直線上に分布するスペクトルを入射波条件とした 多方向不規則波浪変形時系列解析

A TIME DOMAIN ANALYSIS OF MULTIDIRECTIONAL RANDOM WAVE
TRANSFORMATION WITH LINEARLY DISTRIBUTED INCIDENT WAVE SPECTRUM

沖 和哉¹・酒井哲郎²

Kazuya OKI and Tetsuo SAKAI

¹正会員 工修 京都大学助手 工学研究科都市環境工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻 (同上)

Wave prediction models based on the energy balance equation are suitable for applications involving a large sea area. Time domain models like the Boussinesq wave model can estimate wave fields in detail for a not so large area. As a first step to link together these models seamlessly, this study presents a time domain analysis of multidirectional random wave transformations, in which the incident wave spectrum are intermittently distributed over the rectilinearity. Multidirectional random wave transformation over a spherical shoal is numerically simulated by a Boussinesq model with the present method which starts calculation from cross sections around the shoal. The results on the significant wave height distributions and wave spectrum are compared to those calculated by an energy balance equation model in the whole area.

Key Words : *Multidirectional random wave, energy balance equation, Boussinesq equation, hybrid model, wave spectrum*

1. 緒言

海岸構造物を設計する際には周辺波浪場の予測が必要である。波浪場の予測に数値解析手法が用いられるようになって久しいが、近年の計算機の進歩にともなってかなり高精度な解析ができるようになってきている。しかしながら、現状では広領域にわたって厳密に3次元計算を行うほどには至っておらず、状況に合わせた解析手法が用いられる。広い領域の計算を行うには、位相平均化されたエネルギーの変化を求める位相領域モデルが適している。その代表的なモデルのひとつであるエネルギー平衡方程式モデルでは入射波条件として波の代表量である有義波高、有義波周期および方向集中度を与えることによってスペクトル形状を決定し、エネルギーの伝播を計算する。一方、水位の時間変動予測や反射の影響が顕著な場の解析には Boussinesq モデルに代表される時間領域モデルでの解析が必要である。実用的な計算時間を考えるとその適用は比較的狭い領域での予測に限られる。これら2種類の特徴の異なるモデルを適

切に利用することによって、沖で与えられる波の条件から、反射および回折の影響が少ない領域についてはエネルギー平衡方程式モデルで計算し、水位の詳細な時間変化を把握したい領域へ接続して計算することができる。しかし従来はそれぞれのモデルが単独で用いられ、解析対象に適切ではない領域が含まれている場合であってもそれらのモデルが拡張的に使われることが多かった。

本研究では、広領域から狭領域まで一連に計算できるよう両モデルをうまく結合させることを念頭に、その前段階として、直線上に間欠的に分布するスペクトルを時間領域モデルの入射波条件として与える方法を提案する。また、球面浅瀬上を伝播する多方向不規則波浪を対象として、エネルギー平衡方程式モデルによって得られる浅瀬周辺のいくつかの断面上のスペクトルを、本手法を用いて Boussinesq モデルの入射波条件として与えて計算する。その結果をエネルギー平衡方程式モデルで全領域を計算した結果と比較し、本手法の妥当性を検証する。

2. 数値モデル

先に述べたように、本研究では特徴の異なる2つのモデルを接続して計算することを念頭に置いている。以下に対象とするそれらのモデル方程式について簡単に説明する。

(1) エネルギー平衡方程式

入射波のスペクトル諸量を与えることによって、波の伝播する方向にエネルギーの変化を計算することができる線形の方程式である。多方向不規則波を容易に取扱うことができ、方向成分ごとに周波数スペクトルが得られる。また、それらから有義波高分布などを求めることができる。エネルギーの変化を計算するので比較的大きな格子を用いることができ、広い領域での解析に向いている一方、水位の時間変化などを計算することはできない。地形の影響による波浪のエネルギー変化を計算するので屈折系方程式に属し、構造物による回折や反射は本来取扱うことができないが、間瀬ら¹⁾ および沖・間瀬²⁾ によってその欠点を補うモデルが提案されている。

