vol.7, pp357-380, 1983.