(2) Boussinesq 方程式

弱非線形・弱分散性を有する方程式で、屈折、回折および反射等さまざまな波浪変形要素を考慮することができ、水位および流速の時系列変動を直接計算する。入射波条件としては水位あるいは流速の時系列データを与える必要があり、多方向不規則波を計算することもできる。ただし、代表波長および代表周期の解像度が悪くならないように格子幅および時間間隔を設定する必要がある。エネルギー平衡方程式と比較して計算時間がかかる。本来、水深が深い領域では波の分散特性を表現できず適用範囲外であったが、近年さまざまな研究者により分散特性が改良された Boussinesq 方程式が提案されている（たとえば、Nwogu³⁾）。

3. 多方向不規則波の生成

エネルギー平衡方程式モデルにより算出されるスペクトルを利用することを念頭に置き、直線上のいくつかの地点でスペクトルが与えられたとき、それらを Boussinesq モデルで利用できる入射波データに変換することを考える。一般的に、入射波の代表量である有義波高、有義波周期、主波向きおよび方向集中度がわかっている場合には、スペクトル形状と方向分布関数を仮定し、周波数および方向に分割された成分波の重ね合わせ（ダブルサンメーション法あるいはシングルサンメーション法）によって入射波の時間波形が作成される。入射波水位 η を式で表すと次のようになる。

ダブルサンメーション法：

$$\eta = \sum_m \sum_n \left\{ a_{mn} \cos \left[k_n (x \cos \theta_m + y \sin \theta_m) - 2\pi f_n t + \varepsilon_{mn} \right] \right\} \quad (1)$$

シングルサンメーション法：

$$\eta = \sum_n \left\{ a_n \cos \left[k_n (x \cos \theta_n + y \sin \theta_n) - 2\pi f_n t + \varepsilon_n \right] \right\} \quad (2)$$

ここで、 (x, y) は平面座標、 t は時刻、 a_{mn} および a_n は各成分波の振幅、 k_n は成分波の波数、 f_{mn} および f_n は成分波の代表周波数、 θ_m および θ_n は波向き、 ε_{mn} および ε_n は初期位相をそれぞれ表す。また、添字 m および n はそれぞれ m 番目の方向成分、 n 番目の周波数成分を表す。初期位相 ε_{mn} および ε_n は、0 から 2π までの一様乱数で与えられる。ダブルサンメーション法では周波数成分ごとにすべての方向成分を有するが、シングルサンメーション法では、1つの周波数成分に対して方向分布関数に基づいてランダムに決められる1つの波向きが割り当てられる。シングルサンメーション法により多方向不規則波を生成する場合の周波数分割数は500以上がよいとされているが、エネルギー平衡方程式モデルによって得られるスペクトルを入力条件として与えると、周波数分割数が十分ではない場合がある。そこで本研究では Boussinesq モデルで用いる細分化された周波数分割に対応するスペクトルを、3次のスプライン補間を用いて求めた。その方法を以下に述べる。まず、港湾の設計に多く用いられる Bretshneider- 光易型スペクトルを用いる場合、等エネルギー分割による n 番目の代表周波数 f_n は次式で与えられる。

$$f_n = \frac{0.9306}{T_{1/3}} \left[\ln \frac{2N_s}{2n-1} \right]^{-1/4} \quad (3)$$

ここで、 N_s は周波数分割数、 $T_{1/3}$ は有義波周期である。本研究でも式(3)に倣って代表周波数 f_n を次式で与える。

$$f_n = X \left[\ln \frac{2N_s}{2n-1} \right]^{-1/4} \quad (4)$$

ここで、 X は定数であり、入射波条件として与えるスペクトルの最大周波数と本手法で用いる最大周波数が一致するように決定する。計算過程で得られるスペクトル分布がどのようになるかは予測できないため、厳密にはエネルギー等分割にはならないが、入射波のピーク周波数付近で細かく分割された代表周波数が得られる。こうして得られた各周波数成分に対応するスペクトルを、与えられたスペクトルから3次のスプライン補間を用いて求める。方向分割についても細分化が問題となるが、Boussinesq モデルで必要とされる方向分割数は周波数分割数と比較してそれほど多くないため、本研究の範囲ではエネルギー

図-1 領域接続

図-2 スペクトルの空間補間

平衡方程式の計算の時点でその分割数に合わせて準備することとした。

本研究では直線上に点するスペクトルを入射波条件として与えるため、Boussinesq モデルで用いる空間格子に合わせて、波を入射させるすべての格子で与えるスペクトルを補間して求める必要がある。一般的に、図-1 に示すようにエネルギー平衡方程式モデルで用いる格子幅 dyE と Boussinesq モデルで用いる格子幅 dyB は異なる。そこで本研究では、空間的に近隣のスペクトルが急激に変わることはないとの仮定のもとに、Boussinesq モデルの各格子で与えるスペクトルを直線補間によって求めた(図-2)。これらの作業をすべての方向分割成分ごとに行うことによって、ダブルサンメーション法に基づく成分波の重ね合わせと同じ原理で多方向不規則入射波を作成することができる。その際に必要となるランダム位相は、すべての入射地点において周波数成分および方向成分ごとに同じものを与えた。

以上の手順をまとめると、次のようになる。

- (1) 式(4)より、計算に用いる代表周波数 f_n を求める。
- (2) 入射波のスペクトルが与えられたそれぞれの地点において、(1) で求めた周波数分割に則した周波数スペクトルをスプライン補間によって求める。方向分割についてはそのまま用いる。
- (3) 入射波水位を与える直線上のすべての格子におけるスペクトルを、(2) で求めたスペクトルから線形補間を用いて求める。

- (4) 式(1)を用いて入射波水位を与えるすべての格子点における水位の時系列データを作成する。このとき、振幅 a_{mn} は各地点で異なるため、位置の関数(本研究では y の関数)になる。

4. 数値解析

本研究で提案する手法の検証をするため、Boussinesq 方程式モデルに本手法を適用して計算を行い、エネルギー平衡方程式モデルによる結果と比較した。エネルギー平衡方程式として間瀬ら¹⁾のモデルを、Boussinesq モデルとして Nwogu 型モデルを採用した。計算には、図-3 に示す水深 15m の一様水深場の中心 ($x=380m, y=380m$) に半径 40m、頂部での水深 5m となる球面浅瀬を設置した地形を用いた。なお、一様水深場に多方向不規則波を入射させ、有効造波領域内でおおよそ一様な波高分布が得られることは確認している。

(1) 接続断面の位置による比較

図-3 に示すように、 $x=300, 380$ および $460(m)$ の3つの異なる y 方向断面 A-A', B-B' および C-C' において入射波スペクトルを与えた場合の本手法による計算結果について、エネルギー平衡方程式モデルの結果との比較を行う。断面 A-A' でスペクトルを与える計算は、ダブルサンメーション法による Boussinesq モデル単独での多方向不規則波計算と同じである。断面 B-B' は浅瀬頂部を通る断面であり、断面 C-C' は浅瀬直背後の断面である。これら3つの断面はすべて入射波の主波向きに直交する。通常は断面 B-B' のように地形が大きく変化する断面で接続を行うのは適切ではないが、これはあくまで数値モデルの検証を目的としたものである。断面で与えるスペクトルにはすべてエネルギー平衡方程式によって

図-3 球面浅瀬

得られた結果を用いた。以下では、断面 A-A'、断面 B-B' および断面 C-C' でスペクトルを与えて計算した条件をそれぞれ caseA, caseB および caseC とし、エネルギー平衡方程式モデルによって全領域を計算した条件を caseE とする。

エネルギー平衡方程式モデルでは周波数分割数 20, 方向分割数 35 とした。ただし、方向については、入射波の主波向きを中心として両側 90° の範囲を等分割した。側方境界と岸側境界には透過条件を与えた。Boussinesq モデルでは、周波数分割数 200, 方向分割数 35 とした。ただし、Boussinesq 方程式の適用範囲を考慮して、周波数の大きい方から 40 成分をカットした。なお、カットした周波数成分のスペクトルは非常に小さい。側方と岸沖境界にエネルギー減衰層を設定した。エネルギー平衡方程式モデルの格子間隔は 5m, Boussinesq モデルの格子間隔は 2m である。入射波には有義波高 1.0m, 有義波周期 5.1sec の Bretschneider- 光易型スペクトル, 方向集中度パラメーター $S_{max} = 75$ の多方向不規則波を用いた。

まず、浅瀬頂部を通る岸沖方向断面 ($y = 380\text{m}$) での波高分布を図-4 に示す。caseA の結果を caseE の結果と比較すると、浅瀬前面において 1 度波高が小さくなった後に浅水変形によって波高が大きくなる下に凸の分布が再現されているが、caseA の結果では全体的に値が小さい。波高のピークから岸側では波高が減衰する様子は一致している。caseB については、波高が増大すべきところで減少している。その後わずかに波高が大きくなるもののほとんど変化せず、浅瀬背後での波の屈折による波高の増大を計算できていない。caseC については、波高の減衰がやや大きい、傾向的にはよく一致している。浅瀬直背後の横断方向断面 ($x = 460\text{m}$) での波高分布を図-5(a) に示す。caseA の結果を caseE の結果と比較すると、領域中央部で波高が大きく、その両側で入射波高よりも小さい様子がともに再現されている。しかし、caseA ではその傾向が強く出ている。caseB においては、中央部での波高の大小の傾向は出ているが、岸沖方向断面の結果にも現れていたように値は小さい。caseC においては中央部の波高はよく一致しているがその両側の値はやや小さい。図-5(b) は横断方向断面 ($x = 560\text{m}$) における波高分布である。caseE は中央がわずかに大きいほぼ様な分布である。caseA でもほぼ同じ傾向が再現されているが、中心から横断方向へ遠ざかるにしたがって大きく減衰している。caseC ではランダム性によってかなり起伏ができており、全体としてはほぼ同様であるが中央で下に凸の分布になっている。caseB は分布形状は合っているが、全体的に値が小さい。

波高分布の結果を考察すると、caseA については、入射波が共存している浅瀬前面では反射を考慮しない caseE との一致があまりよくないが、浅瀬背後で

図-4 岸沖方向波高分布 ($y = 380\text{m}$)

(a) $x = 460\text{m}$

(b) $x = 560\text{m}$

図-5 横断方向波高分布

は全体的によく一致していた。 $x = 560\text{m}$ の横断方向断面は入射波を与えた断面から遠いため、有効造波領域の不十分により減衰が生じたと考えられる。caseB については残念ながら全く正確な計算ができなかった。本モデルではソース項を用いて波を入射させているが、他の入射方法で改善されないかを検討する必要がある。一方、caseC では入射波を与える断面が一樣水深であり、地形変化の影響をすべて受けた後のスペクトルを与えているので、一致の程度は caseB と比較してはるかに良い。

次に、図-3 に示す 6 地点でのスペクトルを図-6 (a)~(f) に示す。地点 1, 3 および 5 は頂部を通る断面 ($y = 380\text{m}$) 上に、地点 2, 4 および 6 は浅瀬の縁を通る断面上 ($y = 300\text{m}$) 上にあり、 x 方向の座標は沖側から順に、それぞれ $x = 460\text{m}$, 510m および 560m である。caseB は波高を正しく計算できなかった

図-6 スペクトル分布

たため、ここでは割愛する。浅瀬直背後の中央に位置する地点1ではcaseAの結果はcaseEによく一致している。caseAにおいてスペクトルのピークが大きいのは波高分布の結果と合致している。caseCもcaseEの結果とよく一致している。地点1より浅瀬から離れた地点3および地点5でもピーク値を除けば分布形はよく一致している。浅瀬直背後で中央から横断方向にずれた地点2では、caseAはほぼcaseEに一致しているが、caseCは高周波数でのエネルギーがやや大きくなっている。浅瀬から離れた地点4においては、caseAはピークでの値が小さくなっているものの高周波数でのスペクトルは大きくない。一方、caseCではピークの値は一致しているものの、高周波数でのスペクトルが大きくなっている。地点6ではcaseAは全体的に値がやや小さいものの分布形としてはcaseEに非常に良く一致しており、caseCについても高周波数で若干値が大きいところがあるものの、

それ以外では非常によく一致している。

スペクトルの結果を考察すると、まず、caseAとcaseEのスペクトル分布は全域にわたって一致の程度はよい。caseCでは頂点を通る波の進行方向に沿う断面上のスペクトルはcaseEによく一致している。中央から外れた地点4から地点6にかけては高周波成分がやや発達しているものの、スペクトルのピークが再び大きくなる様子が再現されている。

(2)入射波スペクトルを与える格子数の影響

ここで、入射波スペクトルを与える地点数を変化させた場合にどのように結果が変わるかを調べた。先の例ではエネルギー平衡方程式モデルで得られた直線上の全ての点におけるスペクトルをBoussinesqモデルに与えていた。本研究で提案する手法は、エネルギー平衡方程式モデルとの接続計算の場合に限らず、複数の観測地点での観測結果を利用して計算する方

図-7 岸沖方向波高分布 ($y = 380\text{m}$)

法に応用できるが、その際には観測地点数はなるべく少ない方が望ましい。そこで、与えるスペクトルの地点数を1/4(浅瀬の直径に対して等間隔に40地点)にして、浅瀬背後からの計算を行った。この条件をcaseC'とする。

浅瀬頂部を通る岸沖方向断面 ($y = 380\text{m}$) における波高分布を図-7に示す。caseCとcaseC'の違いがわからないほど2つの結果は一致している。横断方向断面 ($x = 380\text{m}$) における波高分布も同様に一致していた。次に、スペクトルの比較として代表的な地点を図-8(a)~(c)に示す。波高分布の結果と同様、caseCとcaseC'の結果は非常に良く一致している。ここに示さなかった他の地点におけるスペクトルについても同様の結果であった。これらの結果からわかるように、入射波スペクトルを与える地点数をこの程度少なくしても得られる結果にはほとんど影響がないことがわかった。

5. 結語

本研究では直線上に分布するスペクトルを入射波条件として、Boussinesqモデルで多方向不規則波浪変形を解析する手法を提案した。また、一様水深場に設置された球面浅瀬上を伝播する多方向不規則波について、エネルギー平衡方程式モデルによって得られる浅瀬の前面、頂部および背後断面上のスペクトルをBoussinesqモデルの入射波条件として与えて計算し、エネルギー平衡方程式モデルで全領域を計算した結果と比較した。その結果、水深変化が含まれる頂部を通る断面からの計算はうまくいかなかったが、後部断面からの計算ではエネルギー平衡方程式モデルによる波高分布およびスペクトル分布と定性的に概ね一致した。スペクトルを与える地点数を少なくしても、同等の結果を得ることができたが、さらに少なくした場合の影響については検討が必要である。今後は水深変化を含む断面においても接続可能な手法を模索するとともに、直線上ではなく空間的に分

(a) 地点1

(b) 地点5

(c) 地点6

図-8 スペクトル分布

布するスペクトルによっても計算できるよう発展させたい。

参考文献

- 1) 間瀬 肇・沖 和哉・高山知司・酒井哲郎：高次差分精度による位相平均不規則波浪変形計算モデルに関する研究，土木学会論文集，No.684 / II-56，pp.57-68，2001.
- 2) 沖 和哉・間瀬 肇：位相平均型波浪予測モデルの高精度化に関する研究，海岸工学論文集，第51巻，pp.1-5，2004.
- 3) Nwogu, O. : Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, Vol.119, No.6, pp.618-638, 1993.